א. נסמן ב- x את הזמן (בשעות) הדרוש לפועל ותיק לסיים את העבודה, ו ב- y את מספר השעות של פועל חדש.

יש למצוא את היחס $\frac{y}{x}$, כאשר $y > x$.

פועל	זמן (שעות)	הספק לשעה (מ"ק)	חלקי עבודה
ותיק	x	$\frac{1}{x}$	1
חדש	y	$\frac{1}{y}$	1
ותיק	$\frac{y}{3}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{y}{3x}$
חדש	$\frac{x}{3}$	$\frac{1}{y}$	$\frac{x}{3y}$

נפתור את המשוואה המתאימה

$$\frac{y}{3x}+\frac{x}{3y}=\frac{13}{18}$$

$$\frac{t}{3}+\frac{1}{3t}=\frac{13}{18} \qquad \boxed{t=\frac{y}{x}}$$

$$6t^2-13t+6=0$$

$$t_{1,2}=\frac{13\pm 5}{12} \quad t=1.5, \quad \cancel{t=\frac{2}{3}} \quad \Leftarrow \frac{y}{x}>1 \Leftarrow y>x$$

תשובה: פועל חדש יבצע את העבודה בזמן הגדול פי 1.5 מפועל ותיק.

ב. נתון כי פועל ותיק מרכיב 9 מחשבונים בשעה, לכן פועל חדש מרכיב 6 מחשבונים $9:1.5=$ בשעה.

בצוות עבודה יש פועל חדש אחד ושני פועלים ותיקים , כאשר הצוות עבד x שעות כדי להרכיב 168 מחשבונים ,

וכל אחד מהעובדים הותיקים הרכיב $9x$ מחשבונים ,והעובד החדש הרכיב $6x$ מחשבונים.

לפיכך , נפתור את המשוואה המתאימה שמתקבלת:

$$6x+2\cdot 9x=168$$
$$6x+18x=168$$
$$24x=168$$
$$x=7$$

תשובה: הצוות מרכיב 168 מחשבונים במשך 7 שעות.

נכתב ע"י עפר ילין

נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת $a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3\ ,\ ...$ **.**

כל איבר בסדרה זו קטן פי 2 **מסכום כל האיברים שאחריו, כלומר:** $2a_n = S_{\text{from } a_{n+1}}$

סכום הסדרה ההנדסית הנתונה הוא 4**, כלומר:** $\frac{a_1}{1-q} = 4$

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} 2a_n = S_{\text{from } a_{n+1}} \\ \frac{a_1}{1-q} = 4 \end{cases}$$

$$2a_n = S_{\text{from } a_{n+1}}$$

$$2a_n = \frac{a_n\ q}{1-q} \quad / : a_n \neq 0$$

$$2 = \frac{q}{1-q}$$

$$2 - 2q = q$$

$$2 = 3q$$

$$\boxed{q = \frac{2}{3}}$$

$$\frac{a_1}{1-\frac{2}{3}} = 4$$

$$\boxed{a_1 = \frac{4}{3}}$$

סכום כל האיברים שאחרי האיבר העשירי בסדרה, על פי הנתון הוא בדיוק $2a_{10}$

$$2a_{10} = 2a_1 \cdot q^9 = \frac{4}{3}\cdot(\frac{2}{3})^9 = \frac{4,096}{59049}$$

תשובה: סכום כל האיברים שאחרי האיבר העשירי הוא $\frac{4,096}{59049}$ **.**

נכתב ע"י עפר ילין

א. (1) נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- צופים בערוצי אקטואליה** $\overline{A}$ **- אינם צופים בערוצי אקטואליה**

B **- צופים בערוצי סרטים** $\overline{B}$ **- אינם צופים בערוצי אקטואליה**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(A/B)=\frac{5}{6} \quad \to P(\overline{A}/B)=\frac{1}{6}$$

$$P(A/\overline{B})=0.75 \quad \to P(\overline{A}/\overline{B})=0.25$$

$$P(B)=P \quad \to P(\overline{B})=1-P$$

<u>פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית</u>

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{5}{6}=\frac{P(A\cap B)}{P}$$

$$P(A\cap B)=\frac{5}{6}P$$

תשובה: ההסתברות שלקוח שנבחר צופה בערוצי סרטים וגם בערוצי אקטואליה היא $\frac{5}{6}P$

