נסמן ב- x את מהירות מכונית א' (קמ"ש), וב- y את זמן הנסיעה שלה עד הפגישה.

לכן:

$\frac{100+25}{100}\cdot x=1.25x$ היא המהירות של מכונית ב' (קמ"ש), שמהירותה גבוהה ב- 25% מזו של מכונית א'.

ו- $y-0.5$ זמן נסיעתה של מכונית ב' עד הפגישה, שיצאה חצי שעה לאחר מכונית א'.

$s=vt$ - המרחק (s) שווה למהירות (v) כפול זמן (t)

נשלים את הנתונים בטבלה , שמתבססת על מרחק הנסיעה וזמן הנסיעה של שתי המכוניות עד פגישתן.

מכוניות	זמן שעות t	מהירות קמ"ש v	דרך-מרחק - ק"מ s
א	y	x	xy
ב	$y-0.5$	$1.25x$	$1.25x(y-0.5)$

המרחקים שעברו שתי המכוניות שווים,

לכן, המשוואה המתאימה: $xy=1.25x(y-0.5)$

נפתור את המשוואה:

$$xy=1.25x(y-0.5)\quad /:x\quad (x>0)$$
$$y=1.25(y-0.5)$$
$$y=1.25y-0.625$$
$$-0.25y=-0.625$$
$$\boxed{y=2.5}$$

תשובה: המכוניות נפגשו לאחר 2.5 שעות מרגע יציאתה של מכונית א' ממקום A .

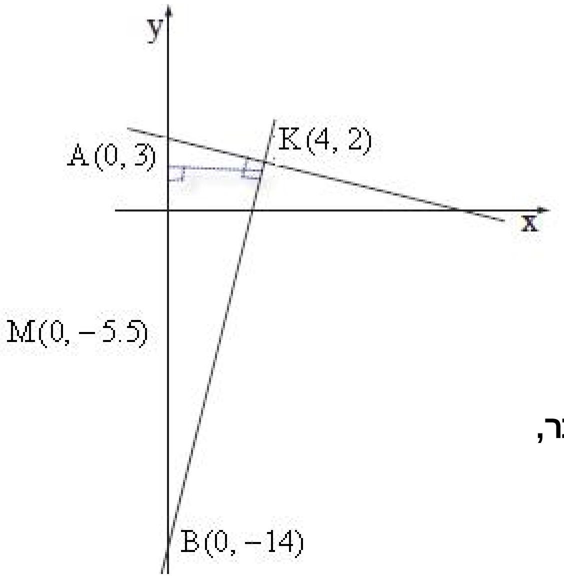
א. משוואת הישר BK **היא** $y=4x-14$ **,**

בהתאם שיעורי הנקודה B **, שעל ציר -** y **בו מתקיים** $x=0$ **, הם** $\mathrm{B}(0,-14)$ **.**

אורך הקטע AB **, המונח על ציר -** y **, הוא** 17 **ולכן:** $y_{\mathrm{A}}=-14+17=3$ **.**

תשובה: $\mathrm{A}(0,3)$ **.**

ב. שטח המשולש AKB **הוא** 34 **, כלומר** $h=4 \leftarrow 68=17h \leftarrow 34=\frac{\mathrm{AB}\cdot h}{2}$ **.**



כלומר, אורך הגובה מ- AB **לקדקוד** K **הוא** 4 **ולכן** $x_K=4$ **.**

נציב 4 **במשוואת הישר** BK **ונקבל** $y=4\cdot 4-14=2$ **.**

תשובה: $\mathrm{K}(4,2)$

ג. (1) נמצא את שיפוע AK **:** $m_{\mathrm{AK}}=\frac{2-3}{4-0}=-\frac{1}{4}$ **.**

לכן $m_{\mathrm{AK}}\cdot m_{\mathrm{AK}}=-\frac{1}{4}\cdot 4=-1$ **והישרים מאונכים זה לזה.**

משולש AKB **הוא ישר זווית ומרכז המעגל החוסם הוא אמצע היתר,**

מכאן ש- AB **הוא קוטר המעגל החוסם.**

תשובה: הוכַח.

