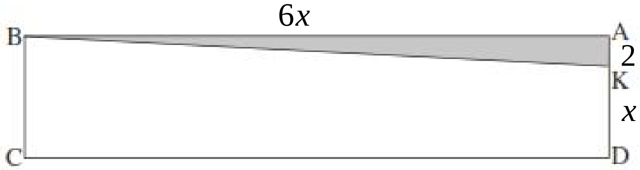
א. נסמן את הנתונים בציור ונחשב את השטחים הנדרשים .



נתון כי $AK = 2$ מטר , $KD = x$ מטר , $AB = 6\cdot KD$ ולכן $AB = 6x$.

השטח שבו שתלו את הפרחים הוא משולש ישר זווית: $\frac{6x\cdot 2}{2} = 6x$ מ"ר .

השטח שבו שתלו את הפרחים הוא טרפז.

נחשב את שטחו על ידי הפחתת שטחים - ההפרש בין שטח המלבן לשטח המשולש:

$6x\cdot(x+2) - 6x = 6x^2 + 12x - 6x = 6x^2 + 6x$ מ"ר .

תשובה: שטח הפרחים $6x$ מ"ר, שטח הדשא $6x^2 + 6x$ מ"ר.

ב. מחיר השתילה למ"ר של הדשא הוא 40 שקל.

לכן עלות שתילת הדשא היא $40(6x^2 + 6x) = 240x^2 + 240x$ שקלים .

מחיר השתילה למ"ר של הפרחים גדול ב- 50% ממחיר השתילה למ"ר של הדשא,

$\frac{100+50}{100}\cdot 40 = 1.5\cdot 40 = 60$ שקל .

לכן עלות שתילת הפרחים היא $60\cdot 6x = 360x$ שקלים .

המחיר הכולל של שתילת הדשא בגינה היה גדול ב- 14,400 שקלים מהמחיר הכולל של שתילת הפרחים.

$$360x + 14400 = 240x^2 + 240x \quad / : 240$$
$$1.5x + 60 = x^2 + x$$
$$x^2 - 0.5x - 60 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{0.5 \pm 15.5}{2}$$
$$x = 8m \quad (x > 0)$$

נציב $x = 8$ מטר בביטויי השטחים.

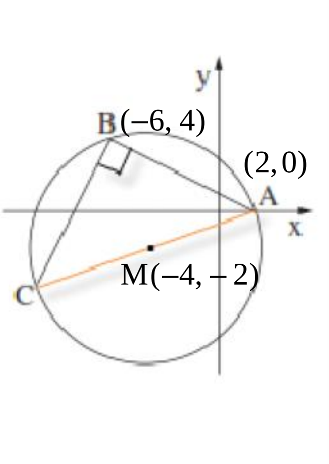
שטח הפרחים: $6\cdot 8 = 48$ מ"ר , שטח הדשא $6\cdot 8^2 + 6\cdot 8 = 432$ מ"ר .

תשובה: שטח הפרחים 48 מ"ר, שטח הדשא 432 מ"ר.

א. נתון מעגל שמשוואתו $(x+4)^2+(y+2)^2=40$ **.**

לכן מרכז המעגל הוא $M(-4,-2)$ **, ורדיוסו** $\sqrt{40}$ **.**

נמצא את שיעורי הנקודה A **, בה מתקיים** $y_A=0$, $x_A>0$.



$$\begin{aligned}&(x+4)^2+(0+2)^2=40\\&(x+4)^2=36\\&x+4=6 \quad \to x_A=2 \quad \to \boxed{A(2,0)}\\&x+4=-6 \quad \to \cancel{x=-10}\ (x_A>0)\end{aligned}$$

תשובה: שיעורי הנקודה A **הם** $(2,0)$ **.**

ב. הנקודה $B(-6,4)$ **נמצאת על המעגל.**

נחשב את אורך המיתר AB **.**

$$d_{AB}=\sqrt{(-6-2)^2+(4-0)^2}=\sqrt{80}=8.94$$

לכן המיתר קטן מהקוטר שאורכו $2\sqrt{40}=12.67$ **.**

תשובה: AB **<u>אינו</u> קוטר במעגל.**

ג. נתון כי BC **מאונך למיתר** AB **, ומכאן ש-** AC **הוא קוטר במעגל (נשען על זווית היקפית ישרה).**