(2) נמשיך לפתח את נוסחאות ההסתברות המותנית, בסיוע הטבלה משמאל

$$P(A\cap\overline{B})=P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(A\cap\overline{B})=0.8-\frac{5}{6}P$$

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-P$$

$$P(A/\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}$$

$$0.75=\frac{0.8-\frac{5}{6}P}{1-P}$$

$$0.75-0.75P=0.8-\frac{5}{6}P$$

$$\frac{1}{12}P=0.05$$

$$\boxed{P=0.6}$$

	A **- אקטואליה**	$\overline{A}$ **לא אקטואליה**	
B **- סרטים**	$\frac{5}{6}P$		P
$\overline{B}$ **- לא סרטים**	$0.8-\frac{5}{6}P$		$1-P$
	0.8	0.2	1

תשובה: $P=0.6$

ב. (1) נמצא מהי ההסתברות שלקוח שנבחר אינו צופה בערוצי סרטים, אם ידוע שאינו צופה בערוצי אקטואליה.
נעדכן את הטבלה.

	$\overline{A}$ לא אקטואליה	A - אקטואליה	
0.6	0.1	0.5	B - סרטים
0.4	0.1	0.3	$\overline{B}$ - לא סרטים
1	0.2	0.8	

$$P(\overline{B}/\overline{A})=\frac{P(\overline{B}\cap\overline{A})}{P(A)}=\frac{0.1}{0.4}=0.25$$

תשובה: ההסתברות היא 0.25 .

ב. (2) ההסתברות שלפחות 1 מתוך 5, שאינם צופי סרטים, צופה בערוצי אקטואליה,
היא המאורע המשלים לכך ש- 0 מתוך 5, שאינם צופי סרטים, צופה בערוצי אקטואליה.
זוהי הסתברות בינומית, כאשר $p=0.75$ (על פי נתוני השאלה), $n=5$, $k=0$,
אשר נחשבה באמצעות נוסחת ברנולי:

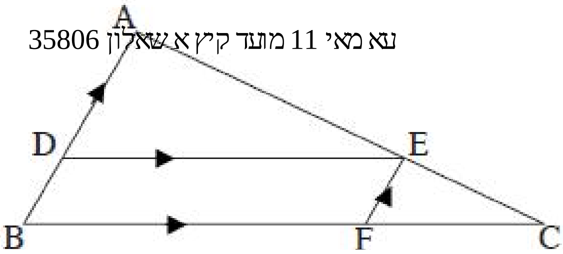
$$P_5(0)=\binom{5}{0}(0.75)^0(1-0.75)^{5-0}=1\cdot(0.75)^0(0.25)^5=0.25^5$$

ולכן ההסתברות למאורע המשלים היא $1-0.25^5=\frac{1023}{1024}$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1023}{1024}$.

נכתב ע"י עפר ילין

נא מאי 11 מועד קיץ א שאלון 35806



<u>נתונים</u>

.1 $DE \parallel BC$ **.2** $FE \parallel BA$

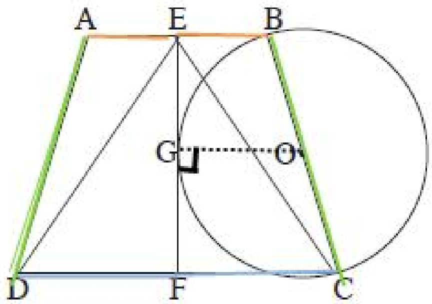
.3 $S_{\Delta ADE} = S_1$ **.4** $S_{\Delta EFC} = S_2$

