א. $x\%$ **הוא אחוז ההנחה, שראובן מקבל עבור החבר הראשון, וגם של ההנחה הנוספת עבור החבר השני.**
המחיר המלא של המינוי הוא 200 **שקלים.**

לאחר ההנחה עבור החבר הראשון, המחיר הוא $200\cdot(\frac{100-x}{100})$ **שקלים.**

לאחר ההנחה עבור החבר השני, המחיר הוא $200\cdot(\frac{100-x}{100})\cdot(\frac{100-x}{100})$ **שקלים.**

נסמן $q=\frac{100-x}{100}$ **ומכיוון והמחיר שראובן שילם, לאחר שהביא שני חברים, הוא** 144.5 **שקלים,**

הרי שהמשוואה המתאימה היא $200\cdot q^2=144.5$ **.**

$$q^2=\frac{144.5}{200}$$
$$q^2=0.7225$$
$$q=0.85 \quad \leftarrow q>0$$

$q>0$ **כי אחוז ההנחה אינו יכול להיות גדול מ-** 100% **.**

$$0.85=\frac{100-x}{100}$$
$$85=100-x$$
$$\boxed{x=15}$$

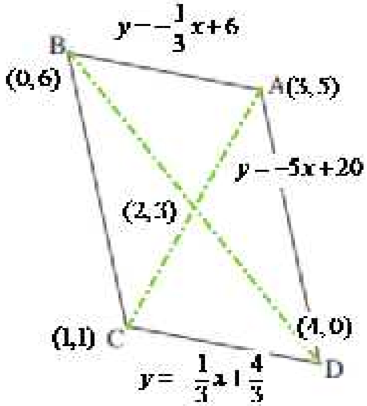
תשובה: אחוז ההנחה שקיבל ראובן על המינוי שלו עבור החבר הראשון הוא 15**.**

ב. ראובן שילם 144.5 **שקלים במקום** 200 **שקלים עבור המינוי שלו.**
ההנחה שקיבל ראובן היא 55.5 **שקלים** $=200-144.5$ **.**

אחוז ההנחה הוא $\frac{55.5}{200}\cdot 100=\boxed{27.75}$ **.**

תשובה: אחוז ההנחה הכולל שקיבל ראובן על המינוי שלו הוא 27.75 **.**

א. נמצא את שיעורי הקדקוד A **.**



$$\begin{cases} y=-\frac{1}{3}x+6 \\ y=-5x+20 \end{cases}$$

$$-\frac{1}{3}x+6=-5x+20$$

$$4\frac{2}{3}x=14$$

$$x=3 \quad \to y=-5\cdot 3+20=5 \quad \to \mathrm{A}(3,5)$$

במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.

נמצא את שיעורי הקדקוד C **.**

$$(2,3) \quad \mathrm{A}(3,5)$$

$$\left.\begin{array}{ll} 2=\frac{3+x_{\mathrm{C}}}{2} & 3=\frac{5+y_{\mathrm{C}}}{2} \\ 4=3+x_{\mathrm{C}} & 6=5+y_{\mathrm{C}} \\ x_{\mathrm{C}}=1 & y_{\mathrm{C}}=1 \end{array}\right\} \boxed{\mathrm{C}(1,1)}$$

תשובה: $\mathrm{C}(1,1)$**.**

ב. נמצא את משוואת הצלע CD **ששיפועה** $-\frac{1}{3}$ **כמו של** AB **הצלע המקבילה.**

$$m_{\mathrm{CD}}=-\frac{1}{3}, \quad \mathrm{C}(1,1)$$

$$y-1=-\frac{1}{3}(x-1)$$

$$y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$$

נמצא את שיעורי הקדקוד D **.**

$$\begin{cases} y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3} \\ y=-5x+20 \end{cases}$$

$$-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}=-5x+20$$

$$4\frac{2}{3}x=\frac{56}{3}$$

$$x=4 \quad \to y=-5\cdot 4+20=0 \quad \to \boxed{\mathrm{D}(4,0)}$$

במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.