(2) שיעורי מרכז המעגל, שמונח על ציר ה- y **:** $y_{\mathrm{M}}=\frac{3+(-14)}{2}=-5.5$ **, כלומר** $\mathrm{M}(0,-5.5)$ **.**

רדיוס המעגל: $\frac{17}{2}=8.5$

תשובה: משוואת המעגל היא $x^2+(y+5.5)^2=72.25$ **.**

א. בקובייה מאוזנת הסיכוי לקבלת מספר כלשהו בהטלה אחת הוא $\frac{1}{6}$

לכן, $P(4\cup 6)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ היא ההסתברות לקבלת המספרים 4 או 6 בהטלת קובייה אחת.

כיוון שאין תלות בין הטלת קובייה A להטלת קובייה B,

הרי שההסתברות לקבלת המספרים 4 או 6 בשתיהן היא $\frac{1}{9}=(\frac{1}{3})^2$.

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{9}$.

ב. המאורע שלפחות באחת מהקוביות יתקבלו המספרים 4 או 6,

הוא המאורע המשלים של האפשרות שאף אחת מהקוביות תראה מספרים אלו.

ולכן ההסתברות היא $\frac{5}{9}=1-(\frac{2}{3})^2$.

תשובה: ההסתברות היא $\frac{5}{9}$.

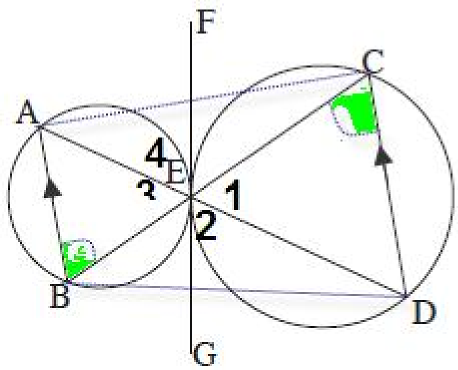
ג. כאשר מטילים 6 פעמים את שתי הקוביות, הרי שאין תלות בין ההטלות השונות

ולכן זו התפלגות בינומית .

נחשב בנוסחת ברנולי:, כאשר נתון כי $p=\frac{5}{9}$, $n=6$, $k=3$

$$P_6(3)=\binom{6}{3}(\frac{5}{9})^3(1-\frac{5}{9})^{6-3}=\frac{6!}{3!(6-3)!}\cdot(\frac{5}{9})^3\cdot(\frac{4}{9})^3=20\cdot(\frac{5}{9})^3\cdot(\frac{4}{9})^3=0.301$$

תשובה: ההסתברות היא 0.301 .



<u>נתונים</u>

1. FG משיק למעגל הימני
2. FG משיק למעגל השמאלי

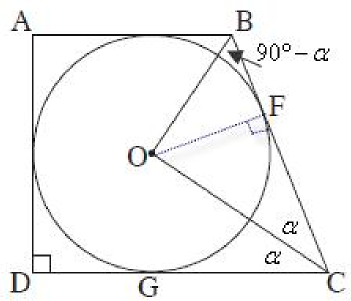
צ"ל:

א. $\sphericalangle ABE = \sphericalangle GED$

ב. $\frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE}$

ג. $h_{CD(\Delta ACD)} = h_{CD(\Delta ACD)}$

הסבר		טענה	נימוק
1	3	FG משיק למעגל השמאלי	נתון
3	4	$\sphericalangle E_4 = \sphericalangle ABE$	זווית בין משיק למיתר
	5	$\sphericalangle GED = \sphericalangle E_4$	זוויות קדקודיות שוות זו לזו
4, 5	6	$\sphericalangle ABE = \sphericalangle GED$	כלל המעבר
מ.ש.ל א			
2	7	FG משיק למעגל הימני	נתון
7	8	$\sphericalangle ECD = \sphericalangle GED$	זווית בין משיק למיתר
6, 8	9	$\sphericalangle ABE = \sphericalangle ECD$	כלל המעבר
9	10	$AB \parallel CD$	אם זוויות מתחלפות שוות אז הישרים מקבילים
10	11	$\frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE}$	משפט תאלס הרחבה 2
מ.ש.ל. ב			
10	12	$h_{CD(\Delta ACD)} = h_{CD(\Delta BCD)}$	מרחקים שווים בין ישרים מקבילים
מ.ש.ל. ג			



<u>נתונים</u>

1. $ABCD$ **טרפז ישר זווית** $(\sphericalangle ADC = 90°)$

2. $ABCD$ **חוסם מעגל שמרכזו** O.

