א. נתונה סדרה חשבונית שהאיבר הכללי שלה הוא $a_n = 3n - 12$ **,**

ולכן האיבר הראשון שלה הוא $a_1 = 3 \cdot 1 - 12 = -9$ **.**

נתונה סדרה המוגדרת על ידי הכלל: $b_n = 2a_n + 1$ **.**

ולכן האיבר הראשון שלה הוא $b_1 = 2 \cdot a_1 + 1 = 2 \cdot (-9) + 1 = -17$ **.**

(1) נראה $b_n = 6n - 23$ **.**

$$b_n = 2a_n + 1$$
$$b_n = 2(3n - 12) + 1$$
$$b_n = 6n - 24 + 1$$
$$\boxed{b_n = 6n - 23}$$

תשובה: הוכַח.

(2) נראה שהסדרה $b_n = 6n - 23$ **היא סדרה חשבונית.**

$$b_{n+1} - b_n = 6(n+1) - 23 - (6n - 23)$$
$$b_{n+1} - b_n = 6n + 6 - 23 - 6n + 23$$
$$\boxed{b_{n+1} - b_n = 6}$$

הסדרה חשבונית כי ההפרש בין כל איבר לזה שקודם לו (עבור $n \geq 2$ **)**

הוא קבוע (אינו תלוי ב- n **), ולכן:** $d = 6$ **.**

תשובה: הוכַח.

ב. $b_1 = -17, d = 6$ **,** $b_n = 79$ **.**

נמצא את מספר האיברים בסדרה.

$$b_n = 79$$
$$b_1 + d(n-1) = 79$$
$$-17 + 6(n-1) = 79$$
$$n - 1 = 16$$
$$\boxed{n = 17}$$

תשובה: בסדרה b_n 17 **איברים.**

ג. נתון כי גם בסדרה $a_n = 3n - 12$ **יש** 17 **איברים.**

במקרה זה <u>נתון</u> כי הסדרה חשבונית.

$a_1 = -9$ **,** $a_2 = 3 \cdot 2 - 12 = -6$ **, ולכן הסדרה עולה וההפרש הוא** 3.

בסדרת האיברים במקומות האי-זוגיים ההפרש הוא $2d = 2 \cdot 3 = 6$ **, ומספר האיברים בה הוא** 9.

$$S_9^{odd} = \frac{9 \cdot \left[2 \cdot (-9) + 6 \cdot (9-1)\right]}{2} = 135$$

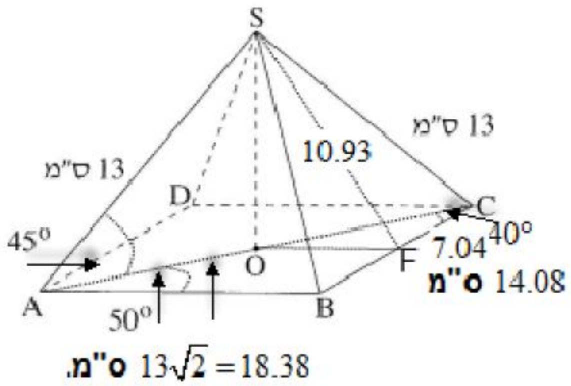
תשובה: סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה a_n **הוא** 135.

א. בסיס הפירמידה הישרה ABCDS הוא מלבן, שבו האלכסונים שווים וחוצים זה את זה.

הגובה, בפירמידה ישרה, יורד למרכז המעגל החוסם, ובמקרה זה למפגש אלכסוני המלבן.

נתון כי הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס היא בת $45°$, ולכן ΔSOA הוא ישר זווית ושווה שוקיים,

ועל פי משפט פיתגורס $AO = \frac{13}{\sqrt{2}} = 9.192$ **ס"מ, כאשר אלכסון הבסיס כפול ממנו.**



תשובה: אורך אלכסון הבסיס הוא $13\sqrt{2} = 18.38$ **ס"מ.**

ב. נתון גם כי $\sphericalangle CAB = 50°$ **.**

$\underline{\Delta ABC}$

$$\sin 50° = \frac{BC}{AC}$$

$$13\sqrt{2}\sin 50° = BC$$

$BC =$ 14.08 **ס"מ**

שטח הבסיס הוא: $2\cdot\frac{AC\cdot BC\cdot \sin\sphericalangle ACB}{2} = 18.38\cdot 14.08\cdot \sin 40° =$ 166.39 **סמ"ר.**

תשובה: שטח הבסיס הוא: 166.39 **סמ"ר.**

ג. SF **גובה בפאה** SBC **שהיא שוות שוקיים (בניית עזר), ולכן גם תיכון לבסיס שלה, ל-** BC **.**

$CF = \frac{14.08}{2} =$ 7.04 **ס"מ, ועל פי משפט פיתגורס ב-** SCF**:** $CF = \sqrt{13^2 - 7.04^2} =$ 10.93 **ס"מ,**

שטח הפאה הוא: $\frac{BC\cdot SF}{2} = \frac{14.08\cdot 10.93}{2} =$ 76.95 **סמ"ר.**

תשובה: שטח הפאה SBC **הוא:** 76.95 **סמ"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{3}+2\sin(2x)$ **בתחום** $0\le x\le\pi$.