צ"ל: א. $\frac{BF}{FC}$ **ב.** $S_{\Delta BEF} = \sqrt{S_1 \cdot S_2}$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	5	$DE \parallel BC$	נתון
5	6	$\sphericalangle C = \sphericalangle AED$	זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים
2	7	$FE \parallel BA$	נתון
7	8	$\sphericalangle FEC = \sphericalangle A$	זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים
8 ,6	9	$\Delta ADE \sim \Delta EFC$	משפט דמיון זווית זווית
9 ,8	10	$\frac{DE}{FC}$ הוא יחס הדמיון	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
3	11	$S_{\Delta ADE} = S_1$	נתון
4	12	$S_{\Delta EFC} = S_2$	נתון
9,11,12	13	$\frac{DE}{FC} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$	יחסי שטחים במשולשים דומים שווים לריבוע יחסי הצלעות המתאימות
5	14	$DE \parallel BF$	חלקים מקטעים מקבילים גם מקבילים
7	15	$EF \parallel BD$	חלקים מקטעים מקבילים גם מקבילים
15 ,14	16	DEFB מקבילית	שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות
16	17	$DE = BF$	צלעות נגדיות שוות במקבילית
13	18	$\frac{BF}{FC} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}}$	הצבה
			מ.ש.ל. א
13 ,9	19	$\frac{h_{DE}}{h_{FC}} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}}$	יחס גבהים במשולשים דומים שווה ליחס הדמיון
5	20	$S_{\Delta BEF} = \frac{BF \cdot h_{BF}}{2} = \frac{BF \cdot h_{FC}}{2}$	מרחקים שווים בין ישרים מקבילים ונוסחת שטח משולש

נימוק	טענה	מס'	הסבר
הצבה: בוצע חילוץ h_{FC} ממהלך 19 והצבת BF לפי מהלך 16, ורק לאחר מכן בוצעה ההצבה $\frac{DE \cdot h_{DE}}{2} = S_2$ - שטח ΔADE לפי נוסחת שטח משולש	$S_{\Delta BEF} = \frac{DE \cdot h_{DE} \cdot \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}}}{2}$ $S_{\Delta BEF} = S_2 \cdot \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}} = \sqrt{S_1 \cdot S_2}$	21	16, 19, 20
מ.ש.ל. ב			

נכתב ע"י עפר ילין



נתונים

1. ABCD טרפז שווה שוקיים **2.** $AB \parallel CD$

3. $AB < CD$ **4.** $AE = BE$ **5.** $DF = CF$

עבור ב: 6. BC קוטר במעגל שמרכזו O **7.** EF משיק ב- G

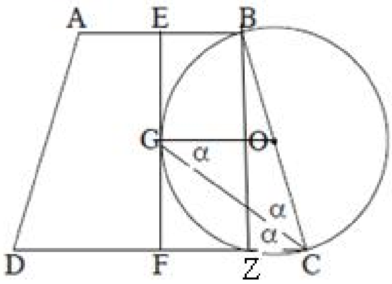
עבור ג: 8. $\sphericalangle GCB = \sim$ **9.** $BC = 2R$ **10.** R רדיוס המעגל

צ"ל: א. $EF \perp CD$ **ב.** $EB + FC = 2GO$ **ג.** גובה הטרפז

הסבר		טענה	נימוק
1	11	ABCD טרפז שווה שוקיים	נתון
2	12	$AB \parallel CD$	נתון
12 ,11	13	$AD = BC$ (צ)	שוקיים שוות בטרפז שווה שוקיים
12 ,11	14	$\sphericalangle A = \sphericalangle B$ (ז)	זווית בסיס שוות בטרפז שווה שוקיים
4	15	$AE = BE$ (צ)	נתון
13-15	16	$\Delta DEF \cong \Delta CEF$	משפט חפיפה צלע זווית צלע
16	17	$DE = CE$	צלעות מתאימות במשולשים חופפים
5	18	$DF = CF$	נתון
18 ,17	19	$EF \perp CD$	התיכון לבסיס במשולש שווה שוקיים מתלכד עם הגובה
		מ.ש.ל. א	
7	20	EF משיק ב- G	נתון
6	21	BC קוטר במעגל שמרכזו O	נתון
21 ,20	22	$EF \perp OG$	המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה
22 ,19	23	$GO \parallel CD$	שני ישרים המאונכים לישר שלישי מקבילים ביניהם
3	24	$AB < CD$	נתון
24,18,15	25	$EB < FC$	חישוב
12	26	$EB \parallel FC$	חלקים מקטעים מקבילים גם מקבילים ביניהם
26 ,25	27	EBCF טרפז	זוג צלעות אחד מקביל ואינו שווה
21	28	O אמצע BC	מרכז המעגל הוא אמצע הקוטר
23 ,12	29	$GO \parallel CD \parallel AB$	אם שני ישרים מקבילים לישר שלישי אז מקבילים ביניהם
27	30	$GO \parallel EB \parallel FC$	חלקים מקטעים מקבילים גם מקבילים ביניהם
30,28,27	31	GO קטע אמצעים בטרפז EBCF	יוצא מאמצע שוק ומקביל לבסיסים