נמצא את שיעורי הקדקוד B **.**

$$(2,3)\quad D(4,0)$$

$$2=\frac{4+x_B}{2}\quad 3=\frac{0+y_B}{2}$$
$$4=4+x_B\quad 6=y_B$$
$$x_B=0$$
$$\boxed{B(0,6)}$$

תשובה: $D(4,0)$ **,** $B(0,6)$**.**

ג. תנאי ההשקה הוא שהישר מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.

שיפוע הצלע BC **הוא** -5 **, כמו זה של הצלע המקבילה** AD **.**

שיפוע הרדיוס הוא $m_{AC}=\frac{5-1}{3-1}=\frac{4}{2}=2$

מכפלת השיפועים אינה -1 **ולכן הרדיוס אינו מאונך לצלע** BC**.**

תשובה: הצלע BC **אינה משיקה למעגל שמרכזו** A **ולרדיוס שלו** AC**.**

א. נסמן ב- p **את ההסתברות להצליח במבחן הנהיגה, ובהתאם** $1-p$ **היא ההסתברות להיכשל במבחן זה.**

$$p = 1 - p + 0.2$$
$$2p = 1.2$$
$$\boxed{p = 0.6}$$

תשובה: ההסתברות להצליח במבחן הנהיגה היא 0.6

ב. (1) זו התפלגות בינומית, כאשר $n = 4$, $p = 0.6$ **על פי סעיף א,** $k = 2$ **.**

$$P_4(2) = \binom{4}{2}(0.6)^2(1-0.6)^{4-2}$$
$$P_4(2) = \frac{4!}{2!(4-2)!}\cdot 0.6^2 \cdot 0.4^2$$
$$P_4(2) = 6\cdot 0.6^2 \cdot 0.4^2$$
$$P_4(2) = 0.3456$$

תשובה: ההסתברות שבדיוק שנים יצליחו במבחן הנהיגה היא 0.3456**.**

(2) תשובה: הביטוי $\binom{4}{2}$ **שערכו** 6 **, מייצג את מספר האפשרויות שבדיוק שנים יצליחו במבחן הנהיגה.**

כיוון שכל האפשרויות שוות סיכוי הרי שההסתברות שיהיו אלו ראובן ושמעון שיצליחו היא $\frac{1}{6}$ **.**

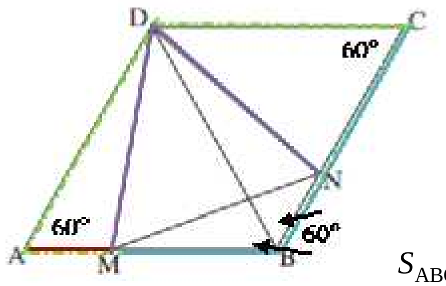
תשובה: ההסתברות שיהיו אלו ראובן ושמעון שיצליחו היא $\frac{1}{6}$**.**

ג. ההסתברות שלפחות אחד מהארבעה יצליח היא: $1-0.4^4$ **.**

ההסתברות שלפחות אחד מהארבעה ייכשל היא: $1-0.6^4$ **.**

לכן, ההסתברות שלפחות אחד מהארבעה יצליח גדולה יותר.

תשובה: כן, ההסתברות גדולה יותר.



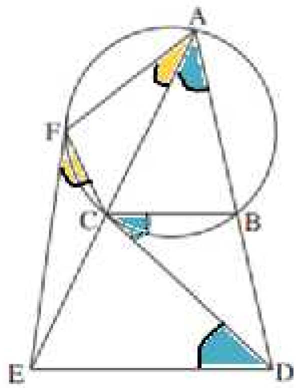
<u>נתונים</u>

1. $ABCD$ **מעוין** **2.** $\measuredangle A = \measuredangle C = 60°$ **3.** $AM = BN$

עבור ג: **4.** $S_{DBMN} = S$

צ"ל: א. $\Delta MDB \cong \Delta NDC$ **. ב.** $\Delta ADM \cong \Delta BDN$ **ג.** S_{ABCD}