3. DC **משיק למעגל בנקודה** G.

4. BC **משיק למעגל בנקודה** F.

עבור ב' : 5. $\frac{OC}{OB} = 2$ **6. רדיוס המעגל החסום** R.

צ"ל: א. (1) OC **חוצה זווית** $\sphericalangle BCD$ **(2)** $\sphericalangle BOC = 90°$

ב. (1) זוויות הטרפז (2) OC .

הסבר	מס'	טענה	נימוק
3	**7**	DC **משיק למעגל בנקודה** G.	**נתון**
4	**8**	BC **משיק למעגל בנקודה** F	**נתון**
7, 8	**9**	OC **חוצה זווית** $\sphericalangle BCD$	**אם מנקודה** (C) **יוצאים שני משיקים למעגל** (CF, CG) **, אז הישר שמחבר את הנקודה למרכז המעגל חוצה את הזווית שבין המשיקים**
		מ.ש.ל א (1)	
9	**10**	$\sphericalangle FCO = \sphericalangle OCG = \sim$	**סימון**
10	**11**	$\sphericalangle BCD = 2\sim$	**סכום זוויות**
1	**12**	$ABCD$ **טרפז ישר זווית** $(\sphericalangle ADC = 90°)$	**נתון**
12	**13**	$AB \parallel DC$	**בסיסי הטרפז מקבילים זה לזה**
11, 13	**14**	$\sphericalangle ABC = 180° - 2\sim$	**זוויות חד צדדיות בין מקבילים משלימות ל-** $180°$
2	**15**	$ABCD$ **חוסם מעגל שמרכזו** O	**נתון**
15	**16**	BO **חוצה זווית** $\sphericalangle ABC$	**אם מנקודה** (B) **יוצאים שני משיקים למעגל** (BA, BC) **, אז הישר שמחבר את הנקודה למרכז המעגל חוצה את הזווית שבין המשיקים**
14, 16	**17**	$\sphericalangle OBF = 90° - \sim$	**חישוב**
10, 17	**18**	$\sphericalangle BOC = 90°$	**סכום זוויות** ΔBOC **הוא** $180°$
		מ.ש.ל. א (2)	

ב. ולעבודת הטריגו

(1) נמצא את זוויות הטרפז

$\underline{\Delta OBC}$

$$\tan\sim\ = \frac{OB}{OC}$$

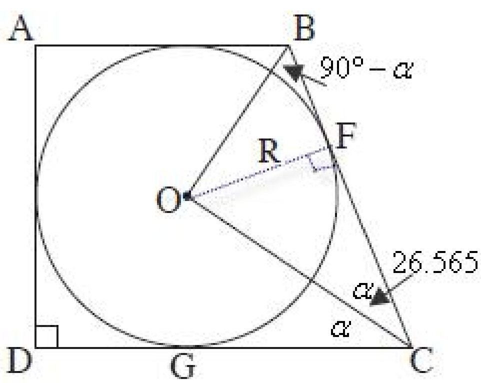
$$\tan\sim\ = \frac{1}{2}$$

$$\sim\ = 26.565$$

$$\sphericalangle C = 53.13^\circ$$

$$\sphericalangle B = 126.87^\circ$$

תשובה: זוויות הטרפז , 53.13° , 126.87° , 90° , 90°



(2) נביע את OC **באמצעות** R

$\underline{\Delta OFC}$

$$\sin 26.565 = \frac{R}{OC}$$

$$OC = \frac{R}{\sin 26.565}$$

$$\boxed{OC = 2.236R}$$

תשובה: $OC = 2.236R$

א. נשתמש במשפט הקוסינוסים

$\underline{\Delta ABC}$

$(BC)^2 = (AC)^2 + (AB)^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \sphericalangle CAB$