נמצא תחילה את נקודות הקצה.

$$f(0)=\sqrt{3}+2\sin(2\cdot 0)=\sqrt{3}\quad\rightarrow\boxed{(0,\sqrt{3})}$$

$$f(\pi)=\sqrt{3}+2\sin(2\cdot\pi)=\sqrt{3}\quad\rightarrow\boxed{(\pi,\sqrt{3})}$$

נמצא נקודות קיצון פנימיות.

$$\boxed{f'(x)=4\cos 2x}$$

$$0=4\cos 2x$$

$$0=\cos 2x$$

$$2x=90^\circ+180^\circ k\quad :(-2)$$

$$\boxed{x=45^\circ+90^\circ k}\quad\rightarrow\boxed{x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k}$$

k	$x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k$
0	$x=\frac{\pi}{4}\rightarrow(\frac{\pi}{4},\sqrt{3}+2)$
1	$x=\frac{3\pi}{4}\rightarrow(\frac{3\pi}{4},\sqrt{3}-2)$

נבנה טבלה לזיהוי נקודות קיצון המוחלט, בעזרת ערכי הפונקציה .

x	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{5\pi}{6}$		π
$f(x)$	$\sqrt{3}$		$\sqrt{3}+2$		$\sqrt{3}-2$		$\sqrt{3}$
מסקנה	Min	↗	Max	↘	Min	↗	Max

תשובה: $(\frac{\pi}{4},\sqrt{3}+2)$ **מקסימום מוחלט ,** $(\frac{3\pi}{4},\sqrt{3}-2)$ **מינימום מוחלט.**

ג. משיק לגרף הפונקציה, בנקודת קיצון פנימית, הוא פונקציה קבועה ולכן משוואתו $y=\sqrt{3}+2$.

הישר $x=\frac{2}{3}\pi$ **חותך את גרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-** x . $f(\frac{2\pi}{3})=\sqrt{3}+2\sin(2\cdot\frac{2\pi}{3})=0$.

$$S=\int_0^{\frac{2\pi}{3}}(\sqrt{3}+2-(\sqrt{3}+2\sin 2x))\,dx$$

$$S=\int_0^{\frac{2\pi}{3}}(2-2\sin 2x)\,dx$$

$$S=(2x-\frac{2(-\cos 2x)}{2})\Big]_0^{\frac{2\pi}{3}}$$

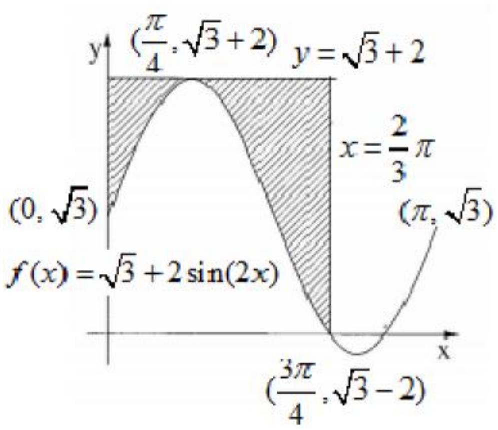
$$S=(2x+\cos 2x)\Big]_0^{\frac{2\pi}{3}}$$

$$x=\frac{2\pi}{3}:\quad 3.689$$

$$x=0:\quad 1$$

$$S=3.689-1\quad\rightarrow\boxed{S=2.689}$$

תשובה: גודל השטח הוא 2.689 .



א. (1) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^{-x}}{x^2-3}$.

המכנה x^2-3 **מתאפס עבור** $x=\pm\sqrt{3}$.

תשובה: הפונקציה מוגדרת עבור $x\neq\pm\sqrt{3}$.

(2) שתי הצבות במחשבון ומסקנות:

$f(-10)=227\to+\infty,\quad f(10)=0.0000004\to+0,$ **- לכן,** $y=0$ **אסימפטוטה אופקית לימין.**

$x=\pm\sqrt{3}$ **מאפס מכנה ולא מונה - לכן, הישרים** $x=-\sqrt{3},\quad x=\sqrt{3},$ **אסימפטוטות אנכיות.**

תשובה: $x=-\sqrt{3},\quad x=\sqrt{3},$ **אסימפטוטות המאונכות לציר ה-** x .

(3) מונה הפונקציה חיובי, ולכן אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x .

$f(0)=\frac{e^{-0}}{0^2-3}=-\frac{1}{3}$ **, ובהתאם** $(0,-\frac{1}{3})$ **נקודת חיתוך עם ציר ה-** y .

תשובה: $(0,-\frac{1}{3})$.

