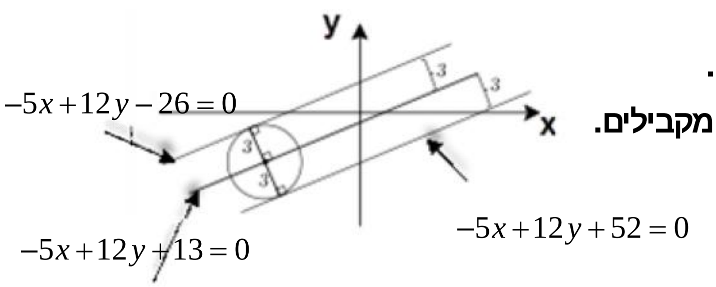
א. כל הנקודות הנמצאות במרחק קבוע מישר, נמצאות על ישר המקביל לישר הנתון.

יש למצוא את המקום הגיאומטרי של נקודות הנמצאות במרחק 3 יחידות מהישר $-5x+12y+13=0$.



לכן, כל הנקודות שעל המקום הגיאומטרי המבוקש

נמצאות על ישר המקביל לישר הנתון, במרחק של 3 יחידות.

נמצא את המקום הגיאומטרי על פי נוסחת מרחק בין ישרים מקבילים.

$$3=\frac{|c-13|}{\sqrt{(-5)^2+12^2}}$$

$$39=|c-13|$$

$$39=c-13 \qquad -39=c-13$$

$$c=52 \qquad c=-26$$

$$\boxed{-5x+12y+52=0} \qquad \boxed{-5x+12y-26=0}$$

ניתן, כמובן, גם בדרך הרגילה: נסמן $P(s,t)$, נקודה על המקום הגיאומטרי.

$3=\frac{|-5s+12t+13|}{\sqrt{(-5)^2+12^2}}$ **, על פי מרחק נקודה מישר, וההמשך מוביל לישרים המקבילים הנדרשים.**

תשובה: הישרים: $-5x+12y+52=0$ ו- $-5x+12y-26=0$.

ב. כל הנקודות על הישר $-5x+12y+13=0$ נמצאות באותו מרחק (3) מהמקום הגיאומטרי שמצאנו.

לכן כל אחת מהן היא מרכזו של מעגל המשיק לשני הישרים, ורדיוסו 3 .

תשובה: הישר הנתון $-5x+12y+13=0$.

ג. ראשית הצירים $(0,0)$ אינה נמצאת על המקום הגיאומטרי שמצאנו בסעיף א,

כי הישרים: $-5x+12y+52=0$ ו- $-5x+12y-26=0$, אינם עוברים בראשית.

לכן ציר ה- y אינו יכול להשיק ב- $(0,0)$ לאחד המעגלים שבסעיף ב.

דרך חלופית: כאשר ציר ה- y משיק למעגל (מימין או משמאל),

הרי שערכו המוחלט של שיעור ה- x של נקודת ההשקה הוא רדיוס המעגל ,

ושיעור ה- y של נקודת ההשקה שווה לשיעור- y של מרכז המעגל.

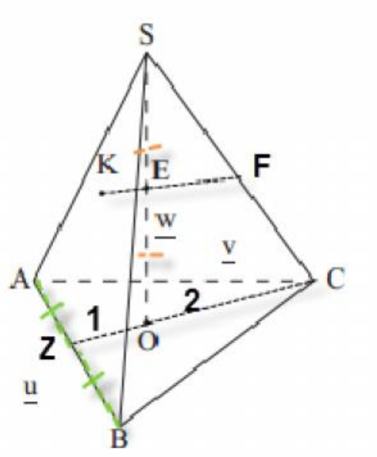
הרדיוס הוא 3 , ונקודת ההשקה המבוקשת היא $(0,0)$.

ולכן שיעורי מרכזי המעגלים האפשריים הם $(3,0)$, או $(-3,0)$.

אם נציב אותו בישר הנתון, נקבל סתירה:

$-5\cdot3+12\cdot0+13=-2\neq0$ **, או** $-5\cdot(-3)+12\cdot0+13=28\neq0$ **.**

תשובה: ציר ה- y אינו יכול להשיק ב- $(0,0)$ לאחד המעגלים שבסעיף ב.