$(BC)^2 = 8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \cos 40°$

$(BC)^2 = 27.72$

$BC =$ **ס"מ** 5.265

משפט הסינוסים

$\underline{\Delta ABC}$

$$\frac{AC}{\sin \sphericalangle CBA} = \frac{BC}{\sin \sphericalangle CAB}$$

$$\frac{5}{\sin \sphericalangle CBA} = \frac{5.265}{\sin 40°}$$

$$\frac{5\sin 40°}{5.265} = \sin \sphericalangle CBA$$

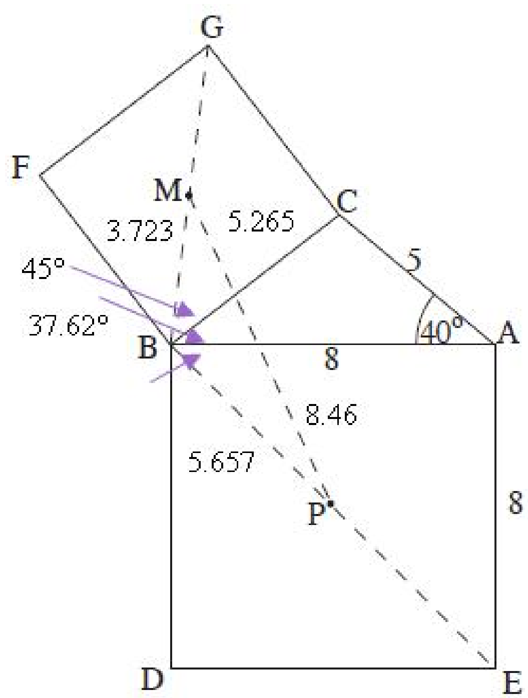
$\boxed{\sphericalangle CBA = 37.62°}$ $\quad \cancel{\sphericalangle CBA = 142.38°}$

תשובה: $\sphericalangle CBA = 37.62°$ **(אפשרות שנייה נפסלה עקב סכום זוויות ב-** ΔABC $180°$**)**

ב. $\sphericalangle GBC = \sphericalangle ABE = 45°$ **כי אלכסוני הריבועים חוצים את הזוויות הישרות.**

$\sphericalangle MBP = 45° + 37.62° + 45° = 127.62°$

תשובה: $\sphericalangle MBP = 127.62°$



ג. MB **שווה למחצית האלכסון בריבוע העליון.**

$MB = 0.5 \cdot \sqrt{5.265^2 + 5.265^2} =$ **ס"מ** 3.723

PB **שווה למחצית האלכסון בריבוע התחתון.**

$PB = 0.5 \cdot \sqrt{8^2 + 8^2} =$ **ס"מ** 5.657

נשתמש במשפט הקוסינוסים.

$\underline{\Delta BMP}$

$(MP)^2 = (MB)^2 + (PB)^2 - 2MB \cdot PB \cdot \cos \sphericalangle MBP$

$(MP)^2 = 3.723^2 + 5.657^2 - 2 \cdot 3.723 \cdot 5.657 \cdot \cos 127.62°$

$MP =$ **ס"מ** 8.46

תשובה: $MB =$ **ס"מ** 3.723 **,** $PB =$ **ס"מ** 5.657 **,** $MP =$ **ס"מ** 8.46

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x+5}{x^2-a}+b$ **.** a **פרמטר שונה מ-** 0 **(** $a\neq 0$ **).**

תחום ההגדרה הוא $x\neq \pm 2$ **, ולכן** $x=\pm 2$ **מאפס את מכנה הפונקציה.**

$$2^2-a=0 \quad \rightarrow \boxed{a=4}$$

האסימפטוטה האופקית היא $y=2$ **.**

חזקת פולינום המונה (1) **קטנה מחזקת פולינום המכנה** (2) **,**

לכן הביטוי $\frac{x+5}{x^2-a}$ **שואף ל-** 0 **עבור** $x\rightarrow \pm\infty$ **ומכאן ש-** $f(x)$ **שואפת ל** $y=b$ **ולכן** $\boxed{b=2}$