(4) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגן.

$$\boxed{f(x)=\frac{e^{-x}}{x^2-3}}$$

$$f'(x)=\frac{-e^{-x}\cdot(x^2-3)-2x\cdot e^{-x}}{(x^2-3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{e^{-x}(-x^2+3-2x)}{(x^2-3)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{e^{-x}(-x^2-2x+3)}{x^4}}$$

$$0=-x^2-2x+3$$

$$x=1\quad\to\boxed{(1,-\frac{1}{2e})}$$

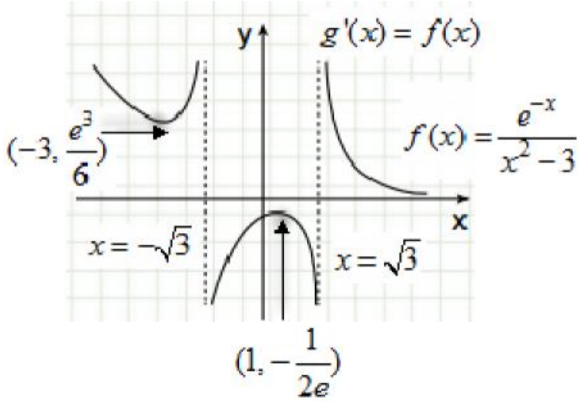
$$x=-3\quad\to\boxed{(-3,\frac{e^3}{6})}$$

סימן הנגזרת נקבע על ידי הביטוי $-x^2-2x+3$ **(שאר הגורמים חיוביים) , שהוא של פרבולה הפוכה,**
העוברת משליליות לחיוביות עבור $x=-3$ **ולכן מינימום, ומחיוביות לשליליות עבור** $x=1$ **ולכן מקסימום.**

תשובה: $(1,-\frac{1}{2e})$ **מקסימום ,** $(-3,\frac{e^3}{6})$ **מינימום.**

(5) תשובה: עלייה : $-\sqrt{3}<x<1$ **או** $-3<x<\sqrt{3}$ **, ירידה:** $x>\sqrt{3}$ **או,** $1<x<\sqrt{3}$ **, או** $x<-\sqrt{3}$.

ב. סקיצה של גרף הפונקציה:



ג. נתון כי $g'(x) = f(x)$ **, כאשר** $g(x)$ **מוגדרת גם בתחום** $x \neq \pm\sqrt{3}$ **.**

$g(x)$ **עולה, כאשר** $g'(x) = f(x) > 0$ **, כלומר בתחום** $x > \sqrt{3}$ **, או** $x < -\sqrt{3}$ **.**

$g(x)$ **יורדת, כאשר** $g'(x) = f(x) < 0$ **, כלומר בתחום** $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$ **.**

תשובה: $g(x)$ **עולה בתחום** $x > \sqrt{3}$ **, או** $x < -\sqrt{3}$ **.**

א. נתונות הפונקציות $f(x)=\ell n\, x$ **ו-** $g(x)=\ell n\, 2x$ **.**

(1) הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית צ"ל חיובי, לכן לשתי הפונקציות תחום הגדרה $x>0$ **.**

תשובה: $f(x): x>0$ **,** $g(x)=x>0$ **.**

(2) יש רק נקודות חיתוך עם ציר ה- y **.**

$$0=\ell n\, x \ \rightarrow x=e^0 \qquad 0=\ell n\, 2x \ \rightarrow 2x=e^0=1$$
$$x=1 \ \rightarrow (1,0) \qquad x=0.5 \ \rightarrow (0.5,0)$$

תשובה: $f(x):(1,0)$ **,** $g(x):(0.5,0)$ **.**

(3) נחפש נקודות חיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

$$\ell n\, x=\ln 2x$$
$$x=2x$$
~~$x=0$~~

תשובה: אין נקודות חיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

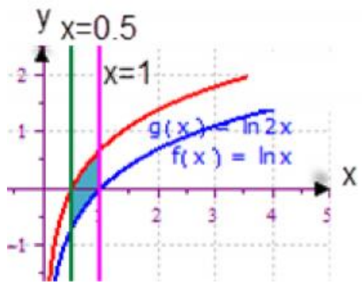
(4) נראה ששתי הפונקציות עולות לכל $x>0$ **ולכן אין להן נקודות קיצון.**

$$f'(x)=\frac{1}{x}>0 \qquad g'(x)=\frac{2}{2x}=\frac{1}{x}>0$$

תשובה: לפונקציות הנתונות אין נקודות קיצון.

(5) נסרטט סקיצה של הגרפים של שתי הפונקציות באותה מערכת צירים.

(כולל סימון, בכחול, של השטח הנדרש עבור תת סעיף ד(2).)



ב. (1) $\ell n\, 2x-\ell n\, x=\ell n \frac{2x}{x}=\ell n\, 2$ **.**

הוכַח.

(2) נחשב את השטח המבוקש.

$$S=\int_{0.5}^{1}(\ell n\, 2x-\ell n\, x)\,dx=\int_{0.5}^{1}(\ell n\, 2)\,dx$$
$$S=(x\ell n\, 2)\Big]_{0.5}^{1}=\ell n\, 2-0.5\ell n\, 2=0.5\ell n\, 2=0.347$$

תשובה: גודל השטח הוא $0.5\ell n\, 2=0.347$ **.**