א. SABC פירמידה ישרה, שבסיסה ABC הוא משולש שווה צלעות.

לכן הגובה SO יורד למרכז מעגל חוסם, שהוא במקרה זה גם מפגש תיכונים, החותכים זה את זה ביחס 2:1 מהקדקוד.

נמצא את ערכו של t עבורו הנקודות K, E ו- F נמצאות על ישר אחד, כלומר $\overrightarrow{KE}=\sim\overrightarrow{KF}$.

$$\boxed{\overrightarrow{AB}=\underline{u}} \quad \boxed{\overrightarrow{AC}=\underline{v}} \quad \boxed{\overrightarrow{OS}=\underline{w}}$$

$$\overrightarrow{SF}=t\overrightarrow{SC}$$

$$\overrightarrow{SF}=t(\overrightarrow{SO}+\frac{2}{3}\overrightarrow{ZC})$$

$$\overrightarrow{SF}=t(\overrightarrow{SO}+\frac{2}{3}(\overrightarrow{ZA}+\overrightarrow{AC}))$$

$$\overrightarrow{SF}=t(-\underline{w}+\frac{2}{3}(-\frac{1}{2}\underline{u}+\underline{v}))$$

$$\boxed{\overrightarrow{SF}=-\frac{1}{3}t\underline{u}+\frac{2}{3}t\underline{v}-t\underline{w}}$$

$$\boxed{\overrightarrow{SK}=\frac{1}{9}\underline{u}-\frac{2}{9}\underline{v}-\frac{2}{3}\underline{w}}$$

$$\overrightarrow{KE}=\overrightarrow{KS}+\overrightarrow{SE}$$

$$\overrightarrow{KE}=-\frac{1}{9}\underline{u}+\frac{2}{9}\underline{v}+\frac{2}{3}\underline{w}-\frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\boxed{\overrightarrow{KE}=-\frac{1}{9}\underline{u}+\frac{2}{9}\underline{v}+\frac{1}{6}\underline{w}}$$

$$\overrightarrow{KF}=\overrightarrow{KS}+\overrightarrow{SF}$$

$$\overrightarrow{KF}=-\frac{1}{9}\underline{u}+\frac{2}{9}\underline{v}+\frac{2}{3}\underline{w}-\frac{1}{3}t\underline{u}+\frac{2}{3}t\underline{v}-t\underline{w}$$

$$\boxed{\overrightarrow{KF}=(-\frac{1}{9}-\frac{1}{3}t)\underline{u}+(\frac{2}{9}+\frac{2}{3}t)\underline{v}+(\frac{2}{3}-t)\underline{w}}$$

$$\overrightarrow{KE}=\sim\overrightarrow{KF}$$

$$(1)\quad -\frac{1}{9}=\sim(-\frac{1}{9}-\frac{1}{3}t)$$

$$(2)\quad \frac{2}{9}=\sim(\frac{2}{9}+\frac{2}{3}t)\quad /:(-2)\quad \rightarrow -\frac{1}{9}=\sim(-\frac{1}{9}-\frac{1}{3}t)$$

$$(3)\quad \frac{1}{6}=\sim(\frac{2}{3}-t)$$

קיבלנו ששתי המשוואות הראשונות שקולות זו לזו.

$$(3):(1)\quad -\frac{2}{3}=\frac{-\frac{1}{9}-\frac{1}{3}t}{\frac{2}{3}-t}$$

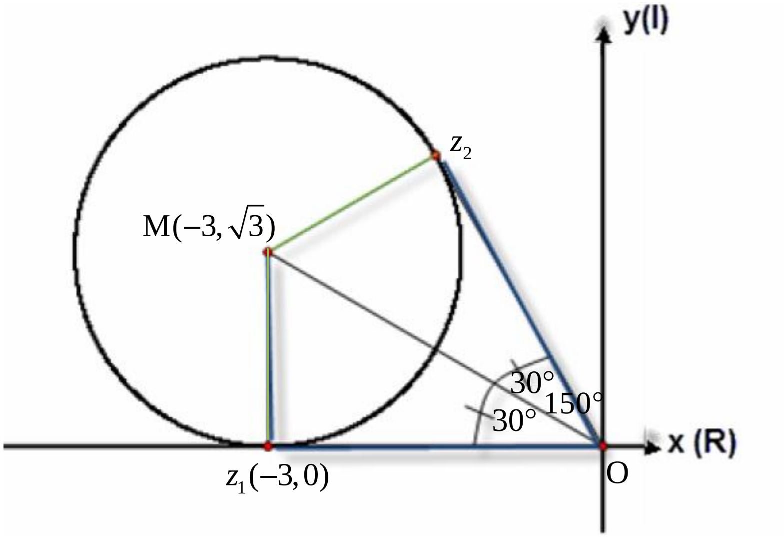
$$-\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}-t\right)=-\frac{1}{9}-\frac{1}{3}t$$