נכתב ע"י עפר ילין

31	32	$EB + FC = 2GO$	קטע אמצעים בטרפז שווה למחצית סכום הבסיסים ועל ידי הכפלה ב- 2 .
מ.ש.ל. ב			



ג.

<u>ולעבודת הטריגו</u>

BZ **אנך לבסיס** DC **, הוא גובה הטרפז (בניית עזר)**

$EBZF$ **מלבן (שלוש זוויות ישרות)**

$BC = 2R$ **(קוטר המעגל)**

$\sphericalangle GCB = \sim$ **(נתון)**

$\sphericalangle GCB = \sim$ **(זוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים, שבו שתי צלעות הן רדיוס במעגל)**

$\sphericalangle OGC = \sphericalangle GCB = \sim$ **(זוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים, שבו שתי צלעות הן רדיוס במעגל)**

$\sphericalangle GCF = \sphericalangle OGC = \sim$ **(זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו)**

$\Downarrow$

$\sphericalangle GCF = \sphericalangle GCB = \sim$ **(כלל המעבר)**

$\sphericalangle BCD = 2\sim$ **(סכום הזוויות** $\sphericalangle GCF$ **ו -** $\sphericalangle GCB$ **)**

<u>ΔBZC</u>

$$\sin 2\sim = \frac{BZ}{2R} \rightarrow BZ = 2R\sin 2\sim$$

תשובה: גובה הטרפז הוא $2R\sin 2\sim$ **.**

א. נראה ששני המשולשים דומים על פי משפט דמיון זווית זווית

$\sphericalangle P_1 = \sphericalangle C =$ **(זווית בין משיק למיתר)**

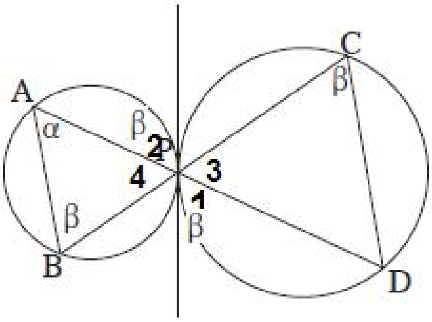
$\sphericalangle P_2 = \sphericalangle P_1 =$ **(זוויות קדקודיות שוות זו לזו)**

$\sphericalangle B =$ **(זווית בין משיק למיתר)**

$\sphericalangle B = \sphericalangle C$ **(כלל המעבר) (ומכאן גם** $AB \parallel CD$ **, לא נדרש)**

$\sphericalangle P_3 = \sphericalangle P_4$ **(זוויות קדקודיות שוות זו לזו)**

$\Delta ABP \sim \Delta DCP$ **(משא דמיון זווית זווית)**



יחס הדמיון, בין הצלעות המתאימות, הוא $\frac{CD}{AB} = \frac{3}{2}$ **(נתון)**

רדיוס המעגל החוסם את ΔDCP **הוא** 4.5 **ס"מ.**

רדיוס המעגל החוסם את ΔABP **הוא** 3 **ס"מ** $= 4.5 \cdot \frac{2}{3}$ **ס"מ,**

כי יחס רדיוסים של המעגלים החוסמים משולשים דומים שווה ליחס הדמיון.

