א. (1) הסוחר קנה 160 ספרים ושילם תמורתם $7,200$ שקלים.

כל הספרים נמכרו באותו מחיר, ולכן מחיר הקנייה של כל אחד מהספרים היה: 45 שקלים $7200:160=$.

הוא מוכר כל ספר ברווח של 20%, כלומר ב- 54 שקלים $\frac{100+20}{100}\cdot 45=1.2\cdot 45=$.

תשובה: הסוחר מוכר כל ספר ב- 54 שקלים.

(2) הסוחר הצליח למכור 60% מן הספרים שקנה, כלומר 96 ספרים $\frac{60}{100}\cdot 160=0.6\cdot 160=$.

הסכום שקיבל הסופר ממכירת הספרים הוא 5184 שקלים $96\cdot 54=$.

תשובה: הסכום שקיבל הסוחר ממכירת הספרים היה $5,184$ שקלים.

ב. כדי לקבל את הסכום ששילם עבור קניית הספרים, על הסופר למכור $133\frac{1}{3}$ ספרים $7200:54=$.

ברור שמספר הספרים צריך להיות שלם,

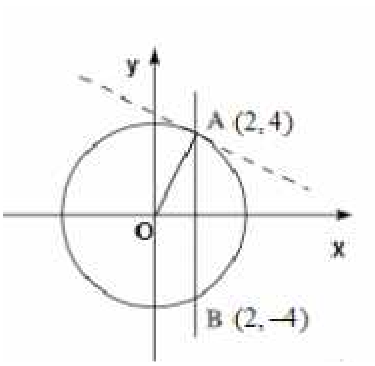
ובכל מקרה על-מנת להרוויח בעיסקה, על הסוחר למכור לפחות 134 ספרים.

תשובה: כמות הספרים המינימלית שעל הסוחר למכור, כדי להרוויח בעיסקה, היא 134 ספרים.

א. משוואת המעגל היא $x^2+y^2=20$, ולכן מרכז המעגל הוא $O(0,0)$ והרדיוס שלו $\sqrt{20}$.

הישר $x=2$ חותך את המעגל בנקודות A ו- B.

נציב $x=2$ במשוואת המעגל.



$$2^2+y^2=20$$
$$4+y^2=20$$
$$y^2=16$$
$$y=\pm4 \quad \rightarrow A(2,4), B(2,-4)$$

תשובה: $A(2,4)$, $B(2,-4)$.

ב. (1) שיפוע הרדיוס OA הוא $m_{OA}=\frac{4-0}{2-0}=\frac{4}{2}=2$.

הרדיוס OA מאונך למשיק בנקודת ההשקה, לכן על פי תנאי ניצבות: $m_{mashik}\cdot m_{OA}=-1$,

ושיפוע הרדיוס (הופכי לנגדי) הוא $-\frac{1}{2}$ $\quad\rightarrow\quad$ $m_{mashik}\cdot 2=-1$.

תשובה: שיפוע המשיק הוא $-\frac{1}{2}$.

(2) נמצא את משוואת המשיק בנקודה $A(2,4)$, ששיפועו $(-\frac{1}{2})$.

$$y-4=-\frac{1}{2}(x-2)$$
$$y-4=-\frac{1}{2}x+1$$
$$\boxed{y=-\frac{1}{2}x+5}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-\frac{1}{2}x+5$.

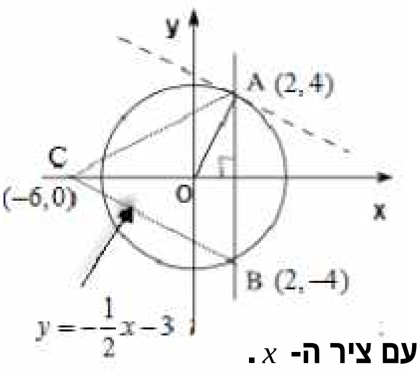
ג. (1) לישרים מקבילים שיפועים שווים, לכן שיפוע הישר העובר ב- $B(2,-4)$ **הוא** $(-\frac{1}{2})$ **.**

$$y-(-4)=-\frac{1}{2}(x-2)$$

$$y+4=-\frac{1}{2}x+1$$

$$\boxed{y=-\frac{1}{2}x-3}$$

תשובה: משוואת הישר היא $y=-\frac{1}{2}x-3$ **.**



(2) נמצא את נקודת החיתוך של הישר $y=-\frac{1}{2}x-3$ **עם ציר ה-** x **.**

$$0=-\frac{1}{2}x-3$$

$$\frac{1}{2}x=-3 \qquad /:\frac{1}{2}$$

$$x=-6 \quad \to C(-6,0)$$

$$d_{AC}=\sqrt{(2-(-6))^2+(4-0)^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}$$

$$d_{BC}=\sqrt{(2-(-6))^2+(-4-0)^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}$$

