א. רדיוס מעגל I הוא r ורדיוס מעגל II הוא R .

נתון כי R גדול ב- 30% מ- r , ולכן $R=1.3r$ $(\frac{100+30}{100}=1.3)$.

נוסחת שטח עיגול היא πR^2 .

שטח מעגל I הוא πr^2.

שטח מעגל II הוא $\pi(1.3)r^2=1.69\pi r^2$.

לכן יחס השטחים בין עיגול II לעיגול I הוא 1.69 .

מכאן ששטח עיגול II גדול משטח עיגול I ב- 69% ($1.69=\frac{100+P}{100}$)

תשובה: שטח עיגול II גדול משטח עיגול I ב- 69%.

ב. נתון כי שטח עיגול II גדול ב- 54.165 משטח עיגול I .

נסמן שטח עיגול I ב- S ובהתאם שטח עיגול II גדול ממנו ב- $0.69S$.

לכן $0.69S=54.165$ ומכאן ש- $S=78.5$.

$$78.5=\pi r^2$$
$$78.5=3.14r^2$$
$$25=r^2$$
$$r=5cm \quad (r>0)$$

תשובה: אורך הרדיוס r הוא 5 ס"מ.

א. נציב $y=8$ **במשוואת הצלע** BC: $y=\frac{1}{4}x+7\frac{1}{2}$,

ונקבל $8=\frac{1}{4}x+7\frac{1}{2}$**, ומכאן** $x_B=2$ **ובהתאם** $B(2,8)$.

משוואת הישר OC **היא** $y=1.5x$ **. נציב** $y=1.5x$ **במשוואת הצלע** BC:

$1.5x=\frac{1}{4}x+7\frac{1}{2}$ **, ומכאן** $x_C=6$ **ובהתאם** $C(6,9)$.

תשובה: $B(2,8)$, $C(6,9)$.

ב. (1) צלעות המלבן מאונכות זו לזו, ובהתאם השיפועים הופכים לנגדיים.

$m_{BC}=\frac{1}{4}$ **, ובהתאם** $m_{BA}=-4$, .

נמצא את משוואת הצלע AB : $y-8=-4(x-2)$ **ולכן** $y=-4x+16$.

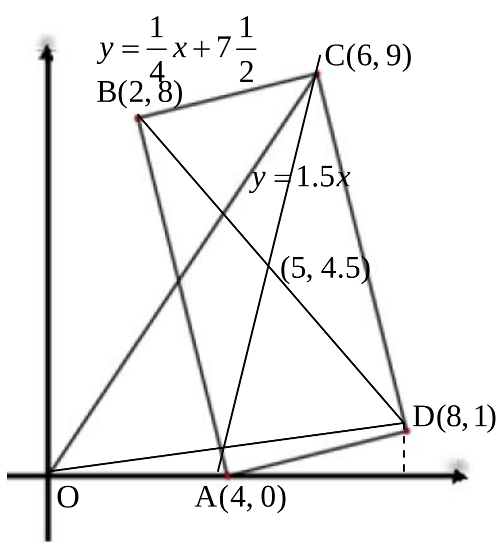
נציב $y_A=0$ **ונקבל** $x_A=4$ **ולכן** $A(4,0)$.

תשובה: $A(4,0)$.

(2) נמצא את שיעורי נקודת מפגש אלכסוני המלבן.

$$(\frac{4+6}{2},\frac{0+9}{2}) \rightarrow (5,4.5)$$

תשובה: שיעורי נקודת המפגש הם $(5,4.5)$.



ב. נמצא את שיעורי הקדקוד D .

$$\left.\begin{array}{l} 5=\frac{2+x_D}{2} \\ 4.5=\frac{8+x_D}{2} \end{array}\right\} D(8,1)$$

AO **מונח על ציר ה-** x **, ואורכו הוא** $4-0=4$.