תשובה: אורך הרדיוס של המעגל החוסם את ΔABP **הוא** 3 **ס"מ.**

<u>**דרך נוספת לפתרון סעיף א':**</u>

$\sphericalangle P_3 = \sphericalangle P_4$ **(זוויות קדקודיות שוות זו לזו)**

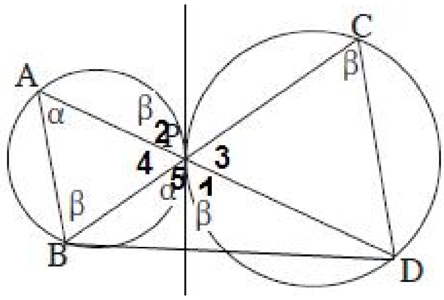
$\sphericalangle P_3 = \sphericalangle P_4 = \gamma$ **(סימון)**

לפי משפט הסינוסים בשני המשולשים:

$$CD = 2 \cdot 4.5 \cdot \sin\gamma = 9 \cdot \sin\gamma \quad , \quad AB = 2R \cdot \sin\gamma$$

עפ"י הנתון:

$$\frac{9 \cdot \sin\gamma}{2R \cdot \sin\gamma} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3R = 9 \Rightarrow R = 3$$



ב. על פי משפט הסינוסים בשני המשולשים:

$PD = 2\cdot 4.5\cdot \sin \quad = 9\sin \quad , \quad BP = 2\cdot 3\cdot \sin\sim\ = 6\sin\sim$

$\sphericalangle P_5 = \sim$ **(זווית בין משיק למיתר)**

$\underline{\Delta BDP}$ **לפי משפט הקוסינוסים**

$BD^2 = BP^2 + DP^2 - 2BP\cdot DP\cdot \cos\sphericalangle BPD$

$BD^2 = (6\sin\sim)^2 + (9\sin \quad)^2 - 2\cdot 6\sin\sim\cdot 9\sin \quad \cdot\cos(\sim + \quad)$

$BD^2 = 36\sin^2\sim + 81\sin^2 \quad - 108\sin\sim \sin \quad \cos(\sim + \quad)$

$\boxed{BD = \sqrt{36\sin^2\sim + 81\sin^2 \quad - 108\sin\sim \sin \quad \cos(\sim + \quad)}}$

תשובה: $BD = \sqrt{36\sin^2\sim + 81\sin^2 \quad - 108\sin\sim \sin \quad \cos(\sim + \quad)}$

ג. נתון כי $\frac{PD}{PB} = \frac{3}{2}$ **, כלומר** $\frac{9\sin}{6\sin\sim} = \frac{3}{2} \Rightarrow \sin \quad = \sin\sim$

כיוון ששתי הזוויות הן זוויות ב- ΔABP **, לדוגמה, הרי ששתיהן שוות.**

(סכומן קטן מ- $180°$**, מפני שנתון שהן חדות).**

$BD = \sqrt{36\sin^2\sim + 81\sin^2\sim - 108\sin\sim\sin\sim\cos(2\sim)}$

$BD = \sqrt{117\sin^2\sim - 108\sin^2\sim(1-2\sin^2\sim)}$

$BD = \sin\sim\sqrt{117 - 108 + 216\sin^2\sim}$

$BD = \sin\sim\sqrt{9 + 9\cdot 24\sin^2\sim} \quad \leftarrow \sin\sim > 0$

$\boxed{BD = 3\sin\sim\sqrt{1+24\sin^2\sim}}$

הוכַח

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{ax}{\sqrt{x^2-a^2}}$ **, כאשר** $a>0$ **.**

(1) נמצא את תחום ההגדרה, כאשר הביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי והמכנה שונה מ- 0

$x^2-a^2>0$ **, נקבל פרבולה בעלת מינימום שמתאפסת עבור** $x=\pm a$

תשובה: תחום ההגדרה: $x>a$ **או** $x<-a$

(2) נמצא אסימפטוטות המקבילות לצירים:

$$f(x)=\frac{ax}{\sqrt{x^2-a^2}}=\frac{ax}{|x|\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{|x|\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{x\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}\to 1}}=a \quad\to \boxed{y=a} \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{ax}{|x|\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{ax}{-x\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}\to 1}}=-a \quad\to \boxed{y=-a}$$

$$\lim_{x\to a^+}\frac{ax}{\sqrt{x^2-a^2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{a^2}{0^+}=+\infty \quad\to \boxed{x=a} \qquad \lim_{x\to -a^-}\frac{ax}{\sqrt{x^2-a^2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-a^2}{0^+}=-\infty \quad\to \boxed{x=-a}$$