נמצא את שיעורי הנקודה C **, כאשר מרכז המעגל** $M(-4,-2)$ **הוא אמצע הקוטר.**

$$\left.\begin{aligned}-4&=\frac{2+x_C}{2}\\-2&=\frac{0+y_C}{2}\end{aligned}\right\}\boxed{C(-10,-4)}$$

תשובה: שיעורי הנקודה C **הם** $(-10,-4)$ **.**

א. (1) גלגל המשחק מחולק ל- 20 **גזרות שוות, לכן ההסתברות לעצירה בכל גזרה היא** $\frac{1}{20}$**.**

בגלגל 10 **גזרות ירוקות, לכן ההסתברות לעצירה בגזרה ירוקה היא** $0.5=\frac{10}{20}$**.**

בגלגל 2 **גזרות לבנות, לכן ההסתברות לעצירה בגזרה לבנה היא** $0.1=\frac{2}{20}$**.**

בגלגל 8 **גזרות אדומות, לכן ההסתברות לעצירה בגזרה אדומה היא** $0.4=\frac{8}{20}$**.**

אם המחוג מצביע על גזרה לבנה זוכים ב- 15 **נקודות, על גזרה אדומה זוכים ב-** 30 **נקודות,**
ואם המחוג מצביע על גזרה ירוקה ***לא*** **זוכים בנקודות.**
כאשר מסובבים את הגלגל פעמיים, זוכים ב- 30 **נקודות**
באפשרויות הבאות: (ירוקה, אדומה), (אדומה, ירוקה), או (לבנה, לבנה).

$$P(\text{Uri will win 30 points}) = 0.5\cdot 0.4+0.4\cdot 0.5+0.1\cdot 0.1=0.41$$

תשובה: ההסתברות שאורי יזכה בדיוק ב- 30 **נקודות,**
כאשר הוא מסובב את הגלגל פעמיים, היא 0.41**.**

(2) ידוע שאורי זכה בדיוק ב- 30 **נקודות:**
ויש למצוא את ההסתברות שהמחוג הצביע פעמיים על אותו צבע, כלומר עם הגזרה הלבנה.

$$p(Twice\ white\ /\ Uri\ won\ 30\ points)=$$
$$=\frac{P(Twice\ white\cap Uri\ won\ 30\ points)}{P(Uri\ won\ 30\ points)}=$$
$$=\frac{0.1\cdot 0.1}{0.41}=\frac{0.01}{0.41}=\frac{1}{41}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{41}$.

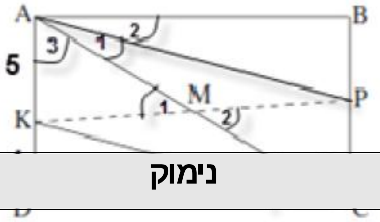
ג. אילן מסובב את הגלגל שלוש פעמים.
ישנה רק אפשרות אחת לזכייה ב- 90 **נקודות,**
וזאת כאשר המחוג עוצר על הגזרה האדומה בכל שלוש הפעמים.

$$p(3\ times\ red)=0.4^3=0.064$$

תשובה: ההסתברות היא 0.064 .

4

נתונים



1. ABCD **מלבן** **2.** $\measuredangle C_1 = \measuredangle C_2$ **3.** AK = 5 **ס"מ** **4.** KD = 4 **ס"מ**

עבור ב: 5. M **מפגש אלכסוני המלבן**

צ"ל: א. $\frac{AB}{AC}$ **ב** PC = AK **ג.** $\measuredangle A_1 = \measuredangle A_2$

הסבר		טענה	נימוק
1	6	ABCD **מלבן**	נתון
3	7	AK = 5 **ס"מ**	נתון
4	8	KD = 4 **ס"מ**	נתון
2	9	$\measuredangle C_1 = \measuredangle C_2$	נתון
9	10	$\frac{DC}{AC} = \frac{KD}{AK}$	משפט חוצה זווית ΔACD
6	11	AB = DC	צלעות נגדיות שוות במלבן
10, 11	12	$\frac{AB}{AC} = \frac{KD}{AK}$	הצבה
7, 8, 12	13	$\frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}$	הצבה
מ.ש.ל. א			
6	14	$AD \parallel BC$	צלעות נגדיות מקבילות במלבן
14	15	$\measuredangle A_3 = \measuredangle C_3$ (ז)	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
5	16	M **מפגש אלכסוני המלבן**	נתון
6, 16	17	AM = CM (צ)	אלכסוני המלבן חוצים זה את זה
	18	$\measuredangle M_1 = \measuredangle M_2$ (ז)	זוויות קדקודיות שוות זו לזו
15, 17, 18	19	$\Delta AMK \cong \Delta CMP$	משפט חפיפה זווית צלע זווית
19	20	PC = AK	צלעיות מתאימות במשולשים חופפים
מ.ש.ל. ב			
6	21	$AB \parallel DC$	צלעות נגדיות מקבילות במלבן
11, 16	22	$\measuredangle BAC = \measuredangle ACD$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
19	23	$\measuredangle A_1 = \measuredangle C_1$	זוויות מתאימות במשולשים חופפים
22, 23	24	$\measuredangle A_2 = \measuredangle C_2$	כלל החיסור
9, 23, 24	25	$\measuredangle A_1 = \measuredangle A_2$	כלל המעבר
מ.ש.ל. ג			