הגובה לצלע זו הוא חיצוני ואורכו $y_D-0=1-0=1$.

$$S_{\Delta OAD}=\frac{AO\cdot h_{AO}}{2}=\frac{4\cdot 1}{2}=2$$

שטחו של ΔOAB **הוא** 2 **יח"ר.**

א. נגדיר את המאורעות:

A **- בוחרים בענת** B **- תומכים באבי** C **- תומכים בדוד**

D **- בנים** $\overline{D}$ **- בנות**

	A **ענת**	B **אבי**	**דוד**	
D**- בנים תומכים**	100	200	100	400
$\overline{D}$ **- בנות תומכות**	200	150	50	400
	300	350	150	800

ניתן לחלק כל אחד מהנתונים הכמותיים במספר המשתתפים במרחב המדגם ($N(S)=800$ **),**
או להישאר עם הנתונים הכמותיים ובכל סעיף להציב אותם.

$$P(B)=\frac{N(B)}{N(S)}=\frac{350}{800}=\frac{7}{16}$$

תשובה: ההסתברות שהתלמיד שנבחר באקראי תומך באבי היא $\frac{7}{16}$ **.**

ב. נמצא את ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי ותומך בענת – הוא בת.

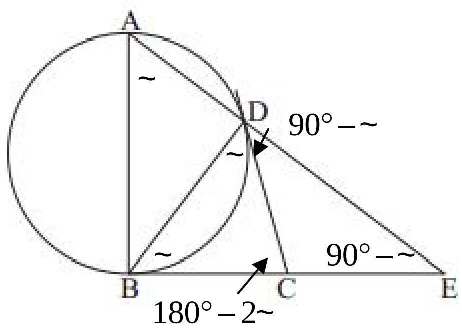
$$P(\overline{D}/A)=\frac{N(\overline{D}\cap A)}{N(A)}=\frac{200}{300}=\frac{2}{3}$$

ג. (1) נמצא את ההסתברות שתלמיד שאינו תומך בענת – הוא תומך בדוד.

$$P(C/\overline{A})=\frac{N(C\cap\overline{A})}{N(\overline{A})}=\frac{150}{500}=0.3$$

תשובה: ההסתברות היא 0.3 **.**

(2) נחשב את ההסתברות שמתוך 5 **תלמידים שאינם בוחרים בענת – לפחות** 1 **תומך בדוד.**
המאורע המשלים הוא ש- 0 **מתוכם תומכים בדוד.**
בתת סעיף ג(1) מצאנו כי 0.3 **היא ההסתברות שתלמיד שלא תומך בענת – הוא תומך בדוד.**
כלומר חמישה תומכים בענת וההסתברות היא 0.7^5 **.**
ולכן ההסתברות שלפחות אחד תומך בדוד היא : $1-0.7^5=0.8319$
תשובה: ההסתברות היא 0.8319 **.**

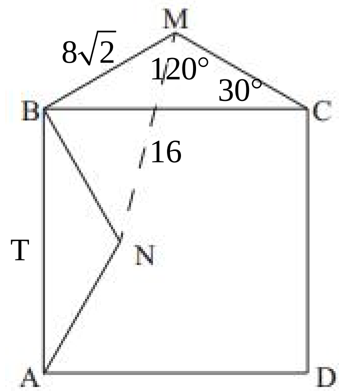


<u>נתונים</u>

1. BC **משיק ב-** B **2.** CD **משיק ב-** D **3.** AB **קוטר במעגל**

צ"ל: א. $\sphericalangle DCB = 2\cdot\sphericalangle E$ **ב** $BD^2 = AD\cdot DE$ **ג.** DC **תיכון ב-** ΔBDE