הסבר		טענה	נימוק
1	4	$ABCD$ **מעוין**	נתון
4	5	$AB = BC$	צלעות שוות במעוין
3	6	$AM = BN$	נתון
6 ,5	7	$MB = CN$ **(צ)**	חיסור קטעים שווים מקטעים שווים
2	8	$\measuredangle A = \measuredangle C = 60°$	נתון
4	9	$DC = CB$	צלעות שוות במעוין
9 ,8	10	$DC = CB = DB$	משולש שווה שוקיים עם זווית $60°$ הוא שווה צלעות
10	11	$DC = DB$ **(צ)**	הוכח
8 ,4	12	$\measuredangle ABC = 120°$	זוויות סמוכות במעוין משלימות ל- $180°$
12 ,4	13	$\measuredangle ABD = \measuredangle CBD = 60°$	אלכסוני המעוין חוצים את זוויותיו
13 ,8	14	$\measuredangle ABD = \measuredangle C$ **(ז)**	כלל המעבר
11 ,14 ,7	15	$\Delta MDB \cong \Delta NDC$	משפט חפיפה צלע זווית צלע
		מ.ש.ל. א	
9 ,1	16	$DB = AD$ **(צ)**	צלעות שוות במעוין וכלל המעבר
13 ,8	17	$\measuredangle CBD = \measuredangle A$ **(ז)**	כלל המעבר
16 ,17 ,6	18	$\Delta ADM \cong \Delta BDN$	משפט חפיפה צלע זווית צלע
		מ.ש.ל. ב	
4	19	$S_{DBMN} = S$	נתון
15	20	$S_{\Delta ADM} = S_{\Delta BDN} = S_1$	שטחים שווים של משולשים חופפים וסימון
18	21	$S_{\Delta MDB} = S_{\Delta NDC} = S_2$	שטחים שווים של משולשים חופפים וסימון
21 ,20 ,19	22	$S = S_1 + S_2$	סכום שטחים
21 ,20	23	$S_{ABCD} = 2S_1 + 2S_2$	סכום שטחים
23 ,19	24	$S_{ABCD} = 2S$	חישוב
		מ.ש.ל. ג	



<u>נתונים</u>

1. $BC \parallel DE$ **2.** DC **משיק ב-** C

עבור ב 3. EF **משיק ב-** F

צ"ל: א. (1) $\measuredangle EAD = \measuredangle CDE$ **(2)** $EC \cdot EA = DE^2$

ב. $\Delta ECF \sim \Delta EFA$ **ג.** $EF = DE$

הסבר		טענה	נימוק
1	4	$BC \parallel DE$	נתון
4	5	$\measuredangle CDE = \measuredangle BCD$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
2	6	DC משיק ב- C	נתון
6	7	$\measuredangle BCD = \measuredangle EAD$	זוויות בין משיק למיתר
7 ,5	8	$\measuredangle EAD = \measuredangle CDE$ (ז)	כלל המעבר
		מ.ש.ל. א (1)	
	9	$\measuredangle CED = \measuredangle DEA$ (ז)	זווית משותפת
9 ,8	10	$\Delta ECD \sim \Delta EDA$	משפט דמיון זווית זווית
11 ,10	12	$\frac{EC}{ED} = \frac{ED}{EA}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
12	13	$EC \cdot EA = DE^2$	חישוב
		מ.ש.ל. א (2)	
3	14	EF משיק ב- F	נתון
14	15	$\measuredangle CFE = \measuredangle FAE$ (ז)	זוויות בין משיק למיתר
	16	$\measuredangle FEC = \measuredangle AEF$ (ז)	זווית משותפת
16 ,15	17	$\Delta ECF \sim \Delta EFA$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. ב.	
17	18	$\frac{EC}{EF} = \frac{EF}{EA}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
18	19	$EC \cdot EA = EF^2$	חישוב
19 ,13	20	$EF^2 = DE^2$	כלל המעבר
20	21	$EF = DE$	חישוב (גדלים חיוביים)
		מ.ש.ל. ג	

א. OAB **רבע מעגל – לכן** $\sphericalangle BOA = 90^\circ$ **.**

AC **משיק למעגל בנקודה** C**, לכן** $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ **(רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה).**

$AC \parallel OD$ **(שני ישרים המאונכים לישר שלישי,** OA**, מקבילים זה לזה).**

תשובה: הוכַח.