$$-\frac{4}{9}+\frac{2}{3}t=-\frac{1}{9}-\frac{1}{3}t$$

$$\boxed{t=\frac{1}{3}}$$

תשובה: $t=\frac{1}{3}$.

א. נסרטט סקיצה של המקום הגיאומטרי של המספרים z המקיימים $\left|z+3-\sqrt{3}\,i\right|=\sqrt{3}$.



נסמן $z=a+bi$

$$\left|z+3-\sqrt{3}\,i\right|=\sqrt{3}$$
$$\left|a+bi+3-\sqrt{3}\,i\right|=\sqrt{3}$$
$$\left|(a+3)+(b-\sqrt{3})i\right|=\sqrt{3}$$
$$(a+3)^2+(b-\sqrt{3})^2=3$$

תשובה: המעגל $(x+3)^2+(y-\sqrt{3})^2=3$,

שמרכזו $(-3,\sqrt{3})$ ורדיוסו $\sqrt{3}$.

ב. המקום הגיאומטרי נפגש עם ציר ה- x בנקודה z_1,

ולכן שיעורי הנקודה, נקודת השקה, הם: $z_1(-3,0)$

הנקודה $M(-3,\sqrt{3})$ היא מרכז המעגל.

הנקודה המתאימה ל- z_2 היא נקודת השקה

של משיק שני היוצא מראשית הצירים, כי z_1Mz_1O הוא דלתון,

ששתי צלעות שלו הם המשיקים השווים זה לזה ושתי צלעות אחרות הן רדיוסי המעגל.

נחשב את גודל הזוית החדה של הדלתון.

האלכסון הראשי בדלתון (MO) חוצה את זוויות הראש.

$$\tan\bar{}_{M}=\frac{\sqrt{3}}{-3}$$
$$\bar{}=-30^\circ+180^\circ k$$
$$\bar{}=150^\circ \quad \leftarrow 2nd\ quadrant$$

ולכן מחצית הזווית החדה של הדלתון, הזווית הצמודה לזו שחישבנו, היא בת 30°.

מכאן שגודל הזווית החדה של הדלתון הוא 60°.

תשובה: 60°.

ג. (1) הארגומנט של z_2 שווה $\arg(z_2)=\arg(z_1)-60^\circ=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

תשובה: $\arg(z_2)=120^\circ$.

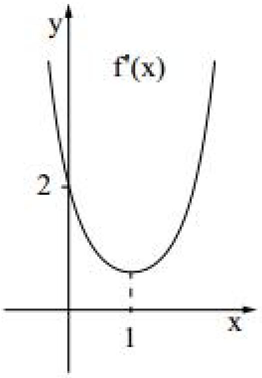
(2) עבור זווית (ארגומנט) שבין 0° ל- 360°, ניתן לומר שכל המספרים שעל המעגל המסורטט,

הם בעלי ארגומנט שבין 120° (z_2) ל- 180° (z_1).

תשובה: המספר שיש לו את הארגומנט הגדול ביותר הוא $z_1(-3,0)$ (או $z=-3$) והארגומנט הוא 180°.

א. בציור מוצג גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת לכל x .

על פי גרף הנגזרת ניתן ללמוד מספר דברים.



הנגזרת חיובית לכל x ולכן הפונקציה $f(x)$ (המוגדרת לכל x) עולה לכל x .

$f'(0)=2$, כלומר שיפוע המשיק של $f(x)$ בנקודת החיתוך עם ציר ה- y הוא 2 .

הנגזרת יורדת עבור $x<1$ ובהתאם $f''(x)<0$ והפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה $\cap$.