תשובה: אסימפטוטות אופקיות: $y=a\,(x\to+\infty)$, $y=-a\,(x\to-\infty)$ **, האסימפטוטות אנכיות:** $x=a$, $x=-a$

(3) נמצא תחומי עלייה וירידה

$$f'(x)=a\cdot\frac{\sqrt{x^2-a^2}-\frac{\cancel{2}x\cdot x}{\cancel{2}\sqrt{x^2-a^2}}}{(\sqrt{x^2-a^2})^2}=a\cdot\frac{\frac{x^2-a^2-x^2}{\sqrt{x^2-a^2}}}{(x^2-a^2)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-a^3}{(x^2-a^2)\sqrt{x^2-a^2}}}$$

$a>0$ **ולכן הפונקציה יורדת בכל תחום שבו היא מוגדרת, כלומר עבור** $x>a$ **או** $x<-a$

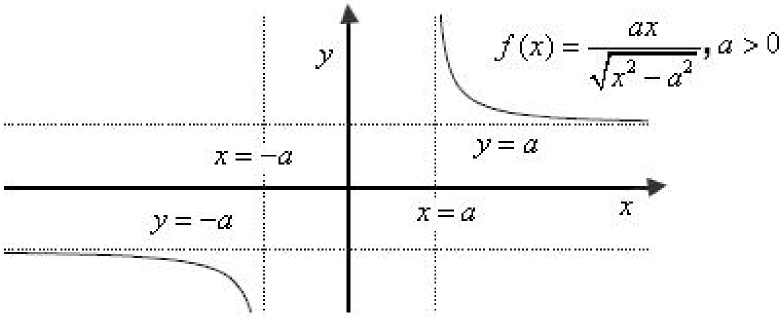
תשובה: ירידה: $x>a$ או $x<-a$, **עלייה: אף** x

(4) אין נקודות חיתוך עם ציר y **, כי** $x\neq 0$

ולא עם ציר x **כי המונה מתאפס רק עבור** $x=0$ **שמחוץ לתחום ההגדרה**

תשובה: אין נקודות החיתוך עם הצירים.

ב. הסקיצה המתאימה::



נכתב ע"י עפר ילין

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - a$, כאשר $a > 0$

כלומר, $g(x)$ היא הזזה אנכית של a יחידות, כלפי מטה, של $f(x)$.

(1) בהתאם, תחום ההגדרה של $g(x)$ זהה לזה של $f(x)$ והאסימפטוטות האנכיות אינן משתנות.

האסימפטוטות האופקיות יורדות a יחידות, כלפי מטה והן תהיינה: $y = 0$ ו- $y = -2a$

תשובה: אסימפטוטות אופקיות: $(x \to +\infty)$ $y = 0$, $y = -2a$ $(x \to -\infty)$,

האסימפטוטות אנכיות: $x = a$, $x = -a$

(2) כפי שניתן לראות בסקיצה הטווח של ערכי הפונקציה $f(x)$ הוא $y > a$ או $y < -a$.

בהתאם לאחר ההזזה האנכית הטווח של ערכי הפונקציה $g(x)$ הוא $y > 0$ או $y < -2a$.

תשובה: $y > 0$ או $y < -2a$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\cos(x^2-2x)$ **בתחום** $-0.5\le x\le 2.5$.

נשים לב לכך שכל תהליך העבודה בתרגיל יהיה ברדיאנים, כולל נקודות הקצה.