ב. CA **ו-** CP **שני משיקים היוצאים מאותה נקודה, לכן** OC **חוצה זווית** C **(הקטע מהנקודה למרכז המעגל חוצה את הזווית שבין המשיקים)**

$\sphericalangle ACO = 90^\circ - \sim$ **(סכום זוויות** 180° **ב-** ΔABC**) ולכן** $\sphericalangle PCA = 180^\circ - 2\sim$ **,**

ובהתאם $\sphericalangle D = 2\sim$ **(זוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים משלימות ל-** 180°**).**

$\sphericalangle OPD = 90^\circ$ **(רדיוס משיק למעגל בנקודת ההשקה)**

$\underline{\Delta ACO}$

$$\tan\sim = \frac{AC}{AO}$$

$$\boxed{AC = R\tan\sim}$$

$\underline{\Delta OPD}$

$$\sin 2\sim = \frac{OP}{OD}$$

$$\boxed{OD = \frac{R}{\sin 2\sim}}$$

כיוון שנתון כי הנקודה D **היא על המשך** OB**, הרי שלא אפשרי כי** D **תתלכד עם** B **ו-** P **כך שהמרובע** $ACDO$ **יהיה ריבוע, ולכן נותרה רק האפשרות שהוא טרפז.**

$$S_{ACDO} = \frac{1}{2}\cdot(OD + AC)\cdot OA = \frac{1}{2}R\left(\frac{R}{\sin 2\sim} + R\tan\sim\right) = \boxed{0.5R^2\left(\frac{1}{\sin 2\sim} + \tan\sim\right)}$$

תשובה: שטח המרובע $ACDO$ **הוא** $0.5R^2\left(\frac{1}{\sin 2\sim} + \tan\sim\right)$**.**

ג. נתון כי שטח המשולש OPD **הוא** $\frac{1}{2}R^2$ **.**

כיוון שזהו משולש ישר זווית, שאחד מניצביו הוא $OP = R$ **,**

הרי שעל פי נוסחת השטח גם הניצב השני $DP = R$ **(** $\frac{R^2}{2} = \frac{R\cdot DP}{2} \rightarrow DP = R$ **).**

מכאן שהמשולש הוא ישר-זווית ושווה-שוקיים, כך שזוויות הבסיס שוות ל- 45° **.**

הראינו כי $\sphericalangle D = 2\sim$ **ועתה קיבלנו כי** $\sphericalangle D = 45^\circ$ **, ולכן** $2\sim = 45^\circ$ **ו-** $\boxed{\sim = 22.5^\circ}$

תשובה: $22.5° = \sim$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{9}{(x+1)^2}-1$ **.**

תחום ההגדרה, ביטוי במכנה שונה מאפס.

תשובה: $x\neq -1$.

ב. ארבע הצבות קצרות במחשבון, להתמצאות מיטבית בחקירה (מומלץ, לאחר מציאת תחום הגדרה)

$f(100)=-0.999\to -1,\quad f(-100)=-0.999\to -1,$ **, מסקנה:** $y=-1$ **אסימפטוטה אופקית.**

$f(-1.01)=89,999\to +\infty,\quad f(-0.99)=89,999\to +\infty,$ **, מסקנה:** $x=-1$ **אסימפטוטה אנכית.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ושיעורי נקודת החיתוך** $(0,8)$ **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ונקבל:**

$$0=\frac{9}{(x+1)^2}-1$$
$$1=\frac{9}{(x+1)^2}$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3\quad\to x=2\quad\to(2,0)$$
$$x+1=-3\quad\to x=-4\quad\to(-4,0)$$

תשובה: $(0,8)$, $(2,0)$, $(-4,0)$.