לכן, $AC=BC$ **ומשולש** ABC **שווה שוקיים.**

תשובה: הוכַח.

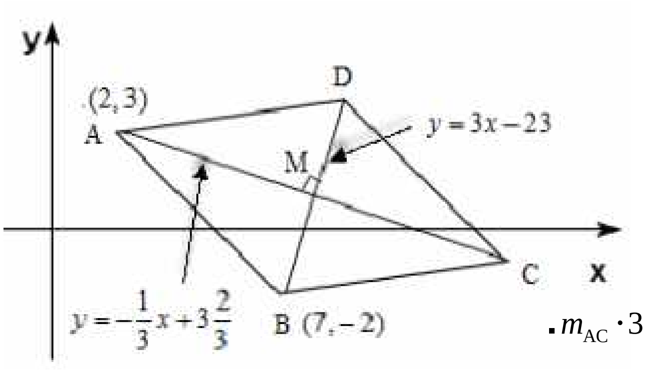
הערה: הגובה לצלע AB **מונח על ציר ה-** x **, והוא גם תיכון. לכן משולש** ABC **שווה שוקיים ללא חישוב.**

א. אחד מאלכסוני המעוין מונח על הישר $y=3x-23$.

נציב $A(2,3)$: $3=3\cdot2-23$ ומכאן $3=-17$, שאינו שוויון נכון, ולכן $A(2,3)$ לא על אלכסון זה.

נציב $B(7,-2)$: $-2=3\cdot7-23$ ומכאן $-2=-2$, שהוא שוויון נכון, ולכן $B(7,-2)$ על אלכסון זה.

תשובה: האלכסון BD מונח על הישר $y=3x-23$.



ב. שיפוע האלכסון BD ($y=3x-23$) הוא 3 .

האלכסונים במעוין מאונכים זה לזה.

לכן על פי תנאי ניצבות: $m_{AC}\cdot m_{BD}=-1$,

ושיפוע האלכסון AC (הופכי לנגדי) הוא $(-\frac{1}{3})$ $\rightarrow$ $m_{AC}\cdot3=-1$.

נמצא את משוואת האלכסון AC על פי הקדקוד $A(2,3)$, והשיפוע $(-\frac{1}{3})$.

$$y-3=-\frac{1}{3}(x-2)$$

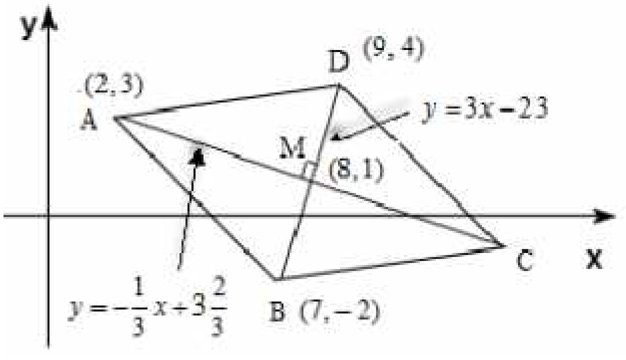
$$y-3=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$$

$$\boxed{y=-\frac{1}{3}x+3\frac{2}{3}}$$

תשובה: משוואת האלכסון האחר (האלכסון AC) היא $y=-\frac{1}{3}x+3\frac{2}{3}$.

ג. M **היא נקודת מפגש אלכסוני המעוין.**

(1) נמצא את שיעורי הנקודה M **.**



$$\begin{cases} y = 3x - 23 \\ y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$3x - 23 = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$$

$$3\frac{1}{3}x = 26\frac{2}{3} \quad / : (3\frac{1}{3})$$

$$x = 8 \quad \rightarrow y = 3\cdot 8 - 23 = 1 \quad \rightarrow \boxed{M(8,1)}$$

תשובה: $M(8,1)$.

