א. x - השכר הבסיסי של הפועל לפני השינויים.

y - התוספות הקבועות.

בסך הכול שכרו בחודש הוא $6,600$ שקלים והמשוואה המתאימה היא $x+y=6600$.

בחודש מסוים השכר החודשי גדל ב- 15% ולכן הגיע ל- $\frac{100+15}{100}\cdot x=\frac{115}{100}\cdot x=1.15x$.

באותו חודש קטנו התוספות הקבועות ב- 10% ולכן הגיעו ל- $\frac{100-10}{100}\cdot y=\frac{90}{100}\cdot y=0.9y$.

בסך הכול שכרו בחודש מסוים זה היה $7,440$ שקלים והמשוואה המתאימה היא $1.15x+0.9y=7440$.

נמצא את ערכו של x , באמצעות מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} x+y=6600 \quad \to \boxed{y=6600-x} \\ 1.15x+0.9y=7440 \end{cases}$$

$$1.15x+0.9(6600-x)=7440$$

$$1.15x+5940-0.9x=7440$$

$$0.25x=1500 \quad /:0.25$$

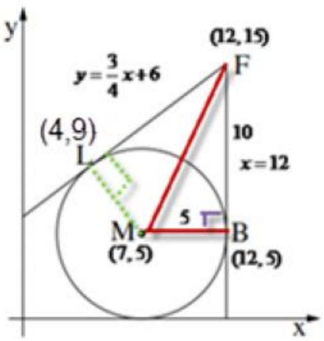
$$\boxed{x=6000}$$

תשובה: השכר הבסיסי של הפועל לפני השינויים היה $6,000$ שקלים.

א. (1) נתונה משוואת המעגל $(x-7)^2+(y-5)^2=25$ **(שמרכזו** $M(7,5)$ **ורדיוסו** 5 **)**

נתון כי $x_L=4$ **. נציב** $x=4$ **במשוואת המעגל.**

$$(4-7)^2+(y-5)^2=25$$
$$9+(y-5)(y-5)=25$$
$$9+y^2-5y-5y+25=25$$
$$y^2-10y+9=0$$
$$y_{1,2}=\frac{10\pm8}{2}$$
$$y_L=9\ \to L(4,9),\quad \cancel{y_L=1}\ \leftarrow y_L>1$$



$$m_{ML}=\frac{9-5}{4-7}=\frac{4}{-3}=-1\frac{1}{3}$$

תשובה: $m_{ML}=-1\frac{1}{3}$ **.**

(2) המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה, לכן : $m_{LF}\cdot m_{ML}=-1$ **, כלומר** $m_{LF}=\frac{-1}{-1\frac{1}{3}}=\frac{3}{4}$

$$L(4,9)\,,\,m_{LF}=\frac{3}{4}\to\ .\ y-9=\frac{3}{4}(x-4)\quad\to\boxed{y=\frac{3}{4}x+6}$$

תשובה: משוואת המשיק בנקודה L **היא** $y=\frac{3}{4}x+6$ **.**

ב. (1) נציב $x=12$ **במשוואת המשיק** $y=\frac{3}{4}x+6$ **.**

$$.\ y=\frac{3}{4}\cdot12+6=15\quad\to\boxed{F(12,15)}$$

תשובה: $F(12,15)$ **.**

(2) ΔFMB **הוא ישר זווית, כי הרדיוס** MB **מאונך למשיק** $x=12$ **.**

כיוון שהמשיק $x=12$ **מאונך לציר ה-** x **, הרי שהרדיוס** MB **מקביל לציר ה-** x **.**

בהתאם: $x_B=12$ **ו-** $y_B=y_M=5$ **(** $B(12,5)$ **) ואורכי הניצבים הם:** $BM=R=5,\quad BF=15-5=10$ **.**

$$S_{\Delta FMB}=\frac{BF\cdot BM}{2}=\frac{10\cdot5}{2}=25$$

תשובה:שטח המשולש FMB **הוא** 25 **.**

א. נתונים שני ישרים: $y=2x+10$ **, שיפועו** 2 **ולכן הוא עולה וחותך את ציר ה-** y **בנקודה** $(0,10)$**.**

$y=2x+30$ **, שיפועו** 2 **ולכן הוא עולה וחותך את ציר ה-** y **בנקודה** $(0,30)$**.**

בהתאם משוואת הישר I **היא** $y=2x+30$ **(חותך ציר** y **גבוה יותר) ומשוואת הישר** II **היא** $y=2x+10$ **.**

תשובה: משוואת הישר I **היא** $y=2x+30$ **, משוואת הישר** II **היא** $y=2x+10$ **.**

