**א. נתון כי** $a_1 \cdot a_4 = (a_2)^2$ **בסדרה חשבונית עולה.**

$$a_1 \cdot (a+3d)_1 = (a_1+d)^2$$
$$a_1^2 + 3a_1d = a_1^2 + 2a_1d + d^2$$
$$a_1d = d^2 \quad / : d > 0$$
$$\boxed{a_1 = d}$$

**תשובה: הוכַח.**

**ב. (1) בסדרה החשבונית נתון גם כי :** $a_4, a_6, a_9$ **מהווים שלושה איברים ראשונים בסדרה הנדסית,**

**שבה** $a_4$ **הוא האיבר הראשון.**

**לכן:** $q = \frac{a_6}{a_4}$

$$q = \frac{a_1+5d}{a_1+3d}$$
$$q = \frac{d+5d}{d+3d} \quad \leftarrow a_1 = d$$
$$\boxed{q = 1.5}$$

**תשובה: מנת הסדרה היא** $1.5$ **.**

**(2) נסמן את האיבר הראשון מבין שלושת האיברים ב-** $x$ **, כלומר** $a_4 = x$ **.**

**לכן שלושת האיברים הם** $x, 1.5x, 2.25x$ **(** $1.5^2 = 2.25$ **)**

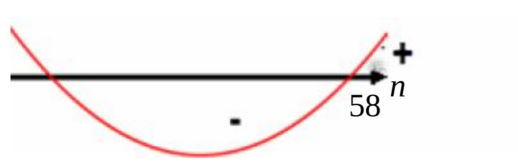
**סכום שלושת האיברים הוא** $133$ **ולכן:** $x = 28 \leftarrow x = 4.75x = 133 \leftarrow x + 1.5x + 2.25x = 133$

**אם כך:** $a_4 = 28$ **, כלומר** $\boxed{d=7} \leftarrow 4d = 28 \leftarrow a_1 + 3d = 28$

**תשובה: הפרש הסדרה החשבונית הוא** $7$**.**

**(3) בסדרה החשבונית** $a_1 = d = 7$ **,** $S_n > 11,977$ **.**

$$\frac{n(2\cdot 7 + 7\cdot(n-1))}{2} > 11977$$
$$n(7+7n) > 23954$$
$$7n^2 + 7n - 23954 > 0$$
$$n_{1,2} = \frac{-7 \pm 819}{14} \quad n = 58$$




**הפתרון השני שלילי ולכן נפסל. מתקבלת פרבולה בעלת מינימום, ולכן** $n > 58$ **.**

**תשובה: ה-** $n$ **הקטן ביותר המקיים את אי השוויון הוא** $59$**.**

א. (1) בסיס הפירמידה ABCDE הוא ריבוע, שאורך צלעו $a$.

OE קטע אמצעים ב- $\Delta ABC$ ולכן $OE=\frac{a}{2}$ .

OE הוא ההיטל לבסיס של SE ולכן $\sphericalangle SEO=75°$ .

$\underline{\Delta ESO}$

$$\cos 75°=\frac{OE}{SE}$$

$$SE=\frac{a}{2\cos 75°}$$

$$\boxed{SE=1.932a}$$

**תשובה:** $SE=1.932a$ .

(2) SE הוא תיכון לבסיס BC בפאה הצדדית, שהיא משולש שווה שוקיים ולכן גם גובה ל- BC.

נחשב שטח של פאה אחת ונכפול פי 4 כי כל הפאות הצדדיות חופפות בפירמידה ריבועית.

$$S_{\Delta SBC}=\frac{BC\cdot SE}{2}$$

$$S_{\Delta SBC}=\frac{a\cdot 1.932a}{2}$$

$$S_{\Delta SBC}=0.9659a^2$$

$$\boxed{M=3.8637a^2}$$

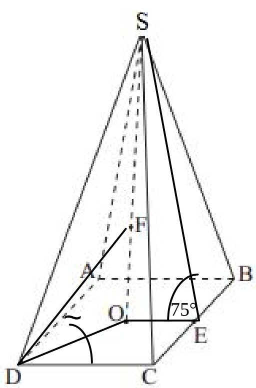
**תשובה:** שטח המעטפת הוא $3.8637a^2$ .

ב. על פי משפט פיתגורס, ב- $\Delta SEO$ :

$$(SO)^2=(1.932a)^2-(0.5a)^2$$

$$SO=1.8662a \quad /:3$$

$$FO=0.6221a$$




כיוון שהאלכסונים בריבוע חוצים זה את זה, ושווים זה לזה

הרי ש- $DO=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ , על ידי משפט פיתגורס ב- $\Delta DBC$ .