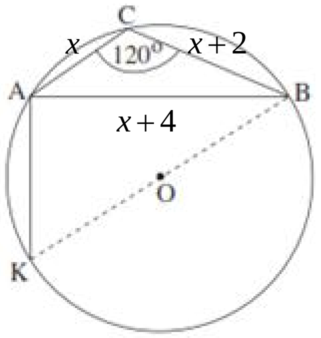
5

א. $AC = x$ **(סימון)**

$BC = x+2$ **(חישוב)** $AB = x+4$ **(נתון)**

$\sphericalangle ACB = 120°$ **(נתון)**

$\underline{\Delta BAC}$ **לפי משפט הקוסינוסים**

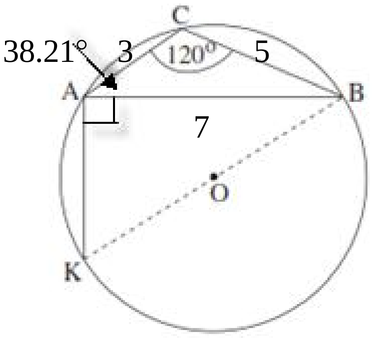


$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2 - 2AC\cdot BC\cdot \cos\sphericalangle ACB$$
$$(x+4)^2 = x^2 + (x+2)^2 - 2\cdot x\cdot (x+2)\cdot \cos 120°$$
$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + x^2 + 4x + 4 + x^2 + 2x$$
$$0 = 2x^2 - 2x - 12$$
$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 10}{4}$$
$$x = 3 \quad \leftarrow x > 0$$

תשובה: $AC = 3$ **ס"מ** , $BC = 5$ **ס"מ** , $AB = 7$ **ס"מ** **.**

ב. נתון כי BK **קוטר במעגל, לכן** $\sphericalangle KAB = 90°$ **(זווית היקפית הנשענת על הקוטר היא ישרה).**

$\underline{\Delta BAC}$ **לפי משפט הסינוסים:**



$$\frac{AB}{\sin 120°} = \frac{BC}{\sin\sphericalangle CAB}$$
$$\sin\sphericalangle CAB = \frac{5\sin 120°}{7}$$
$$\sin\sphericalangle CAB = 0.6186$$
$$\sphericalangle CAB = 38.21° \quad \leftarrow 0° < \sphericalangle CAB < 60°$$
$$\sphericalangle CAK = 90° + 38.21°$$
$$\boxed{\sphericalangle CAK = 128.21°}$$

תשובה: $\sphericalangle CAK = 128.21°$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4(x+1)}{x^2}+1$ **.**

תחום ההגדרה, ביטוי במכנה שונה מאפס.

תשובה: $x\neq 0$.

ב. ארבע הצבות קצרות במחשבון, להתמצאות מיטבית בחקירה (מומלץ, לאחר מציאת תחום הגדרה).

$f(100)=1.0404\to 1,\quad f(-100)=0.9604\to 1,$ **, מסקנה:** $y=1$ **אסימפטוטה אופקית.**

$f(0.01)=40,401\to +\infty,\quad f(-0.01)=39,601\to +\infty,$ **, מסקנה:** $x=0$ **אסימפטוטה אנכית.**

נימוקים אפשריים נוספים:

הביטוי $\frac{4(x+1)}{x^2}$ **שואף ל-** 0**, כאשר** x **שואף ל-** $\pm\infty$**, כי חזקת המכנה (**2**) גדולה מחזקת המונה (**1**),**