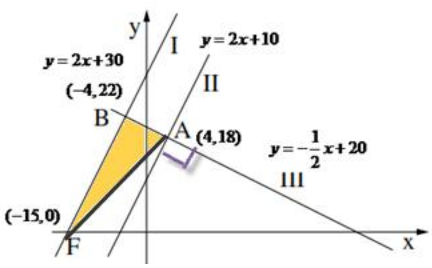
ב. דרך הנקודה A **העבירו ישר** III **המאונך לישר** $y=2x+10$ **, ולכן השיפוע של האנך הופכי לנגדי.**

$$x_{\text{A}}=4 \quad \to y_{\text{A}}=2\cdot 4+10=18 \quad \to \text{A}(4,18)$$

$$m_{\text{II}}m_{\text{III}}=-1 \quad \to 2m_{\text{III}}=-1 \quad \to m_{\text{III}}=-\frac{1}{2}$$

$$\text{A}(4,18)\,,\, m_{\text{III}}=-\frac{1}{2}\to \quad .\; y-18=-\frac{1}{2}(x-4) \quad \to \boxed{y=-\frac{1}{2}x+20}$$

תשובה: משוואת הישר III **היא** $y=-\frac{1}{2}x+20$ **.**



ג. (1) הישרים I **ו-** II **מקבילים זה לזה כי שיפועיהם שווים (** $m_{\text{I}}=m_{\text{II}}=2$ **)**

לכן, אם ישר III **מאונך לישר** II **אז הוא מאונך גם לישר** I**.**

או $m_{\text{I}}\cdot m_{\text{III}}=2\cdot(-0.5)=-1$ **ולכן על פי תנאי ניצבות הישרים מאונכים.**

(2) ΔFBA **הוא ישר זווית,** $\text{AB}\perp\text{BF}$ **(על פי הסעיף הקודם).**

בנקודת החיתוך של הישר I $y=2x+30$ **עם ציר ה-** x **, מתקיים** $y=0$ **,**

$$0=2x+30$$
$$-2x=30$$
$$x=-15 \quad \to \text{F}(-15,0)$$

נמצא את נקודת החיתוך בין הישר I $y=2x+30$ **לבין הישר** III $y=-\frac{1}{2}x+20$ **.**

$$2x+30=-\frac{1}{2}x+20$$
$$2.5x=-10 \quad /:2.5$$
$$\left.\begin{array}{l} x=-4 \\ y=2\cdot(-4)+30=22 \end{array}\right\} \boxed{\text{B}(-4,22)}$$

$$\text{AB}=\sqrt{(-4-4)^2+(22-18)^2}=\sqrt{80}$$
$$\text{FB}=\sqrt{(-4-(-15))^2+(22-0)^2}=\sqrt{605}$$

$$S_{\Delta\text{FBA}}=\frac{\text{AB}\cdot\text{FB}}{2}=\frac{\sqrt{80}\cdot\sqrt{605}}{2}=110$$

תשובה:שטח המשולש FBA **הוא** 110**.**

א. נמצא את שיעורי הנקודה C **שעל הפונקציה** $f(x)=x^3+1$ **בה שיפוע המשיק** $f'(x_C)=3$.

$$\boxed{f'(x)=3x^2}$$
$$3=3x^2 \quad /:3$$
$$1=x^2$$
$$x=\pm1,\quad x_C>1 \quad \to \boxed{C(1,2)} \quad \leftarrow y=1^3+1=2$$

תשובה: $C(1,2)$.

ב. הישר $y=3x+3$ **חותך את ציר ה-** y **בנקודה** B **, לכן** $x_B=0$ **ו-** $B(0,3)$.

גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x **בנקודה** A **, לכן** $y_A=0$ **ו-** $A(-1,0) \leftarrow x=-1 \leftarrow x^3=-1 \leftarrow 0=x^3+1$.

$$m_{BC}=\frac{3-2}{0-1}=\frac{1}{-1}=-1$$,

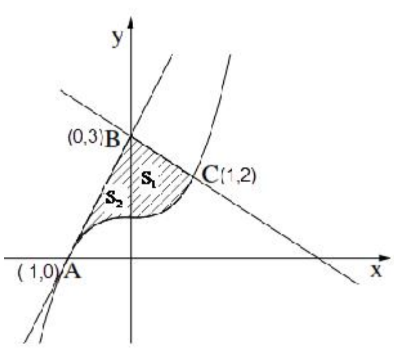
ולכן משוואת הישר BC **היא** $y=-x+3 \leftarrow y-3=-1(x-0)$

תשובה: $B(0,3)$ **, משוואת הישר** BC **היא** $y=-x+3$.

ג. נחשב את השטח על ידי חלוקתו לשני שטחים, כאשר ציר ה- y **מפריד ביניהם.**

S_1 **- הפרש פונקציות:** $-x+3-(x^3+1)=-x+3-x^3-1=-x+2-x^3$.

$$S_1=\int_0^1(-x+2-x^3)\,dx$$
$$S_1=-\frac{x^2}{2}+2x-\frac{x^4}{4}\Big]_0^1$$
$$S_1=(-\frac{1^2}{2}+2\cdot1-\frac{1^4}{4})-(-\frac{0^2}{2}+2\cdot0-\frac{0^4}{4})$$
$$S_1=1.25-(0) \quad \to \boxed{S_1=1.25}$$



S_2 **- הפרש פונקציות:** $3x+3-(x^3+1)=3x+3-x^3-1=3x+2-x^3$.

$$S_2=\int_{-1}^0(3x+2-x^3)\,dx$$
$$S_2=\frac{3x^2}{2}+2x-\frac{x^4}{4}\Big]_0^1$$
$$S_2=(\frac{3\cdot0^2}{2}+2\cdot0-\frac{0^4}{4})-(\frac{3\cdot(-1)^2}{2}+2\cdot(-1)-\frac{(-1)^4}{4})$$
$$S_2=0-(-0.75) \quad \to \boxed{S_2=0.75}$$

ולכן סכום השטחים הוא: $1.25+0.75=2$

תשובה: גודל השטח הוא 2 **יח"ר** .