DO הוא ההיטל לבסיס של המקצוע הצדדי DF ולכן $\sphericalangle FDO=?$ .

$\underline{\Delta FDO}$

$$\tan\sim=\frac{FO}{DO}$$

$$\tan\sim=\frac{0.6221a}{a\sqrt{2}/2}$$

$$\boxed{\sim=41.34°}$$

**תשובה:** הזווית בין מקצוע צדדי לבסיס בפירמידה SABCD היא בת $41.34°$.

**נוסחת הגידול והדעיכה: $M_t = M_0 \cdot q^t$ , כאשר $M_0$ - הכמות ההתחלתית**

**$q$ הוא גורם הגידול, $M_t$ הכמות לאחר זמן $t$ .**

**יובל הפקיד $10,000$ שקל בריבית חודשית של $2\%$ , $q = \frac{100+2}{100} = 1.02$ .**

**לכן, לאחר $12$ חודשים (שנה אחת) יהיו בחשבונו שבבנק $12,682.42$ שקל $= 10,000 \cdot 1.02^{12}$ שקל.**

**יובל משך $5,000$ שקל ולכן לקראת המשך החיסכון עמדו לרשותו $7,682.42$ שקל.**

**נמצא כמה זמן יעבור עד ששוב יהיו בחשבונו של יובל $10,000$ שקל.**

$$10,000 = 7,682.42 \cdot 1.02^t \quad / : 7,682.42$$
$$1.3017 = 1.02^t$$
$$\ell n 1.3017 = \ell n 1.02^t$$
$$\ell n 1.3017 = t \ell n 1.02$$
$$\frac{\ell n 1.3017}{\ell n 1.02} = t$$
$$\boxed{t = 13.31}$$

**ניתן גם**

$$1.3017 = 1.02^t$$
$$t = \ell og_{1.02} 1.3017$$
$$t = \frac{\ell og 1.3017}{\ell og 1.02} = 13.31$$

**תשובה לאחר $13.31$ חודשים שוב יהיו בחשבונו של יובל $10,000$ שקל.**

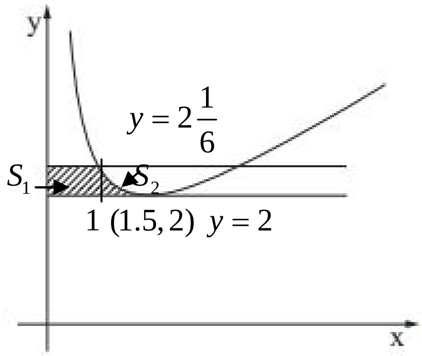
א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{3}{2x}+\frac{2x}{3}$ בתחום $x>0$ . נמצא את שיעורי נקודת הקיצון.

$$f'(x)=-\frac{3}{2x^2}+\frac{2}{3}$$

$$0=-\frac{3}{2x^2}+\frac{2}{3} \quad \to 0=-9+4x^2$$

$$x=1.5 \quad \leftarrow x>0$$

$$f''(x)=+\frac{6x}{2x^4} \quad \to f''(1.5)=\frac{6\cdot 1.5}{2\cdot 1.5^4}>0 \quad \to Min$$




נמצא את שיעור ה- $y$ : $f(1.5)=\frac{3}{2\cdot 1.5}+\frac{2\cdot 1.5}{3}=2$ ,

לכן נקודת המינימום היא $(1.5,2)$ ומשוואת המשיק היא $y=2$ .

נמצא את שיעור ה- $x$ של נקודת החיתוך בין הפונקציה לישר $y=2\frac{1}{6}$ .

$$2\frac{1}{6}=\frac{3}{2x}+\frac{2x}{3} \quad /:6x \quad \to 13x=9+4x^2$$

$$4x^2-13x+9=0 \quad \to x_{1,2}=\frac{13\pm 5}{8} \quad \to x=2.25,1$$

ולכן $x=1$ , כי נקודה זו קרובה יותר לציר ה- $y$ .

נחלק את השטח המבוקש לשני חלקים.

משמאל $S_1$ שטח של מלבן, שרוחבו $2\frac{1}{6}-2=\frac{1}{6}$ ואורכו $1-0=1$ . ובהתאם שטחו: $1\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$ .