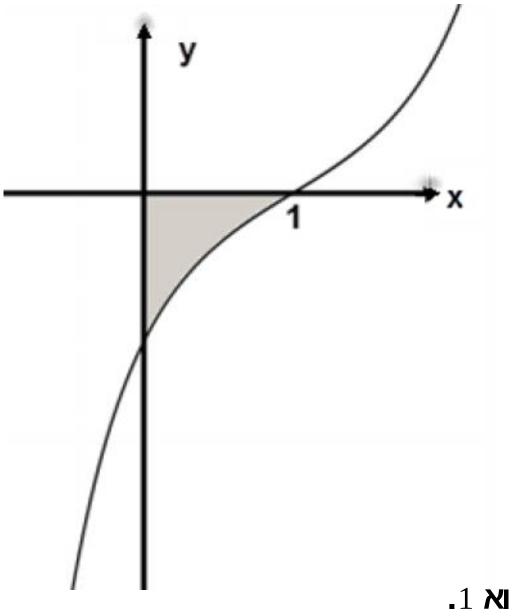
הנגזרת עולה עבור $x>1$ ובהתאם $f''(x)>0$ והפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מעלה $\cup$.

בהתאם, שיעור ה- x של נקודת הפיתול היחידה של $f(x)$ הוא 1.

תשובה: קעורה כלפי מעלה $\cup$: $x>1$, קעורה כלפי מטה $\cap$: $x<1$.

ב. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בחלקו השלילי.

הסקיצה המתאימה משמאל (כולל סימונים עבור סעיף ג):



ג. נתון גם גרף הפונקציה $f(x)=(x-a)e^{0.5x^2-x}$ (a פרמטר).

נמצא את פונקציית הנגזרת וציב $f'(0)=2$.

$$f'(x)=e^{0.5x^2-x}+(x-a)(x-1)e^{0.5x^2-x}$$
$$f'(x)=e^{0.5x^2-x}(1+(x-a)(x-1))$$
$$2=e^{0.5\cdot0^2-0}(1+(0-a)(0-1))$$
$$2=1+a$$
$$\boxed{a=1}$$
$$\boxed{f(x)=(x-1)e^{0.5x^2-x}}$$

לכן, שיעור ה- x של נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x הוא 1.

נחשב את השטח המבוקש, כאשר נשים לב כי נגזרת מעריך $e^{0.5x^2-x}$ היא $x-1$.

$$S=\int_0^1(0-(x-1)e^{0.5x^2-x})\,dx=\int_0^1(-e^{0.5x^2-x}(x-1))\,dx$$
$$S=-e^{0.5x^2-x}\Big]_0^1$$
$$S=-e^{0.5\cdot1^2-1}-(-e^{0.5\cdot0^2-0})$$
$$S=-e^{-0.5}+e^0$$
$$\boxed{S=1-\frac{1}{\sqrt{e}}}$$

תשובה: $1-\frac{1}{\sqrt{e}}$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\ell og_4\,(x^2+4x+c)$, כאשר c פרמטר.

(1) לפונקציה אסימפטוטה אנכית שמשוואתה $x=-2$, כלומר $\lim\limits_{x\to 2}(x^2+4x+c)=0$.

לכן, $x=-2$ מאפס את הביטוי x^2+4x+c .

$$(-2)^2+4(-2)+c=0$$

$$\boxed{c=4}$$

תשובה: $c=4$.

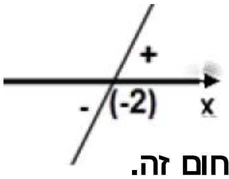
(2) $f(x)=\ell og_4\,(x^2+4x+4)$. תחום ההגדרה $x\neq -2 \quad \leftarrow \quad (x+2)^2>0 \quad \leftarrow \quad x^2+4x+4>0$

תשובה: $x\neq -2$.

(3) נמצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.

$$\boxed{f\,'(x)=\frac{2x+4}{(x^2+4x+4)\ell\text{n }4}}$$

$$2x+4=0 \quad \rightarrow \cancel{x=-2}$$



הנגזרת אינה מתאפסת בתחום ההגדרה.

גרף סימני הנגזרת הוא של קו ישר, עולה משמאל לימין.