נמצא את ערכי הפונקציה בקצות התחום הסגור:

$f(-0.5)=\cos((-0.5)^2-2\cdot(-0.5))=0.315 \quad \to (-0.5,\,0.315),\quad f(2.5)=\cos(2.5^2-2\cdot 2.5)=0.315 \quad \to (2.5,\,0.315)$

$f'(x)=-(2x-2)\sin(x^2-2x)$

$\boxed{f'(x)=(2-2x)\sin(x^2-2x)}$

$0=2-2x \quad \to x=1$

$0=\sin(x^2-2x)$

$x^2-2x=$ ®k

$k=0 \quad \to x^2-2x=0 \quad \to x=0,\quad x=2$

$k=1 \quad \to x^2-2x=$ ®

$k=-1 \quad \to x^2-2x=-$®

x^2-2x **היא פרבולה בעלת מינימום** $(1,-1)$ **,**

כאשר בתחום $-0.5\le x\le 2.5$ **יש לה שתי נקודות מקסימום מוחלט בקצוות** $(2.5,1.25)$ **,** $(-0.5,1.25)$ **.**

בהתאם 1.25 **הוא הערך המקסימלי בתחום ו-** -1 **ערך מינימלי ולא יהיו פתרונות עבור** ®k **, למעט כאשר** $k=0$ **.**

נמצא את ערכי הפונקציה בנקודות בחשודות כקיצון

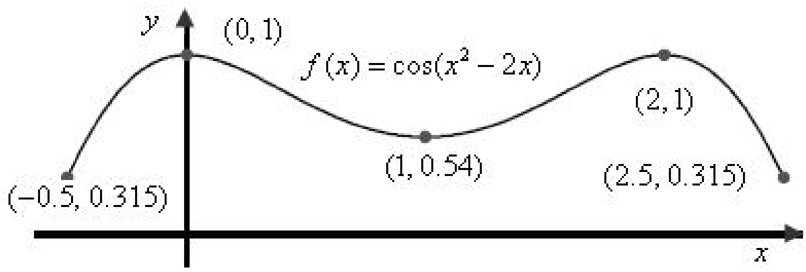
$f(0)=\cos(0^2-2\cdot 0)=1 \quad \to (0,1),\quad f(1)=\cos(1^2-2\cdot 1)=0.54 \quad \to (1,\,0.54),\quad f(2)=\cos(2^2-2\cdot 2)=1 \quad \to (2,1)$

נבנה טבלת עלייה ירידה, תוך שימוש בערכי הפונקציה.

-0.5		0		1		2		2.5	x
0.315		1		0.54		1		0.315	$f(x)$
	+	0	**-**	0	**+**	0	**-**		$f'(x)$
Min	↗	**Max**	↘	**Min**	↗	**Max**	↘	**Min**	**מסקנה**

תשובה: $(0,1)$ **,** $(2,1)$ **מקסימום,** $(2.5,\,0.315)$ **,** $(1,\,0.54)$ **,** $(-0.5,\,0.315)$ **מינימום**

ב. הסקיצה המתאימה

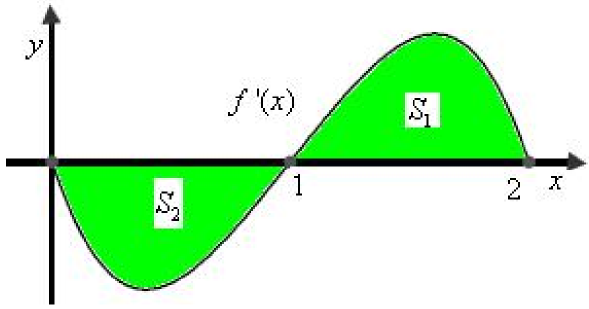


ג. בתחום $0 \le x \le 2$, על פי טבלת עלייה וירידה, .