מימין השטח שבין הפונקציה, והמשיק בתחום $1\le x\le 1.5$ .

$$S_2=\int_1^{1.5}\left(\frac{3}{2x}+\frac{2x}{3}-2\right)dx$$

$$S_2=\frac{3\ell n|2x|}{2}+\frac{x^2}{3}-2x\Big]_1^{1.5}$$

$$S_2=\left(\frac{3\ell n|2\cdot 1.5|}{2}+\frac{1.5^2}{3}-2\cdot 1.5\right)-\left(\frac{3\ell n|2\cdot 1|}{2}+\frac{1^2}{3}-2\cdot 1\right)$$

$$S_2=(1.5\ell n3-\frac{9}{4})-(1.5\ell n2-\frac{5}{3})=-0.602-(-0.6269)$$

$$S_2=1.5\ell n1.5-\frac{7}{12}\approx 0.02486 \quad \to S=0.02486+\frac{1}{6}=0.1915$$

תשובה: השטח המבוקש הוא $1.5\ell n1.5-\frac{5}{12}\approx 0.1915$ .

**א. נתונה הפונקציה** $f(x)=-2\cos(2x)+a$ **בתחום** $0\le x\le\frac{5}{6}\pi$ **,** $0<a<2$ **פרמטר.**

**נקודות הקצה:** $(0,a-2)$ **,** $(\frac{5\pi}{6},a-1)$**.**

$$\boxed{f'(x)=4\sin 2x}$$

$$\sin 2x=0$$

$$2x=\pi k$$

$$x=\frac{\pi}{2}k$$

$$k=0\quad\rightarrow x=0\quad\rightarrow edge$$

$$k=1\quad\rightarrow x=\frac{\pi}{2}\quad\rightarrow f(\frac{\pi}{2})=-2\cos(2\cdot\frac{\pi}{2})+\mathrm{a}=a+2\quad\rightarrow(\frac{\pi}{2},a+2)$$

**נמצא את שיעורי נקודת המינימום והמקסימום המוחלט, בעזרת ערכי הפונקציה**:

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\frac{5\pi}{6}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $a-2$ | | $a+2$ | | $a-1$ |
| **מסקנה** | Min | ↗ | Max | ↘ | Min |

**ערכי הפונקציה בנקודות הקיצון, מקטן לגדול :** $a-2<a-1<a+2$ **.**

**תשובה:** $(0,\,a-2)$**מינימום מוחלט ,** $(\frac{\pi}{2},a+2)$ **מקסימום מוחלט.**

**ב. הישר** $y=3$ **משיק לגרף הפונקציה. שיפועו** $0$ **ולכן קיימים, שני** $x$**-ים בתחום**

**בהם הנגזרת מתאפסת.** $x=0$ **ו-** $x=\frac{\pi}{2}$ **.**

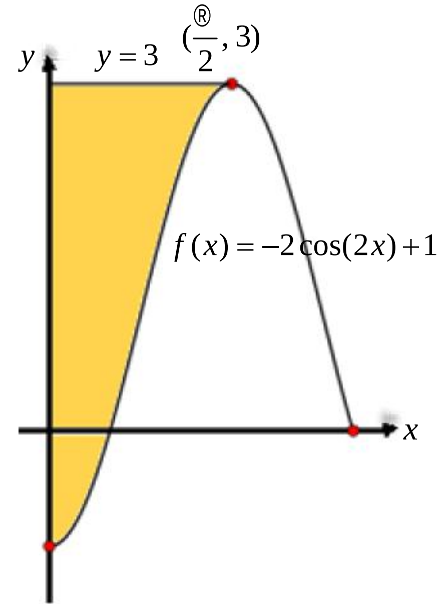
**עבור** $x=0$ **המשיק הוא חד-צדדי (כי הפונקציה מוגדרת עבור** $0\le x\le\frac{5}{6}\pi$**).**

