א. נסמן ב- x את מספר השעות מרגע יציאת רץ III עד פגישתו עם רץ I.

נסמן ב- y את מהירות רץ III (קמ"ש) שיצא $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$ שעה לאחר יציאת שני הרצים הראשונים.

יש למצוא את $x+1$, מספר השעות מרגע יציאת רץ III עד פגישתו עם רץ II.

נכניס את הנתונים לטבלה מתאימה:

		זמן - t שעות	מהירות - v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
מהתחלה עד לפגישת רץ III עם רץ I.	רץ I	$x+\frac{1}{3}$	6	$6(x+\frac{1}{3})=6x+2$
	רץ III	x	y	xy
מהתחלה עד לפגישת רץ III עם רץ II.	רץ II	$x+1+\frac{1}{3}=x+\frac{4}{3}$	7.5	$7.5(x+\frac{4}{3})=7.5x+10$
	רץ III	$x+1$	y	$(x+1)y$

קיימות שתי משוואות, בהתאם למרחקים השווים של כל זוג רצים עד לפגישה ביניהם.

נפתור את מערכת המשוואות:

$$:(y>0)\begin{cases} xy=6x+2 \\ (x+1)y=7.5x+10 \end{cases}$$

$$\frac{x}{x+1}=\frac{6x+2}{7.5x+10} \quad / \cdot(x+1)(7.5x+10)$$

$$x(7.5x+10)=(x+1)(6x+2)$$

$$7.5x^2+10x=6x^2+2x+6x+2$$

$$1.5x^2+2x-2=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 4}{3}$$

$$\boxed{x=\frac{2}{3}} \quad \leftarrow x>0$$

הזמן שחלף מרגע יציאת רץ III עד פגישתו עם רץ I הוא $\frac{2}{3}$ שעה, כלומר 40 דקות.

בהתאם, הזמן עד לפגישתו עם רץ II הוא שעה וארבעים דקות.

תשובה: שעה וארבעים דקות.

א. נתונה סדרה חשבונית: $a_1, a_2, a_3, ...$.

שלושה איברים עוקבים בסדרה, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}**, מקיימים:**

$$(a_{n+2})^2 - (a_n)^2 = 216$$
$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 54$$

ממוצע של שלושה איברים עוקבים בסדרה חשבונית – שווה לאיבר האמצעי, לכן $a_{n+1} = 18$.

או:

$$a_{n+1} - d + a_{n+1} + a_{n+1} + d = 54$$
$$3a_{n+1} = 54 \quad / : 3$$
$$a_{n+1} = 18$$

לכן, שלושת האיברים הם $18-d, 18, 18+d$.

נציב במשוואה הראשונה ונמצא את הפרש הסדרה החשבונית.

$$(18+d)^2 - (18-d)^2 = 216$$
$$324 + 36d + d^2 - 324 + 36d - d^2 = 216$$
$$72d = 216 \quad / : 72$$
$$\boxed{d = 3}$$

ומכאן ש: $a_n = 18 - 3 \quad \leftarrow \boxed{a_n = 15}$ **.**

תשובה: $a_n = 15$ **.**

ב. נתונה סדרה חשבונית חדשה: $a_5, a_9, a_{13}, ...a_{4k+1}$.

כיוון ש<u>נתון</u> שהיא <u>חשבונית</u>, ניתן למצוא את הפרשה באמצעות שני האיברים הראשונים שלה:

$a_9 - a_5 = a_5 + 4d - a_5 = 4d = 4 \cdot 3 = 12$**, כלומר הפרש הסדרה החשבונית החדשה הוא** 12**.**

נמצא את e **, מספר האיברים בסדרה החדשה, על פי סדרת המקומות:** $5, 9, 13, ...4k+1$ **,**

שגם היא סדרה חשבונית, שבה האיבר הראשון הוא 5 **, ההפרש הוא** 4 **, ומספר האיברים** e **.**

$$4k + 1 = 5 + 4(e-1)$$
$$4k + 1 = 5 + 4e - 4$$
$$k = e$$

ולכן מספר האיברים בסדרה זו הוא k .