תשובה: $a=4$ **,** $b=2$ **.**

ב. $\boxed{f(x)=\frac{x+5}{x^2-4}+2}$

(1) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ולכן:**

$$0=\frac{x+5}{x^2-4}+2$$
$$0=x+5+2(x^2-4)$$
$$0=x+5+2x^2-8$$
$$0=2x^2+x-3$$
$$x_{1,2}=\frac{-1\pm 5}{4} \quad \rightarrow x=1, \quad x=-1.5$$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ולכן:** $f(0)=\frac{0+5}{0^2-4}+2=0.75$

תשובה: $(-1.5,0)$ **,** $(1,0)$ **,** $(0,0.75)$ **.**

ד. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.

$$f'(x)=\frac{x^2-4-2x(x+5)}{(x^2-4)^2}$$
$$f'(x)=\frac{x^2-4-2x^2-10x}{(x^2-4)^2}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{-x^2-10x-4}{(x^2-4)^2}}$$

$$0=-x^2-10x-4$$

$$x_{1,2}=\frac{10\pm\sqrt{84}}{-2}$$

$$x_1=-9.58 \quad \rightarrow f(-9.58)=\frac{-9.58+5}{(-9.58)^2-4}+2=1.95 \rightarrow (-9.58,1.95)$$

$$x_2=-0.42 \quad \rightarrow f(-0.42)=\frac{-0.42+5}{(-0.42)^2-4}+2=0.80 \rightarrow (-0.42,0.80)$$

נמצא את סוג נקודות הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי), בעזרת ציור גרף סימני $f'(x)$,

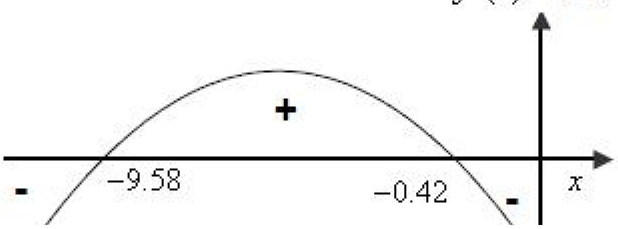
כאשר מכנה הנגזרת חיובי והמונה הוא ביטוי אלגברי של פרבולה הפוכה (עצובה).

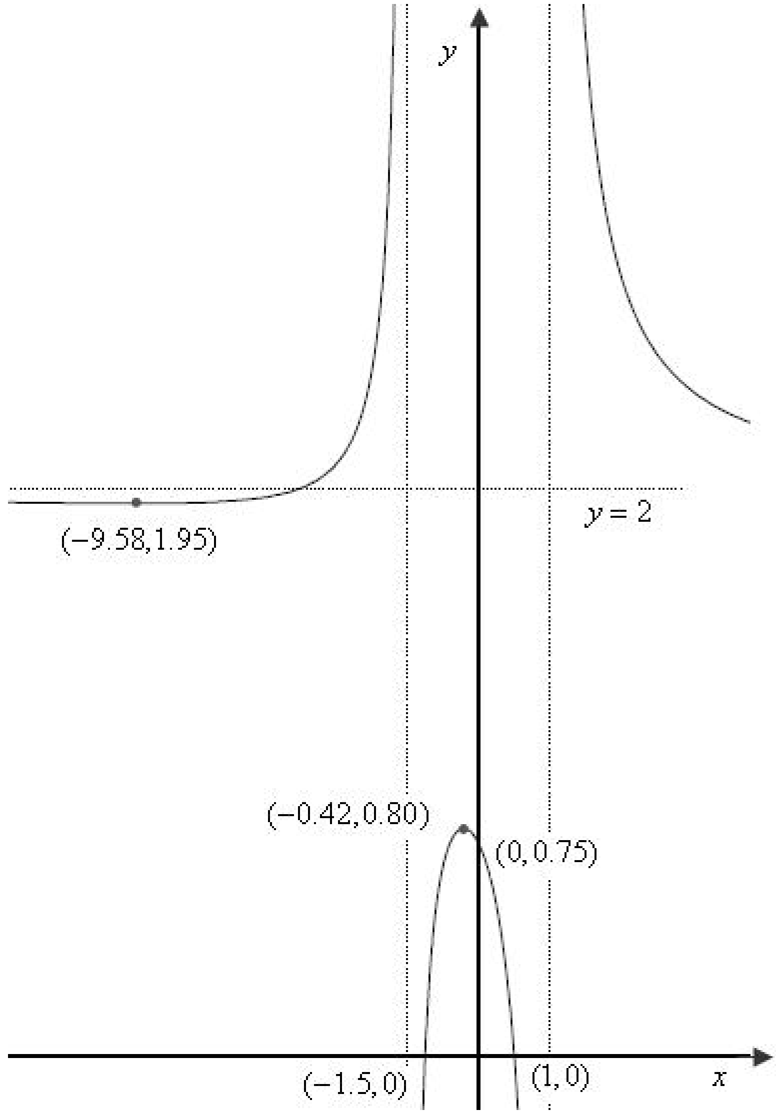
x		2		-0.42		-2		-9.58	
$f'(x)$	-		-		+		+		-
מסקנה	↘		↘	**Max**	↗		↗	**Min**	↘