הנגזרת שלילית עבור $x<-2$ ובהתאם הפונקציה $f(x)$ יורדת בתחום זה.

הנגזרת חיובית עבור $x>-2$ ובהתאם הפונקציה $f(x)$ עולה בתחום זה.

תשובה: עלייה: $x>-2$, ירידה: $x<-2$.

(4) נמצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

$$f(0)=\ell og_4\,(0^2+4\cdot 0+4)=\ell og_4\,4=1 \quad \rightarrow \boxed{(0,1)}$$

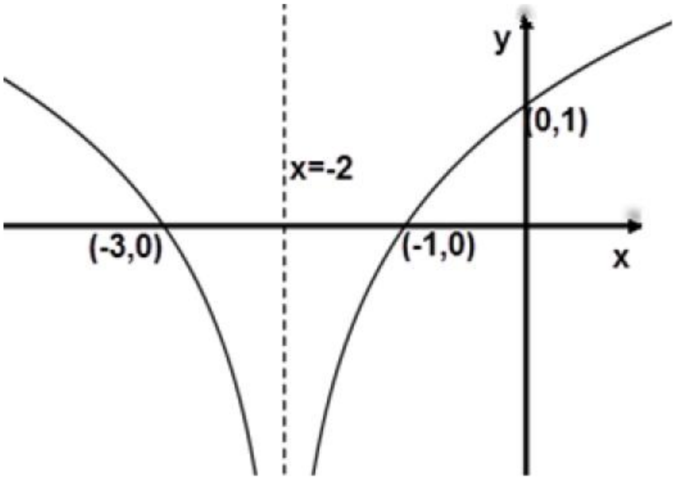
$$0=\ell og_4\,(x^2+4x+4)$$

$$1=x^2+4x+4$$

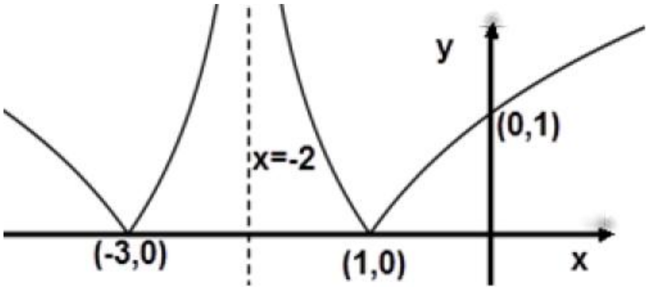
$$x^2+4x+3=0 \quad \rightarrow (x+1)(x+3)=0 \quad \rightarrow \boxed{(-1,0)},\ \boxed{(-3,0)}$$

תשובה: $(-1,0),\ (-3,0)\ ,\ (0,1)$.

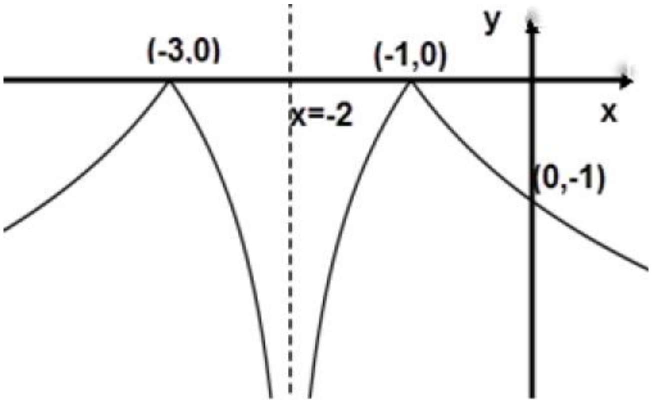
(5) הסקיצה המתאימה.



ב. (1) גרף הפונקציה $h(x)=|f(x)|$ כולל היפוך של חלקי הגרף שמתחת לציר ה- x של $f(x)$:



ובהתאם גרף הפונקציה $g(x)=-|f(x)|$ סימטרי לציר ה x של הפונקציה $h(x)$:



(2) על פי הסקיצה של תת-הסעיף הקודם, ציר ה- x הוא הישר האופקי היחיד החותך את $g(x)$ פעמיים.

תשובה: למשוואה $g(x)$ יש שני פתרונות בלבד עבור $k=0$.