ולכן הסכום שלו עם המחובר 1 **הוא** 1 **וגרף הפונקציה שואף לישר** $y=1$**, שהוא האסימפטוטה האופקית.**

$x=0$ **מאפס מכנה ולא מונה, ולכן הישר** $x=0$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $y=1$ **אסימפטוטה מקבילה לציר ה-** x **,** $x=0$ **אסימפטוטה מקבילה לציר ה-** y **.**

ג. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **שאינו בתחום ההגדרה, ולכן אין חיתוך עם ציר ה-** y **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **:**

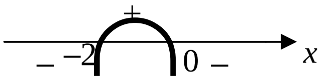
$$0=\frac{4(x+1)}{x^2}+1$$
$$0=4x+4+x^2$$
$$(x+2)^2=0$$
$$x=-2\quad\to\boxed{(-2,0)}$$

תשובה: $(-2,0)$ **.**

ד. נמצא תחומי עלייה וירידה.

$$f'(x)=\frac{4x^2-8x(x+1)}{x^4}$$
$$f'(x)=\frac{4x^2-8x^2-8x}{x^4}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{-4x^2-8x}{x^4}}$$
$$0=-4x^2-8x$$
$$0=-4x(x+2)$$
$$\cancel{x=0},\quad x=-2$$

נצייר את גרף מונה הנגזרת (המכנה חיובי בתחום ההגדרה)

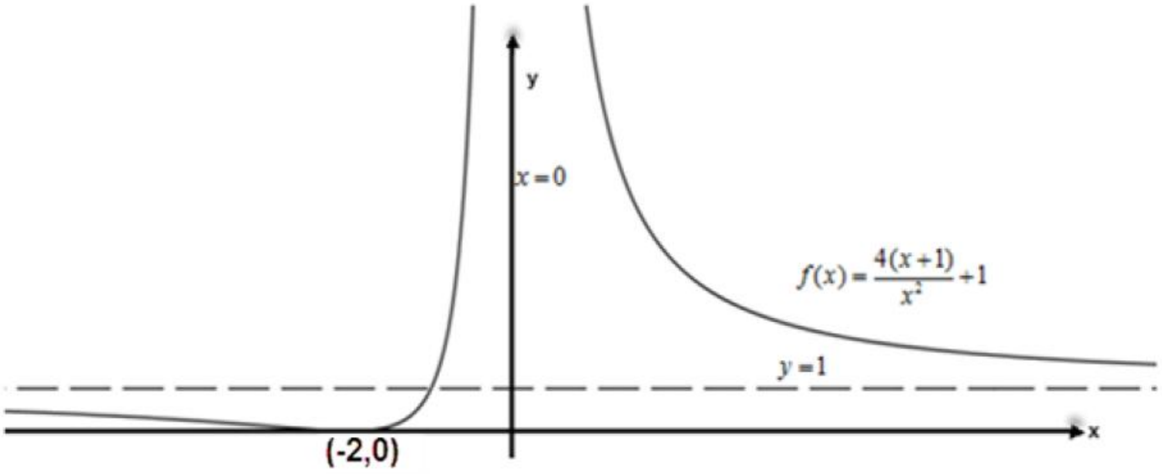


תחומי החיוביות והשליליות של נגזרת הפונקציה,

הם בהתאמה תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

תשובה: $x>0$ או $x<-2$ ירידה , $-2<x<0$ עלייה.

ה. הסרטוט המתאים:



ו. נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

מכנה הפונקציה $g(x)$ מתאפס כאשר $f(x)$ מתאפס – כלומר עבור $x=-2$.

$x=-2$ מאפס מכנה ולא מונה ולכן הישר $x=-2$ הוא אסימפטוטה המקבילה לציר ה- y .

אסימפטוטה אופקית נקבעת על ידי ערכי הפונקציה כאשר x שואף ל- $\pm\infty$.

ראינו, בסעיף ג, כי $f(x)$ שואפת ל- 1, כאשר x שואף ל- $\pm\infty$.

לכן, נקבל $\frac{1}{f(x)}\to\frac{1}{1}=1$ ו- $y=1$ אסימפטוטה מקבילה לציר ה- x .

תשובה: $x=-2$ אסימפטוטה אנכית, $y=1$ אסימפטוטה אופקית.