ג. תשובה: $y=-1$ **אסימפטוטה מקבילה לציר ה-** x **,** $x=-1$ **אסימפטוטה מקבילה לציר ה-** y **.**

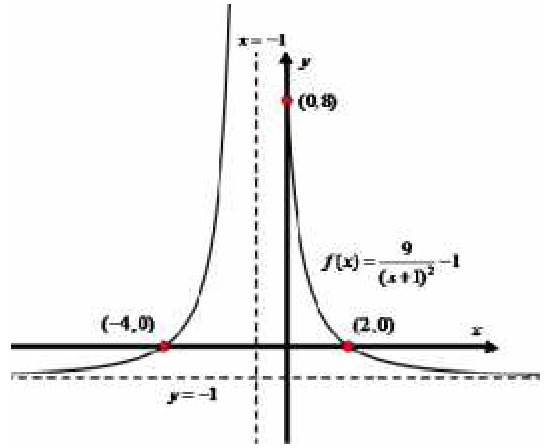
ד. נמצא תחומי עלייה וירידה.

$$f'(x)=\frac{-9\cdot 2(x+1)}{(x+1)^4}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{-18(x+1)}{(x+1)^4}}$$

הנגזרת אינה מתאפסת בתחום ההגדרה $x\neq -1$ **, כאשר עבור** $x>-1$ **הנגזרת שלילית, ועבור** $x<-1$ **חיובית.**

תשובה: $x>-1$ **ירידה ,** $x<-1$ **עלייה.**

ה. הסקיצה המתאימה:



ו. גרף II מתאים להציג את הסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

<u>נימוקים</u>

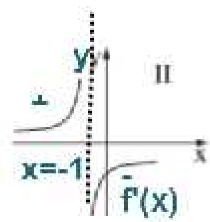
(1) $x=-1$ הוא אסימפטוטה אנכית גם של $f'(x)$.

(2) $y=0$ הוא אסימפטוטה אופקית.

(3) בתחום העלייה של $f(x)$ הנגזרת חיובית, ובגרף II קיימת חיוביות עבור $x<-1$.

(4) בתחום הירידה של $f(x)$ הנגזרת שלילית, ובגרף II קיימת שליליות עבור $x>-1$.

(5) הראינו כי הנגזרת אינה מתאפסת לכל x וגרף II אינו חותך את ציר ה- x .



תשובה: גרף II.

בגרות עג יולי 13 מועד קיץ ב שאלון 35804

א. (1) נתונות שתי פונקציות $f(x)=\frac{2}{\sqrt{2x-3}}$ **פונקציה חיובית ולכן גרף** I **,**

ו- $g(x)=-\frac{2}{\sqrt{2x-3}}$ **פונקציה שלילית ולכן גרף** II **.**

לשתי הפונקציות תחום הגדרה זהה, $2x-3>0$ **ולכן** $x>1.5$ **.**

תשובה: תחום ההגדרה של שתי הפונקציות $x>1.5$**.**

(2) לשתי הפונקציות גם אסימפטוטה אנכית זהה, הישר $x=1.5$ **, כי** $x=1.5$ **מאפס מכנה ולא מונה.**

תשובה: הישר $x=1.5$ **הוא אסימפטוטה אנכית של שתי הפונקציות.**

ב. תשובה: $f(x)=\frac{2}{\sqrt{2x-3}}$ **- גרף** I **,** $g(x)=-\frac{2}{\sqrt{2x-3}}$ **- גרף** II **. (הסבר בסעיף א.)**

ג. שתי הפונקציות נגדיות, $g(x)=-f(x)$ **, לכן אם** $y_A=2=-y_B$ **אז** $x_A=x_B$**.**

$2=\frac{2}{\sqrt{2x-3}}$ **ובהתאם** $\sqrt{2x-3}=1$ **.** $2x-3=1$ **ו-** $x_A=x_B=2$