**במקרה זה** $a-2=3$ **ובמקרה זה** $a=5$ **נפסל כי** $0<a<2$**.**

**עבור** $x=\frac{\pi}{2}$ **נקבל ש-** $a+2=3$ **ו-** $a=1$ **, מתאים.**

**תשובה:** $a=1$**.**

**ג. נציב** $a=1$ **ונסרטט סקיצה של גרף הפונקציה** $f(x)=-2\cos(2x)+1$ .




**ד. נחשב את גודל השטח (הצהוב).**

**הפרש פונקציות:**

$$3-(-2\cos(2x)+1)=3+2\cos(2x)-1=2+2\cos(2x)$$

$$S=\int_0^{\frac{®}{2}}(2+2\cos(2x))\,dx$$

$$S=(2x+\frac{2\sin 2x}{2})\Big]_0^{\frac{®}{2}}$$

$$S=(2\cdot\frac{®}{2}+\sin(\frac{2®}{2}))-(2\cdot 0+\sin(0))$$

$$S=(®)-(0)$$

$$\boxed{S=®}$$

**תשובה: גודל השטח הוא** ® **.**

**א. נתונה הפונקציה** $f(x)=(a-3x)e^{3x}$

**תשובה: תחום ההגדרה כל** $x$ **.**

**ב. שיעור ה-** $x$ **בנקודת הקיצון הוא** $1$ **, לכן** $f'(1)=0$ **.**

$$f'(x)=-3e^{3x}+(a-3x)\cdot 3e^{3x}$$
$$0=-3e^{3}+(a-3)3e^{3} \quad /:3e^{3}>0$$
$$0=-1+a-3$$
$$\boxed{a=4}$$

**תשובה:** $a=4$ **.**

**ג. נציב** $a=4$ **ונקבל** $f(x)=(4-3x)e^{3x}$

**שתי הצבות במחשבון ומסקנות:** $f(10)=-2.78\cdot 10^{14}\to -\infty$ , $f(-10)=3.18\cdot 10^{-12}\to +0,$ **,**

**לכן** $y=0$ **אסימפטוטה אופקית עבור** $x\to -\infty$ **.**

**(1) נמצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.**

$$f'(x)=-3e^{3x}+(4-3x)\cdot 3e^{3x}$$
$$f'(x)=3e^{3x}(-1+4-3x)$$
$$f'(x)=3e^{3x}(3-3x)$$
$$0=3-3x \quad (3e^{3x}>0)$$
$$x=1 \quad \to y=(4-3\cdot 1)e^{3\cdot 1}=e^{3}$$
$$\left.\begin{array}{l} f'(0)=(+)\cdot(3-3\cdot 0)>0 \\ f'(2)=(+)\cdot(3-3\cdot 2)<0 \end{array}\right\}(1,e^{3})\ Max$$

**תשובה:** $x>1$ **ירידה ,** $x<1$ **עלייה.**

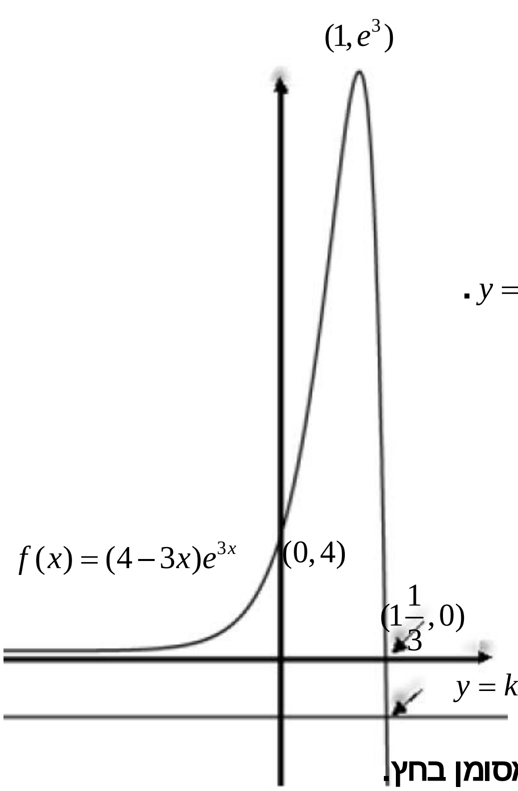
**(2) בנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-** $y$

**מתקיים** $x=0$ **ונקבל** $(0,4)$ $y=(4-3\cdot 0)e^{3\cdot 0}=4 \to$ **.**

**בנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-** $x$ **מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=(4-3x)e^{3x} \quad /:e^{3x}>0$$
$$0=4-3x$$
$$x=1\frac{1}{3} \quad \to (1\frac{1}{3},0)$$

**תשובה:** $(0,4)$ , $(1\frac{1}{3},0)$ **.**




**(3) הסקיצה המתאימה משמאל.**

**ד. הישר** $y=k$ **מקביל לציר ה-** $x$ **או מתלכד עימו.**

**עבור** $k\le 0$ **הישר חותך את גרף הפונקציה פעם אחת בלבד, כמסומן בחץ.**

**תשובה: פעם אחת.**