הסבר		טענה	נימוק
1	4	BC משיק ב- B	נתון
2	5	CD משיק ב- D	נתון
4, 5	6	$CD = CB$	שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה
6	7	$\sphericalangle CDB = \sphericalangle CBD = \sim$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ב- ΔBDC וסימון
4, 7	8	$\sphericalangle A = \sphericalangle CBD = \sim$	זוויות בין משיק למיתר וכלל המעבר
3	9	AB קוטר במעגל	נתון
9	10	$\sphericalangle ABE = 90°$	הקוטר מאונך למשיק בנקודת ההשקה
8, 10	11	$\sphericalangle E = 90° - \sim$	סכום זוויות $180°$ ΔABE
7	12	$\sphericalangle DCB = 180° - 2\sim$	סכום זוויות $180°$ ΔBDC
11, 12	13	$\sphericalangle DCB = 2\cdot\sphericalangle E$	חישוב
		מ.ש.ל. א	
9	14	$\sphericalangle BDA = 90°$	זווית היקפית הנשענת על הקוטר היא ישרה
10, 14	15	$BD^2 = AD\cdot DE$	הגובה ליתר שווה למכפלת ההיטלים שלו על היתר (הערה – ניתן גם להראות כי $\Delta ABD \sim \Delta BED$)
		מ.ש.ל. ב	
7, 14	16	$\sphericalangle EDC = 90° - \sim$	זווית שטוחה שווה ל- $180°$
11, 16	17	$\sphericalangle EDC = \sphericalangle E$	כלל המעבר
17	18	$CD = CE$	מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ב- ΔDEC
6, 18	19	$CD = CE = CB$	כלל המעבר
19	20	DC תיכון ב- ΔBDE	חוצה את הצלע BE
		מ.ש.ל. ג	



נתונים

1. ΔMBC **שווה שוקיים ב-** $(MC = MB)$

2. $ABCD$ **ריבוע**

3. $\Delta NBA \cong \Delta MBC$ **בהתאמה (על-פי סדר קדקודים)**

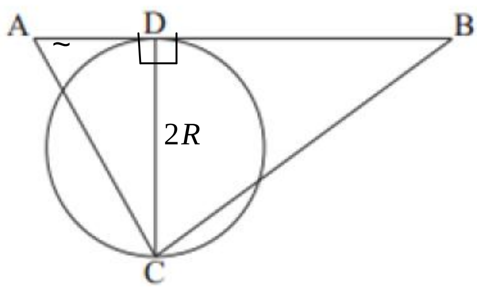
עבור ג: 4. $MN = 16$ **ס"מ** **5.** $\measuredangle BMC = 120°$

צ"ל: א. $\measuredangle MBN = 90°$ **ב** $\measuredangle BMN = \measuredangle BNM$ **ג. צלע הריבוע**

הסבר		טענה	נימוק
3	6	$\Delta NBA \cong \Delta MBC$ בהתאמה	נתון
6	7	$\measuredangle MBC = \measuredangle NBA$	זוויות מתאימות במשולשים חופפים
2	8	$ABCD$ ריבוע	נתון
8	9	$\measuredangle ABC = 90°$	זוויות הריבוע ישרות
9	10	$\measuredangle NBC = 90° - \measuredangle NBA$	הפרש זוויות
10	11	$\measuredangle MBN = 90° - \measuredangle NBA + \measuredangle MBC$	סכום זוויות
7, 11	12	$\measuredangle MBN = 90°$	הצבה וחישוב
מ.ש.ל. א			
6	13	$NB = MB$	צלעות מתאימות במשולשים חופפים
13	14	$\measuredangle BMN = \measuredangle BNM$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔMBN
מ.ש.ל. ב			
4	15	$MN = 16$ ס"מ	נתון
12, 13, 15	16	$BM = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$ ס"מ	משפט פיתגורס ב- ΔMBN שווה שוקיים וישר זווית
5	17	$\measuredangle BMC = 120°$	נתון
1	18	ΔMBC שווה שוקיים	נתון
17, 18	19	$\measuredangle MCB = 30°$	זווית בסיס שוות במשולש שווה שוקיים ΔMBC וסכום זוויות $180°$
16, 17, 19	20	$\frac{BC}{\sin 120°} = \frac{BM}{\sin 30°}$ $BC = \frac{8\sqrt{2}\sin 120°}{\sin 30°}$ $BC = 8\sqrt{6}\,cm$	משפט סינוסים ΔBMC (הערה – ניתן גם לעבוד עם משפט פיתגורס , לאחר הורדת גובה לצלע BC במשולש $30°, 60°, 90°$)
מ.ש.ל. ג			