נפתח את המשוואה $S_k = 450$ **, כאשר האיבר הראשון הוא** $a_5 = a_1 + 4d = -21 + 12 = -9$ **.**

$$\frac{k\left[2 \cdot (-9) + 12(k-1)\right]}{2} = 450 \quad / \cdot 2$$
$$k(-18 + 12k - 12) = 900$$
$$12k^2 - 30k - 900 = 0$$
$$k_{1,2} = \frac{30 \pm 210}{24}$$
$$\boxed{k = 10} \quad 4 \cdot 10 + 1 = 41 \quad o.k.$$
$$k = -7.5 \quad 4 \cdot (-7.5) + 1 = -29 \quad false$$

תשובה: $k = 10$ **.**

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- בחרו מסלול א'** $\overline{A}$ **- בחרו מסלול ב'**

B **- בנות** $\overline{B}$ **- בנים**

<u>נתונים ומשמעויות מיידיות</u>

$P(B/A)=0.75 \quad \to P(\overline{B}/A)=0.25$

$P(\overline{A}/B)=0.1 \quad \to P(A/B)=0.9$

$P(B)=0.4 \quad \to P(\overline{B})=0.6$

<u>פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית</u>

נתחיל עם הנתון השני, $P(\overline{A}/B)=0.1$ **כי** $P(B)=0.4$ **ידוע.**

$$P(\overline{A}/B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}$$

$$0.1=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{0.4}$$

$$P(\overline{A}\cap B)=0.04 \quad \to P(A\cap B)=0.36$$

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$

$$0.75=\frac{0.36}{P(A)}$$

$$P(A)=0.48$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	A **- מסלול א'**	$\overline{A}$ **מסלול ב'**	
B **- בנות**	0.36	0.04	0.4
$\overline{B}$ **- בנים**	0.12	0.48	0.6
	0.48	0.52	1

תשובה: ההסתברות שתלמיד י"ב, שנבחר באקראי, בחר במסלול א' היא 0.48.

ב. נבדוק האם המאורעות A **(בחרו במסלול א') ו-** B **(בנות) הם מאורעות בלתי תלויים.**

$P(B/A)=0.75$ **, אולם** $P(B)=0.4$ **ולכן המאורעות תלויים זה בזה.**

הדרך הנוחה להבין זאת, היא שמאורעות בלתי תלויים הם כאלו שההסתברות שמאורע אחד יקרה,

לא תלויה בכך שהמאורע השני יקרה, ובמקרה זה קבלנו: $P(B)\neq P(B/A)$

תשובה: המאורעות תלויים זה בזה.

ג. המאורע המשלים למאורע "לפחות בת אחת בחרה במסלול א',

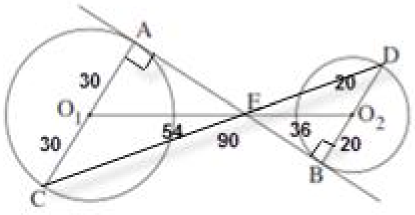
היא "אף בת בחרה במסלול א'", או בניסוח אחר "כל הבנות בחרו במסלול ב' ".

ההסתברות למאורע זה היא $1-0.99=0.01$ **.**

$P(\overline{A}/B)=0.1$**. לכן, אם** n **הוא מספר הבנות שנבחרו, אז** 0.1^n **היא ההסתברות שכולן בחרו במסלול ב'.**

$0.1^n=0.01$ **ולכן** $n=2$**.**

תשובה: נבחרו שתי בנות.



<u>נתונים</u>

1. AC **קוטר במעגל שמרכזו** O_1 **.2** BD **קוטר במעגל שמרכזו** O_2

3. AEB **משיק לשני המעגלים 4.** O_1EO_2 **קטע מרכזים**

5. $R_{O_1}=30$ **ס"מ 6.** $R_{O_2}=20$ **ס"מ 7.** $O_1EO_2=90$ **ס"מ**

צ"ל: א. (1) $\frac{O_1E}{O_1C}$ **(2)** $\Delta EO_1C \sim \Delta EO_2D$ **ב.** E **נמצאת על הישר** CD

(לתשומת לבכם: O_1EO_2 **ו-** AEB **הוגדרו כקווים ישרים, אולם** DEC **לא הוגדר כישר ודורש הוכחה בסעיף ב')**