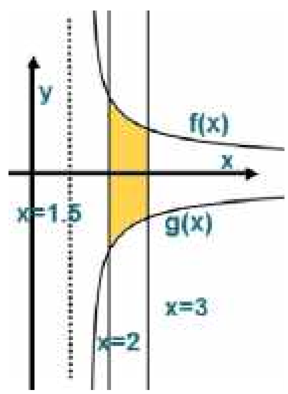
שתי הפונקציות נגדיות ולכן השטח בין הפונקציות, ובין הישרים $x=2$ **ו-** $x=3$ **(מסומן בצהוב בציור)**
כפול מהשטח שבין אחת מהן לציר ה- x **(חצי מהשטח הצהוב).**

$$S=2\cdot\int_2^3\left(\frac{2}{\sqrt{2x-3}}-0\right)dx=$$

$$S=2\cdot\frac{2\cdot2\sqrt{2x-3}}{2}\Big]_2^3=4\sqrt{2x-3}\Big]_2^3$$

$$S=(4\sqrt{2\cdot3-3})-(4\sqrt{2\cdot2-3})$$

$$\boxed{S=4\sqrt{3}-4}$$



תשובה: השטח הוא $4\sqrt{3}-4$ **.**

בגרות עג יולי 13 מועד קיץ ב שאלון 35804

א. כיוון ש- $ABCD$ **מלבן, הרי שהצלעות מקבילות זה לזה, ובפרט** $AB \parallel BC$ **ולכן** $AB \parallel CF$ **.**

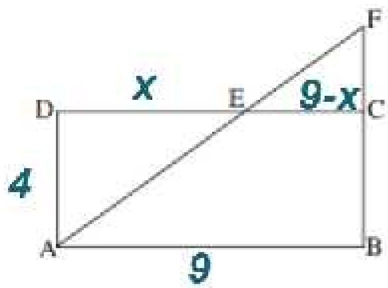
על פי משפט תאלס הרחבה 2 $\frac{FC}{AD} = \frac{EC}{DE} = \frac{FE}{AE}$ **ומכאן ש-** $\Delta ADE \sim \Delta FCE$ **על פי משפט דמיון צלע צלע צלע.**

תשובה: מ.ש.ל.

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* **היא** *סכום שטחי שני המשולשים* ADE ו- FCE .

נסמן $DE = x$ **ובהתאם** $EC = 9 - x$ **כי** $DC = AB = 9$ **.**

ראינו כי $\frac{FC}{AD} = \frac{EC}{DE} = \frac{FE}{AE}$ **ולכן** $\frac{FC}{4} = \frac{9-x}{x}$ **. נקבל ש-** $FC = \frac{4(9-x)}{x}$



$$f(x) = \frac{4 \cdot x}{2} + \frac{(9-x) \cdot \frac{4(9-x)}{x}}{2}$$

$$f(x) = 2x + \frac{2(9-x)^2}{x}$$

כאשר במכנה יש ביטוי פשוט (כמו x **,** x^2 **,** $2x^3$**) - מומלץ לחלק בו לפני תהליך הגזירה.**

$$f(x) = 2x + \frac{2(81 - 18x + x^2)}{x}$$

$$f(x) = 2x + \frac{162}{x} - 36 + 2x$$

$$\boxed{f(x) = 4x + \frac{162}{x} - 36}$$

$$f'(x) = 4 - \frac{162}{x^2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{4x^2 - 162}{x^2}}$$

$$4x^2 - 162 = 0$$

$$x^2 = 40.5$$

$$\boxed{x = \sqrt{40.5}}$$

מונה הנגזרת הוא ביטוי ריבועי, שמתאימה לו פרבולה ישרה בעלת מינימום.

עבור $x = \sqrt{40.5}$ **הנגזרת עוברת משליליות לחיוביות ולכן הפונקציה מירידה לעלייה וזהו מינימום.**

תשובה: $DE = \sqrt{40.5}$ **.**