א. $\sphericalangle BAC = \sim$, $\sphericalangle ABC = $ **(נתון).**

AB **משיק בנקודה** D **למעגל, שקוטרו** CD **ולכן מאונך לקוטר.**



ΔBDC

$$tg \quad = \frac{DC}{DB}$$

$$\boxed{DB = \frac{2R}{tg}}$$

ΔADC

$$tg\sim = \frac{DC}{AD}$$

$$\boxed{DB = \frac{2R}{tg\sim}}$$

$$AB = AD + BD$$

$$AB = \frac{2Rtg \quad + 2Rtg\sim}{tg\sim tg}$$

$$\boxed{AB = \frac{2R(tg \quad + tg\sim)}{tg\sim \; tg}}$$

תשובה: $AB = \frac{2R(tg \quad + tg\sim)}{tg\sim \; tg}$ **.**

ב. **נתון כי** $\quad = \sim$ **ושטח המשולש** ABC **הוא** $4R^2$ **.**

<u>דרך פתרון ראשונה</u>

ΔABC **שווה שוקיים.**

DC **הוא גובה לבסיס** AB **ולכן גם תיכון.**

$$S_{\Delta ABC} = 4R^2$$

$$4R^2 = \frac{AB \cdot DC}{2}$$

$$8R^2 = 2R \cdot DC \quad / : 2R$$

$$\boxed{DC = 4R}$$

מתקבל שהתיכון שווה למחצית הצלע,

אותה הוא חוצה. לכן, המשולש ישר זווית

על פי המשפט ההפוך לתיכון ליתר.

$$\boxed{\sphericalangle ACB = 90^\circ}$$

<u>דרך פתרון שנייה</u>

$$AB = \frac{2R(tg\sim + tg\sim)}{tg\sim \; tg\sim} = \frac{2R \cdot 2tg\sim}{tg^2\sim} = \frac{4R}{tg\sim}$$

$$S_{\Delta ABC} = 4R^2$$

$$4R^2 = \frac{AB \cdot DC}{2}$$

$$8R^2 = AB \cdot DC$$

$$8R^2 = \frac{4R}{tg\sim} \cdot 2R$$

$$8R^2 = \frac{8R^2}{tg\sim} \quad / : 4R^2 > 0$$

$$1 = \frac{1}{tg\sim}$$

$$tg\sim = 1$$

$$\sim = 45^\circ$$

$$\sphericalangle ACB = 180^\circ - 2 \cdot 45^\circ$$

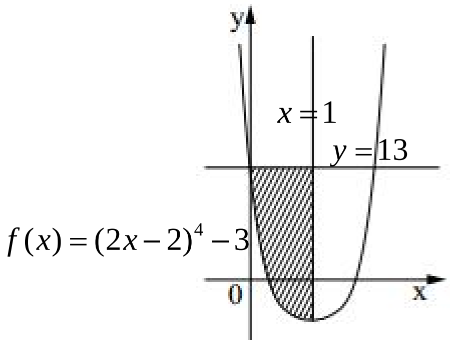
$$\boxed{\sphericalangle ACB = 90^\circ}$$

תשובה: $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ **.**

א. נתונה הפונקציה: $f(x)=(2x-2)^4-3$.

תשובה: תחום ההגדרה כל x .

ב. נמצא את שיעור ה- x **של נקודת המינימום.**



$f'(x)=4(2x-2)^3\cdot 2$

$\boxed{f'(x)=8(2x-2)^3}$

$0=2x-2$

$x=1$

$\left.\begin{array}{l} f'(0)=8(2\cdot 0-0)^3<0 \\ f'(2)=8(2\cdot 2-2)^3>0 \end{array}\right\} Min$

ובהתאם משוואת האנך היא $x=1$.