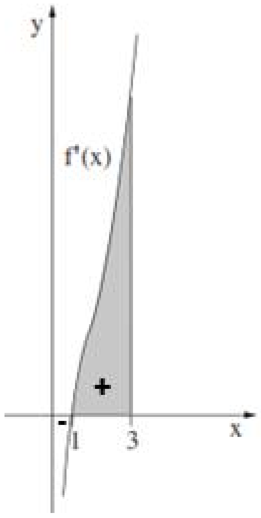
א. על פי גרף הנגזרת (בתחום $x>0$) , $f'(x)<0$ בתחום $0<x<1$ ו- $f'(x)>0$ עבור $x>1$.

הנגזרת עוברת משליליות לחיוביות עבור $x=1$, כאשר $x=1$ הוא נקודת האפס של הנגזרת,

לכן הפונקציה עוברת מירידה לעלייה, עבור $x=1$,

ו- $x=1$ הוא נקודת המינימום של הפונקציה.

תשובה: $x=1$, מינימום.



ב. (1) נחשב את השטח המבוקש (צבוע באפור).

נתון $f(3)=12\frac{1}{3}$ **,** $f(1)=4\frac{1}{3}$

$$S=\int_1^3 (f'(x)-0)\,dx=$$

$$S=f(x)\Big]_1^3=$$

$$S=f(3)-f(1)$$

$$S=12\frac{1}{3}-4\frac{1}{3}$$

$$\boxed{S=8}$$

תשובה: גודל השטח הוא 8 **.**

(2) נתון גם $f'(x)=3ax^2-\frac{3a}{x^2}$ **.**

נמצא את ערך הפרמטר a **, כאשר על פי תת סעיף ב(1)** $\int_1^3 (f'(x))\,dx=8$ **.**

$$\int_1^3 (3ax^2-\frac{3a}{x^2})\,dx=3a\int_1^3 (x^2-x^{-2})\,dx$$

$$3a(\frac{x^3}{3}-\frac{x^{-1}}{-1}\Big]_1^3=3a(\frac{x^3}{3}+\frac{1}{x})\Big]_1^3=$$

$$3a\left[(\frac{3^3}{3}+\frac{1}{3})-(\frac{1^3}{3}+\frac{1}{1})\right]=$$

$$3a(\frac{28}{3}-\frac{4}{3})=24a$$

ומכאן ש- $24a=8$ **ו-** $\boxed{a=\frac{1}{3}}$ **.**

תשובה: $a=\frac{1}{3}$ **.**

א. הפונקציה שיש להביא *למקסימום* **היא** *אורך התיכון* CD .

נסמן $BD = x$ **ובהתאם** $AD = BD = x$.

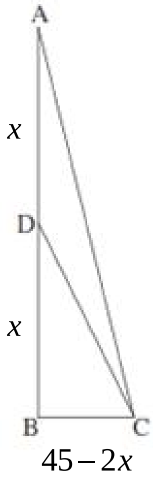
נתון כי סכום הניצבים: 45 **ס"מ** $= BA + BC$ **, ולכן** $45 - 2x$ **ס"מ** $= BC$.

מכאן, שעל פי משפט פיתגורס ב- ΔCBD **מתקיים:**

$$CD = \sqrt{x^2 + (45-2x)^2}$$

$$CD = \sqrt{x^2 + 2025 - 180x + 4x^2}$$

$$\boxed{CD = \sqrt{5x^2 - 180x + 2025}}$$



$$\boxed{(CD)' = \frac{10x - 180}{2\sqrt{5x^2 - 180x + 2025}}}$$

$$10x - 180 = 0$$

$$10x = 180 \quad /:10$$

$$x = 18\, cm$$

$$\left.\begin{array}{l} (CD)'(17) = \dfrac{10\cdot 17 - 180}{+} = \dfrac{-}{+} < 0 \\[2ex] (CD)'(19) = \dfrac{10\cdot 19 - 180}{+} = \dfrac{+}{+} > 0 \end{array}\right\} Min$$

תשובה: 18 **ס"מ** $= BD$ **, עבורו אורך התיכון** CD **הוא מינימלי.**

ב. עבור 18 **ס"מ** $= BD$ **,** 18 **ס"מ** $= AD$ **ו-** 9 **ס"מ** $= BC = 45 - 2\cdot 18$.

$\underline{\Delta ADC}$

$$S_{\Delta AMC} = \frac{AD\cdot BC}{2} = \frac{18\cdot 9}{2} = 81\, cm^2$$

תשובה: שטח המשולש ADC **הוא** 81 **סמ"ר.**