הסבר		טענה	נימוק
1	8	AC קוטר במעגל שמרכזו O_1	נתון
8	9	$\measuredangle O_1AE=90°$	רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה
2	10	BD קוטר במעגל שמרכזו O_2	נתון
10	11	$\measuredangle O_2BE=90°$	רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה
9, 11	12	$AO_1 \parallel BO_2$	אם שני ישרים מאונכים לישר שלישי (AB), אז הם מקבילים זה לזה
5	13	$R_{O_1}=30$ ס"מ	נתון
6	14	$R_{O_2}=20$ ס"מ	נתון
12, 13, 14	15	$\frac{O_1E}{O_2E}=\frac{AO_1}{BO_2}=\frac{3}{2}$	משפט תאלס הרחבה 2, הצבה וחישוב
15	16	$O_1E=\frac{3}{5}O_1EO_2$	כללי פרופורציה
7	17	$O_1EO_2=90$ ס"מ	נתון
16, 17	18	$O_1E=54$ ס"מ	הצבה וחישוב
13, 18	19	$\frac{O_1E}{O_1C}=\frac{54}{30}=\frac{9}{5}$	הצבה וחישוב
		מ.ש.ל. א (1)	
13, 14	20	$\frac{O_1C}{O_2D}=\frac{3}{2}$	הצבה וחישוב
15, 20	21	$\frac{O_1E}{O_2E}=\frac{O_1C}{O_2D}$	כלל מעבר
12	22	$\measuredangle EO_1C=\measuredangle EO_2D$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
21,22	23	$\Delta EO_1C \sim \Delta EO_2D$	משפט דמיון צלע זווית צלע
		מ.ש.ל. א (2)	

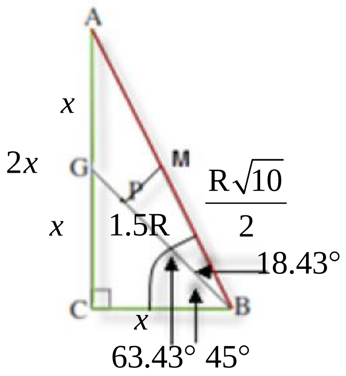
הסבר		טענה	נימוק
23	24	$\sphericalangle DEO_2 = \sphericalangle CEO_1$	**זוויות מתאימות במשולשים דומים**
17	25	$\sphericalangle O_1ED = 180° - \sphericalangle DEO_2$	**זוויות צמודות משלימות ל** $180°$ **(הנתון בשורה 17 מלמד שזה קו ישר)**
24 ,25	26	$\sphericalangle O_1ED + \sphericalangle CEO_1 = 180°$	**חישוב**
26	27	E **נמצאת על הישר** CD	$\sphericalangle CED$ **שטוחה**
מ.ש.ל. ב			

א. ΔCGB **הוא ישר זווית** $(\sphericalangle GCB = 90^\circ)$**, לכן מרכז המעגל החוסם הוא אמצע היתר, אמצע** GB **.**

$GC = BC = x$ **(נתון וסימון).** G **אמצע** AC **לכן** $AC = 2x$ **.**

<u>ΔCGB</u> **משפט פיתגורס**

$$x^2 + x^2 = (2R)^2$$
$$2x^2 = 4R^2$$
$$\boxed{x = R\sqrt{2}}$$



<u>ΔACB</u> **משפט פיתגורס**

$$x^2 + (2x)^2 = (AB)^2$$
$$5x^2 = (AB)^2$$
$$5(R\sqrt{2})^2 = (AB)^2$$
$$10R^2 = (AB)^2$$
$$AB = R\sqrt{10}$$
$$\boxed{R_{\Delta ACB} = \frac{R\sqrt{10}}{2}}$$

תשובה: $R_{\Delta ACB} = \frac{R\sqrt{10}}{2}$ **.**

ב. יש למצוא את PM , **כאשר** M **הוא מרכז המעגל החוסם את** ΔACB , **כלומר אמצע** AB **.**

$MB = R_{\Delta ACB} = \frac{R\sqrt{10}}{2}$ **.**

$$BG = 4PG \quad \rightarrow BP = \frac{3}{4}GB = 1.5R$$

<u>ΔACB</u>

$$tan\sphericalangle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{2x}{x}$$
$$\boxed{\sphericalangle ABC = 63.43^\circ}$$
$$\sphericalangle PBM = 63.43^\circ - 45^\circ$$
$$\boxed{\sphericalangle PBM = 18.43^\circ}$$

<u>ΔPMB</u> **לפי משפט הקוסינוסים**

$$(PM)^2 = (MB)^2 + (BP)^2 - 2MB \cdot BP \cdot \cos\sphericalangle PBM$$
$$(PM)^2 = \left(\frac{R\sqrt{10}}{2}\right)^2 + (1.5R)^2 - 2 \cdot \frac{R\sqrt{10}}{2} \cdot 1.5R \cdot \cos 18.43^\circ$$
$$(PM)^2 = 0.25R^2$$
$$\boxed{PM = 0.5R} \quad \leftarrow PM > 0$$

תשובה: המרחק הוא $0.5R$ **.**

א. נתונות הפונקציות $f(x)=x\sqrt{8-x^2}$ **ו-** $g(x)=\sqrt{8x^2-x^4}$.