(הערה – *לא* חובה להוכיח מינימום כי הגרף נתון.)

בנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$.

$f(0)=(2\cdot 0-2)^4-3=13$.

ובהתאם משוואת הישר המקביל לציר ה- x **היא** $y=13$.

תשובה: $x=1$ **,** $y=13$.

ג. הפרש הפונקציות: $13-((2x-2)^4-3)=13-(2x-2)^4+3=16-(2x-2)^4$

$S=\int_0^1 (16-(2x-2)^4\ )dx$

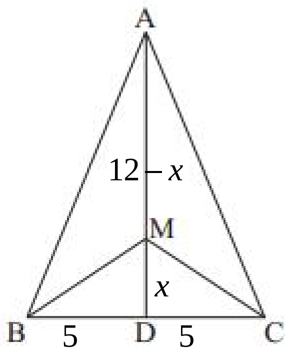
$S=(16x-\frac{(2x-2)^5}{2\cdot 5}\Big]_0^1$

$\left.\begin{array}{l} x=1 \quad 16\cdot 1-\frac{(2\cdot 1-2)^5}{10}=16 \\ x=0 \quad 16\cdot 0-\frac{(2\cdot 0-2)^5}{10}=3.2 \end{array}\right\} S=16-3.2$

$\boxed{S=12.8}$

תשובה: גודל השטח 12.8 .

א. הפונקציה שיש להביא למקסימום היא סכום הקטעים $AM+MB+MC$.



אורך הגובה לבסיס 12 ס"מ $= AD$,

ולכן הוא גם תיכון לבסיס במשולש שווה שוקיים ABC .

$\Delta CDM \cong \Delta BDM$ על פי משפט חפיפה צלע זווית צלע, ולכן $MB = MC$.

אורך הבסיס 10 ס"מ $= AD$, ולכן 5 ס"מ $DC = DB =$.

נסמן $MD = x$ ובהתאם $AM = 12 - x$.

על פי משפט פיתגורס ב- ΔCDM מתקיים: $MC = \sqrt{x^2+25}$

ולכן מתקיים גם $MB = \sqrt{x^2+25}$.

פונקציית סכום הקטעים היא: $\boxed{f(x) = 12 - x + 2\sqrt{x^2+25}}$

$$f'(x) = -1 + \frac{2 \cdot 2x}{2\sqrt{x^2+25}}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{-\sqrt{x^2+25}+2x}{\sqrt{x^2+5}}}$$

$$-\sqrt{x^2+25}+2x = 0$$

$$2x = \sqrt{x^2+25} \quad \rightarrow (2x)^2 = x^2+25$$

$$4x^2 = x^2+25 \quad \rightarrow$$

$$3x^2 = 25$$

$$\boxed{x = \frac{5}{\sqrt{3}}} \quad (x>0) \quad \text{test}: -\sqrt{(\frac{5}{\sqrt{3}})^2+25}+2\cdot\frac{5}{\sqrt{3}} = 0 \quad \rightarrow 0 = 0 \quad o.k.$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(2) = \dfrac{-\sqrt{2^2+25}+2\cdot 2}{+} = -1.38 < 0 \\ f'(3) = \dfrac{-\sqrt{3^2+25}+2\cdot 3}{+} = 0.17 > 0 \end{array}\right\} Min$$

תשובה: $x = \frac{5}{\sqrt{3}}$, עבורו סכום הקטעים $AM+MB+MC$ הוא מינימלי.

ב. עבור $x = \frac{5}{\sqrt{3}}$, כאשר MD הוא גם חוצה זווית הראש ב- ΔBMC .

$\underline{\Delta MDC}$

$$tg\measuredangle DMC = \frac{DC}{DM} = \frac{5}{5/\sqrt{3}} = \sqrt{3} \quad \rightarrow \measuredangle DMC = 60^\circ$$

$$\boxed{\measuredangle BMC = 120^\circ}$$

תשובה: $\measuredangle BMC = 120^\circ$

א. נתונה פונקציית הנגזרת: $\boxed{f'(x)=x-\frac{16}{x^3}}$ $x\neq 0$.