תשובה: $(-9.58,1.95)$ **מינימום ,** $(-0.42,0.80)$ **מקסימום.**

(3) הסקיצה המתאימה

סימני $f'(x)$





ג. תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)=\frac{x+5}{x^2-4}$ **זהה לזה של** $f(x)=\frac{x+5}{x^2-4}+2$ **וגם הנגזרות שוות.**

למעשה, $g(x)=\frac{x+5}{x^2-4}$ **היא הסטה אנכית כלפי מטה, של** 2 **יחידות של הפונקציה** $f(x)=\frac{x+5}{x^2-4}+2$ **.**

תשובה: שיעורי ה- x **של נקודות הקיצון וסוגן זהים, שיעורי ה** y **של נקודות הקיצון קטנים ב-** 2 **יחידות.**

$(-9.58,-0.05)$**מינימום ,** $(-0.42,-1.20)$ **מקסימום.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=1+a\sin x$ **בתחום** $0\le x\le 2\pi$ **.** a **הוא פרמטר,** $0<a<1$ **.**

נמצא נקודות קצה ולאחר מכן נקודות קיצון.

$$f(0)=1+a\sin(0)=1 \quad \to (0,1)$$
$$f(2\pi)=1+a\sin(2\pi)=1 \quad \to (2\pi,1)$$

$$\boxed{f'(x)=a\cos x}$$
$$0=a\cos x$$
$$\cos x=0=\cos\frac{\pi}{2}$$
$$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k \qquad x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$$

k	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$
0	$\frac{\pi}{2}$	-
1	-	$\frac{3\pi}{2}$

$$f(\frac{\pi}{2})=1+a\sin(\frac{\pi}{2})=1+a \quad \to (\frac{\pi}{2},1+a)$$
$$f(\frac{3\pi}{2})=1+a\sin(\frac{3\pi}{2})=1-a \quad \to (\frac{3\pi}{2},1-a)$$

נמצא את סוג הקיצון, בעזרת ערכי הפונקציה:

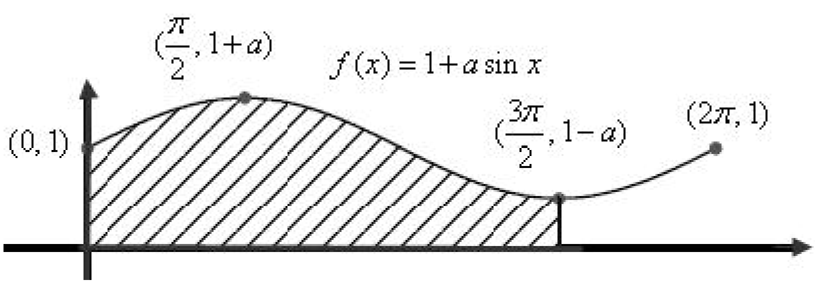
x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$		2π
y	1		$1+a$		$1-a$		1
y'							0
מסקנה	**Min**	$\nearrow$	**Max**	$\searrow$	**Min**	$\nearrow$	**Max**

$0<a<1$ **ולכן** $1+a>1$ **וגם** $1-a<1$ **נקבל את נקודות הקיצון המוחלט על פי ערכי הפונקציה.**

תשובה: $(\frac{3\pi}{2},1-a)$ **מינימום מוחלט,** $(\frac{\pi}{2},1+a)$ **מקסימום מוחלט**