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x+\frac{4}{x^2}$ **.**

תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: תחום הגדרה הוא $x\neq 0$ **.**

ב. תשובה: $x=0$ **.**

ג. נמצא את נקודת הקיצון ואת סוגה.

נגזור על פי *נגזרת של מכפלה, כפי שרשומה בנוסחאון* **:** $\left[f(x)\cdot g(x)\right]=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$

$$f(x)=x+\frac{4}{x^2}\quad\rightarrow f(x)=x+\frac{4}{x}\cdot\frac{1}{x}$$

$$f'(x)=1+(-\frac{4}{x^2}\cdot\frac{1}{x}+\frac{4}{x}\cdot-\frac{1}{x^2})$$

$$f'(x)=1-\frac{4}{x^3}-\frac{4}{x^3}$$

$$f'(x)=\frac{x^3-4-4}{x^3}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x^3-8}{x^3}}$$

$$x^3-8=0$$

$$x^3=8$$

$$x=2\quad\rightarrow f(2)=2+\frac{4}{2^2}=3\quad\rightarrow\boxed{(2,3)}$$

$$\left.\begin{array}{l}f'(1)=\frac{1^3-8}{1^3}<0\\ f'(3)=\frac{3^3-8}{3^3}>0\end{array}\right\}Min$$

תשובה: תשובה: $(2,3)$ **מינימום.**

ד. נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה:

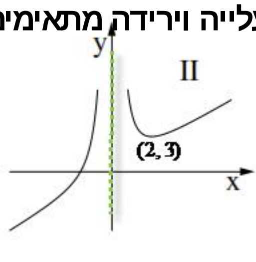
x	3	2	1	0	-1
y'	+	0	-		+
מסקנה	↗	Min	↘		↗

תשובה: עלייה: $x>2$ **או** $x<0$ **, ירידה:** $0<x<2$ **.**

ה. הגרף המתאים הוא גרף II

נימוקים: מינימום ברביע הראשון, $x=0$ **אסימפטוטה אנכית, תחומי עלייה וירידה מתאימים.**

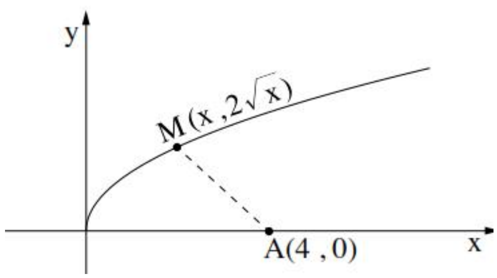
תשובה: גרף II **מתאר את הפונקציה הנתונה.**



א. שיעורי הנקודה B **הנמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=2\sqrt{x}$ **הם** $M(x,2\sqrt{x})$.

הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא ריבוע המרחק MA **, כלומר:** d^2 **, כאשר** $d=AM$.

נמצא את $(d)^2=(AM)^2$ **באמצעות נוסחת המרחק בין שתי נקודות שבנוסחאון:**



$$(d)^2=(x-4)^2+(2\sqrt{x}-0)^2$$
$$(d)^2=(x-4)(x-4)+4x$$
$$(d)^2=x^2-4x-4x+16+4x$$
$$\boxed{(d)^2=x^2-4x+16}$$

הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא $d^2=x^2-4x+16$ **:**

נמצא את נקודת הקיצון:

$$\boxed{(d^2)'=2x-4}$$
$$0=2x-4$$
$$-2x=-4 \quad /:(-2)$$
$$\boxed{x=2}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון :

$$(d^2)'(1)=2\cdot1-4<0,\quad (d^2)'(3)=2\cdot3-4>0$$

1	2	3	x
-	0	+	$(d^2)'$
↘	Min	↗	**מסקנה**

תשובה: עבור $x_M=2$ **ריבוע המרחק,** d^2 **, הוא מינימלי.**

ב. נמצא את המרחק המינימלי d **.**

שיעורי הנקודה M **הם** $M(2,2\sqrt{2}) \rightarrow y_M=2\sqrt{2}$ **.**

$$(d)^2=(2-4)^2+(2\sqrt{2}-0)^2$$
$$(d)^2=(-2)^2+(2\sqrt{2})^2$$
$$(d)^2=12 \quad \rightarrow \boxed{d=\sqrt{12}}$$

אפשר גם להציב בפונקציה $(d)^2$ **:**

$$(d)^2=x^2-4x+16$$
$$(d)^2=2^2-4\cdot2+16=12 \quad \rightarrow d=\sqrt{12}$$

תשובה: $\sqrt{12}$ **הוא המרחק המינימלי בין הנקודה** M **לנקודה** A **.**