(1) נמצא את שיעורי ה- x **של נקודות הקיצון של הפונקציה** $f(x)$

$$0=x-\frac{16}{x^3}$$

$$0=x^4-16$$

$$16=x^4$$

$$x=\pm 2$$

$$f''(x)=1-\frac{16\cdot 3x^2}{x^6}=1-\frac{48}{x^4}$$

$$f''(2)=f''(-2)=1-\frac{48}{16}>0 \quad \rightarrow Min$$

תשובה: $x=\pm 2$ **מינימום.**

(2) נתון כי שיעור ה- y **של נקודות הקיצון של** $f(x)$ **הוא** 4 **, לכן** $f(2)=4$.

$$f(x)=\int (x-\frac{16}{x^3})\,dx$$

$$f(x)=\int (x-16x^{-3})\,dx$$

$$f(x)=\frac{x^2}{2}-\frac{16x^{-2}}{-2}+c=\frac{x^2}{2}+\frac{8}{x^2}+c$$

$$4=\frac{2^2}{2}+\frac{8}{2^2}+c \quad \rightarrow c=0$$

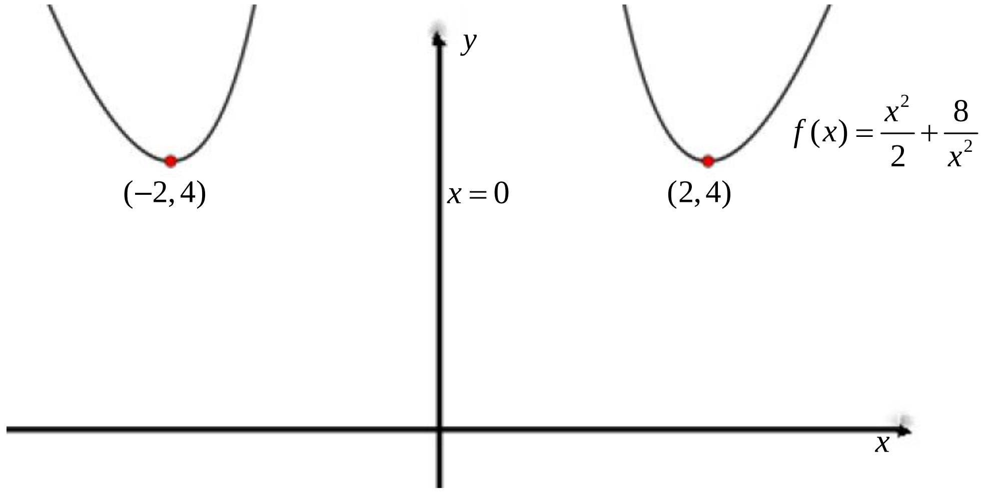
$$\boxed{f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{8}{x^2}}$$

תשובה: $f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{8}{x^2}$.

ב. (1) $x=0$ **מאפס את המונה ולא את המכנה לכן הישר** $x=0$ **מהווה אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $x=0$.

על פי שיעורי נקודות הקיצון $(2,4)$ **ו-** $(-2,4)$ **והאסימפטוטה האנכית** $x=0$.



(2) נתון כי לפונקצית הנגזרת $f'(x)=x-\frac{16}{x^3}$ **אין נקודות קיצון.**

$x=0$ **אסימפטוטה אנכית גם לגרף הנגזרת.**

על פי תחומי העלייה והירידה של $f(x)$ **ידוע כי:**

$f'(x)>0$ **כאשר** $f(x)$ **עולה, כלומר עבור** $x>2$ **או** $-2<x<0$

$f'(x)<0$ **כאשר** $f(x)$ **יורדת, כלומר עבור** $0<x<2$ **או** $x<-2$