ג. גודלו של השטח המסומן הוא $\frac{7\pi}{4}$ **:**

$$\frac{7\pi}{4}=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{3\pi}{2}}(1+a\sin x-0)dx$$
$$\frac{7\pi}{4}=x-a\cos x\Big]_{0}^{\frac{3\pi}{2}}$$
$$\frac{7\pi}{4}=(\frac{3\pi}{2}-a\cos(\frac{3\pi}{2}))-(0-a\cos(0))$$
$$\frac{7\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}+a$$
$$\boxed{a=\frac{\pi}{4}}$$



תשובה: $a=\frac{\pi}{4}$ **.**

א. (1) $AE = AH = CF = CG = x$ **, כאשר** ABCD **מלבן.**

צלעות המלבן שוות זו לזה ומאונכות זה לזה.

10 **ס"מ** $BC = AD =$ **ולכן** $10 - x$ **ס"מ** $BF =$ **.** a **ס"מ** $AB =$ **ולכן** $a - x$ **ס"מ** $BE =$ **.**

נמצא את סכום שטחי שני המשולשים ישרי הזווית, ΔBEF **ו-** ΔAEH **:**

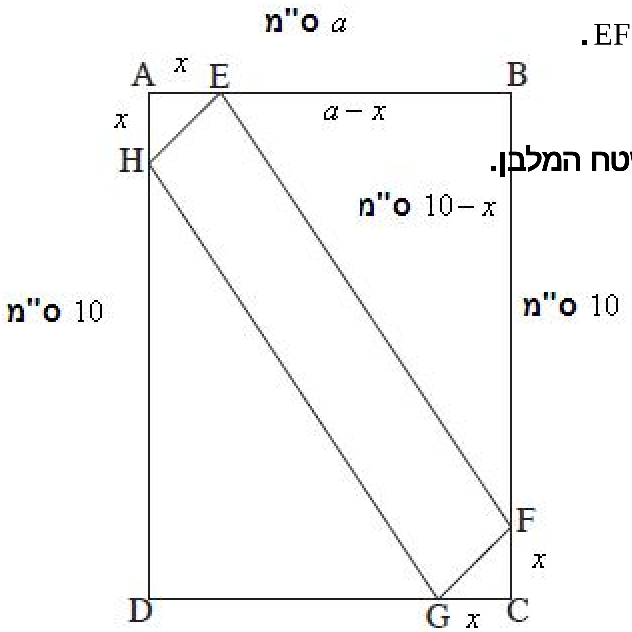
$$\frac{x\cdot x}{2}+\frac{(a-x)\cdot(10-x)}{2}=\frac{x^2+10a-ax-10x+x^2}{2}=\frac{2x^2-ax-10x+10a}{2}$$

תשובה: סכום שטחי ΔBEF **ו-** ΔAEH **הוא** $\frac{2x^2-ax-10x+10a}{2}$ **.**

(2) הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *שטח המרובע* EFGH **.**

$\Delta BEF \cong \Delta DGH, \quad \Delta AEH \cong \Delta CGF$ **(משפט חפיפה צ.ז.צ)**

שטח המרובע EFGH **שווה להפרש של שטחי המשולשים משטח המלבן.**



$$S(x)=10a-\cancel{2}\cdot\frac{2x^2-ax-10x+10a}{\cancel{2}}=$$

$$S(x)=10a-2x^2+ax+10x$$

$$\boxed{S(x)=-2x^2+ax+10x-10a}$$

$$\boxed{S'(x)=-4x+a+10}$$

$$0=-4x+a+10$$

$$4x=a+10$$

$$\boxed{x=0.25a+2.5}$$

פונקציית השטח היא פונקציה ריבועית, שהגרף שלה הוא פרבולה הפוכה ולכן זו נקודת מקסימום.

תשובה: $x = 0.25a + 2.5$ **עבורו שטח המרובע** EFGH **מקסימלי.**

ב. נתון כי $DH = 6$ **, כלומר** $x = 10 - 6 = 4$ **כאשר שטח המרובע** EFGH **מקסימלי.**

לכן: $4 = 0.25a + 2.5$

$$1.5 = 0.25a$$

$$\boxed{a=6}$$

תשובה: $a = 6$