$f'(x) < 0$ **עבור** $0 < x < 1$ **ו-** $f'(x) > 0$ **עבור** $1 < x < 2$**,**

כאשר $f'(0) = f'(1) = f'(2) = 0$

ולכן הסקיצה המתאימה של גרף הנגזרת



נחשב את השטח המבוקש, תוך חלוקתו לשני שטחים כמתואר בציור.

$$S_1 = \int_1^2 (f'(x) - 0)\,dx$$

$$S_1 = f(x) \Big]_1^2$$

$$S_1 = f(2) - f(1) = 1 - 0.54$$

$$\boxed{S_1 = 0.46}$$

$$S_2 = \int_0^1 (0 - f'(x))\,dx$$

$$S_2 = -f(x) \Big]_0^1$$

$$S_2 = -f(1) + f(0) = -0.54 + 1$$

$$\boxed{S_2 = 0.46}$$

ובהתאם: $S = 0.46 + 0.46 = 0.92$

תשובה: גודל השטח 0.92 **יח"ר.**

הפונקציה שיש להביא ל_מינימום_ **היא** _זמן הליכתו של האדם לנקודה_ A .

נסמן $EF = x$ **ונוריד אנך מהנקודה** F **לצלע** CD**, כך שמתקבלים שני מלבנים, כלומר** $FL = 0.3$,

ועל ידי משפט פיתגורס נקבל $EL = \sqrt{x^2 - 0.09}$ **.**

מרחק ההליכה המצטבר של האדם על השביל הוא $0.4 - \sqrt{x^2 - 0.09}$ **וזמן ההליכה הוא** $\frac{0.4 - \sqrt{x^2 - 0.09}}{6}$ **.**

מרחק ההליכה של האדם על הדשא הוא x **וזמן ההליכה הוא** $\frac{x}{4}$ **.**

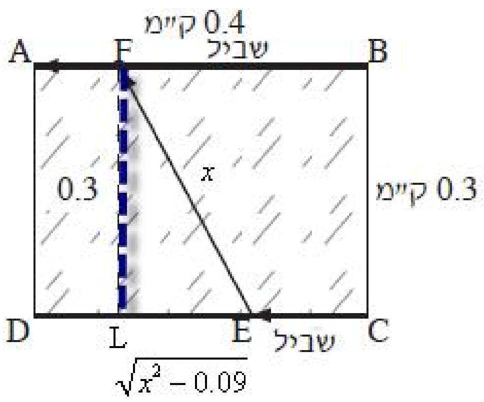
לפיכך, זמן ההליכה הכולל המתקבל יהיה נתון ע"י הפונקציה: $f(x) = \frac{0.4 - \sqrt{x^2 - 0.09}}{6} + \frac{x}{4}$ **.**

נשים לב שתחום הגדרת הפונקציה הוא $0.3 < x < 0.5$ **,**

כאשר 0.5 **הוא אורכו של האלכסון** AC **(חישוב ע"י פיתגורס),והוא מתקבל מחיתוך שני התנאים:**

(I) **ת"ה של הביטוי** $x^2 - 0.09$ **, שנמצא תחת שורש ריבועי, ללא " = " כדי ש-** EL **יהיה חיובי.**

(II) $0 < x < 0.5$ **-** x **חייב להיות חיובי (מייצג אורך קטע) ,אך חייב להיות קטן מאורכו של אלכסון המלבן.**



$$f(x) = \frac{0.4 - \sqrt{x^2 - 0.09}}{6} + \frac{x}{4}$$

$$f'(x) = \frac{-2x}{6\sqrt{x^2 - 0.09}} + \frac{1}{4}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{-2x + 3\sqrt{x^2 - 0.09}}{12\sqrt{x^2 - 0.09}}}$$

$$0 = -2x + 3\sqrt{x^2 - 0.09}$$

$$2x = 3\sqrt{x^2 - 0.09}$$

$$4x^2 = 9x^2 - 0.81$$

$$0.81 = 5x^2$$

$$x^2 = 0.162$$

$$\boxed{x = 0.402} \quad \leftarrow x > 0$$

$$f'(0.4) = \frac{-2 \cdot 0.4 + 3\sqrt{0.4^2 - 0.09}}{+} = -0.6 < 0, \quad f'(0.45) = \frac{-2 \cdot 0.45 + 3\sqrt{0.45^2 - 0.09}}{+} = 0.006 > 0$$

$$\boxed{x = 0.402, \quad Min}$$

תשובה: אורך הקטע EF **הוא** 0.402 **ק"מ, עבורו זמן ההליכה מינימלי לנקודה** A **.**

נכתב ע"י עפר ילין