(2) אלכסוני המעוין חוצים זה את זה, לכן הנקודה $M(8,1)$ **היא אמצע האלכסון** BD **.**

נשתמש בנוסחת אמצע קטע.

$$1 = \frac{-2 + y_D}{2} \quad / \cdot 2 \qquad 8 = \frac{7 + x_D}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2 = -2 + y_D \qquad 16 = 7 + x_D$$

$$y_D = 4 \qquad x_D = 9$$

תשובה: $D(9,4)$.

(3) נמצא את שטח משולש ADM **, ישר הזווית.**

$$d_{AM} = \sqrt{(8-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$

$$d_{DM} = \sqrt{(8-9)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$S_{\Delta ADM} = \frac{AM \cdot DM}{2} = \frac{\sqrt{40}\cdot\sqrt{10}}{2} = 10$$

תשובה: שטח ΔADM **הוא** 10 **יח"ר.**

4

א. נתונה הפונקציה $f(x)=4\sqrt{x}-x$ **.**

תחום ההגדרה: $x\geq 0$ **(ביטוי בתוך השורש הריבועי חייב להיות אי-שלילי).**

תשובה: $x\geq 0$**.**

ב. נמצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית ואת סוגה .

$$f'(x)=\frac{4}{2\sqrt{x}}-1$$

$$0=\frac{4}{2\sqrt{x}}-1 \quad /\cdot 2\sqrt{x}$$

$$0=4-2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x}=4 \quad /:2$$

$$\sqrt{x}=2$$

$$x=4 \quad \rightarrow \quad f(4)=4\cdot\sqrt{4}-4=4 \quad \rightarrow (4,4)$$

נבנה טבלת עלייה וירידה.

$$f'(3)=\frac{4}{(2\sqrt{3})}-1>0, \quad f'(5)=\frac{4}{(2\sqrt{5})}-1<0$$

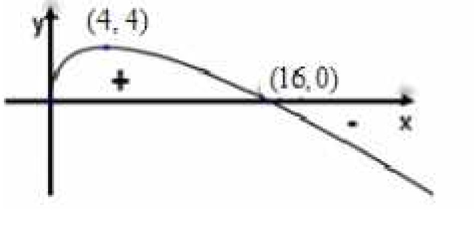
x	5	4	3	0
$f'(x)$	**-**	0	**+**	
מסקנה	↘	**Max**	↗	

תשובה: $(4,4)$ **, מקסימום.**

ג. נענה על פי טבלת העלייה והירידה:

תשובה: עלייה $0<x<4$ **, ירידה** $x>4$ **.**

ד. הסקיצה המתאימה, כולל הנתון שהגרף עובר בנקודה $(16,0)$**.**



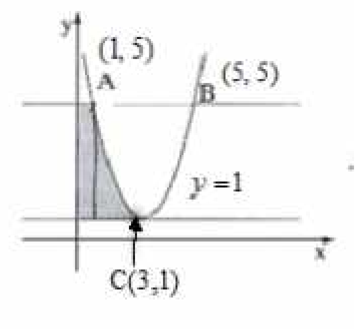
ה. הפונקציה חיובית כאשר הגרף מעל ציר ה- x **, ושלילית כאשר הגרף עובר מתחתיו.**

תשובה: תחום החיוביות: $0<x<16$ **, תחום השליליות:** $x>16$ **.**

5

א. הישר $y=5$ חותך את גרף הפונקציה $y=x^2-6x+10$ בנקודות A ו- B.

נציב $y=5$ במשוואת הפונקציה.



$$5=x^2-6x+10$$
$$0=x^2-6x+5$$
$$x_{1,2}=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot1\cdot5}}{2\cdot1}$$
$$x_{1,2}=\frac{6\pm4}{2}$$
$$x_1=\frac{6+4}{2}=\frac{10}{2}=5\quad\rightarrow\boxed{x_B=5}$$
$$x_2=\frac{6-4}{2}=\frac{2}{2}=1\quad\rightarrow\boxed{x_A=1}$$

תשובה: $x_B=5$**,** $x_A=1$**.**

ב. (1) נמצא את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה, הנקודה C .

$$y'=2x-6$$
$$0=2x-6$$
$$-2x=-6\quad /:(-2)$$
$$x=3\quad\rightarrow y=3^2-6\cdot3+10=1\quad\rightarrow\boxed{(3,1)}$$

תשובה: שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה הם $(3,1)$.

(2) בנקודת המינימום, משוואת המשיק היא של פונקציה קבועה, כלומר $y=1$.

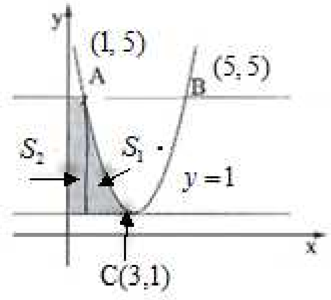
תשובה: משוואת המשיק היא $y=1$.

ג. נחשב את השטח המקווקו, על ידי חלוקתו לשני שטחים.

שטח ימני - S_1

הפרש פונקציות:

$$x^2-6x+10-(1)=x^2-6x+9$$



$$S_1=\int_1^3 (x^2-6x+9)\,dx$$

$$S_1=\frac{x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}+9x\Big]_1^3$$

$$S_1=(\frac{3^3}{3}-\frac{6\cdot3^2}{2}+9\cdot3)-(\frac{1^3}{3}-\frac{6\cdot1^2}{2}+9\cdot1)$$

$$S_1=9-(6\frac{1}{3})$$

$$\boxed{S_1=2\frac{3}{3}}$$

שטח שמאלי - S_2

זהו שטח של מלבן, שאורכו $5-1=4$**, ורחובו** $1-0=1$.

$$S_2=4\cdot1=4$$

וסך כל גודל השטח האפור הוא $2\frac{3}{3}+4=6\frac{2}{3}$**.**

תשובה: גודל השטח האפור הוא $6\frac{2}{3}$ **יח"ר .**

א. נתון שטח $\Delta ABC =$ 18**סמ"ר** .

נסמן $AH = x$ **.**

$$S_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot AH}{2}$$

$$18=\frac{BC\cdot x}{2}\quad /\cdot 2$$

$$36=BC\cdot x\quad /:x$$

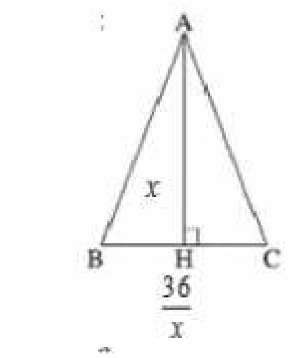
$$\frac{36}{x}=BC$$

תשובה: $BC=\frac{36}{x}$ **.**

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא הסכום $BC+AH$ **.**

כלומר: הרי שאם $BC=\frac{36}{x}$ **, אז** $f(x)=\frac{36}{x}+x$ **.**

נמצא נקודת קיצון.



$$\boxed{f'(x)=-\frac{36}{x^2}+1}$$

$$0=-\frac{36}{x^2}+1\quad /\cdot x^2$$

$$0=-36+x^2$$

$$36=x^2$$

$$\boxed{x=6}\quad \leftarrow x>0$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (תחום הגדרה $0<x$ **).**

$$f'(5)=-\frac{36}{5^2}+1<0,\quad f'(7)=-\frac{36}{7^2}+1>0$$

x	7	6	5	0
y'	**+**	0	**-**	
מסקנה	↗	**Min**	↘	

תשובה: $x=6$ **, עבורו הסכום** $BC+AH$ **הוא מינימלי.**

ג. עבור $x = 6$ **, נקבל ש-** $BC + AH = \frac{36}{6} + 6 = 12$ **.**

תשובה: הערך המינימלי של סכום האורכים $BC + AH$ **הוא** 12 .

ד. כיוון <u>שהערך המינימלי</u> של סכום האורכים $BC + AH$ **הוא** 12**,**

הרי שלא יתכן ש- $BC + AH = 10$ **. כי** $12 > 10$**.**

תשובה: סכום האורכים $BC + AH$ **<u>אינו</u> יכול להיות שווה ל-** 10 **.**