ניתן לשים לב ש: $g(x)=|x|\sqrt{8-x^2}=|f(x)|$ **, ולכן ניתן להבין שאכן יש לשתי הפונקציות אותו תחום הגדרה.**

גם הגרף של $g(x)$ **יתקבל מיידית מהגרף של** $f(x)$ **, לרבות שיעורי נקודות הקיצון.**

למעשה: עבור $x>0$ **מתקיים** $g(x)=f(x)$ **, ועבור** $x<0$ **מתקיים** $g(x)=-f(x)$ **.**

(1) נתון כי לשתי הפונקציות יש את אותו תחום הגדרה, שבו $8-x^2\geq 0$**.**

הגרף של $8-x^2$ **הוא של פרבולה בעלת מקסימום, עם נקודות אפס** $(-\sqrt{8},0),(\sqrt{8},0)$

ולכן תחום ההגדרה הוא: $-\sqrt{8}\leq x\leq\sqrt{8}$ **(ולאחר עיבוד** $-2\sqrt{2}\leq x\leq 2\sqrt{2}$**).**

תשובה: תחום ההגדרה: $-2\sqrt{2}\leq x\leq 2\sqrt{2}$**.**

(2) נמצא את נקודות החיתוך של $f(x)=x\sqrt{8-x^2}$ **עם ציר ה-** x **, שתתלכדנה עם אלו של** $g(x)$ **.**

$0=x\sqrt{8-x^2}$ **, ובהתאם:** $(0,0),(-2\sqrt{2},0),(2\sqrt{2},0)$

תשובה: $f(x)$ **:** $(0,0),(-2\sqrt{2},0),(2\sqrt{2},0)$ **,** $g(x)$ **:** $(0,0),(-2\sqrt{2},0),(2\sqrt{2},0)$ **.**

ב. נמצא את נקודות הקיצון של $f(x)=x\sqrt{8-x^2}$ **, נצייר את הסקיצה שלה,**

ובהתאם נצייר על גבי אותה מערכת צירים סקיצה של $g(x)=|f(x)|$ **ומכאן נלמד את נקודות הקיצון שלה !!!**

$$f'(x)=\sqrt{8-x^2}-\frac{x\cdot 2x}{2\sqrt{8-x^2}}$$

$$f'(x)=\frac{8-x^2-x^2}{\sqrt{8-x^2}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{8-2x^2}{\sqrt{8-x^2}}}$$

$$0=8-2x^2$$

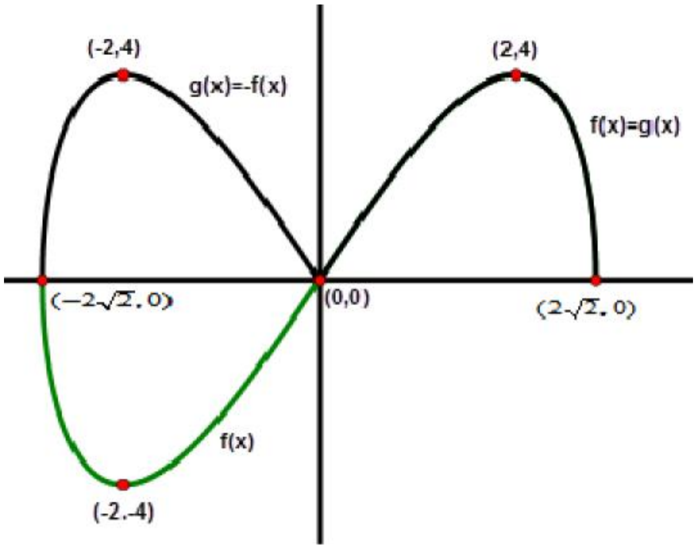
$$x=2\quad\to y=4\quad\to(2,4)$$

$$x=-2\quad\to y=-4\quad\to(-2,-4)$$

על פי שיעורי ה- y **שמצאנו, בנקודות הקצה ובנקודות החשודות כקיצון, ניתן למצוא**

את שיעורי נקודות הקיצון: $(-2\sqrt{2},0)$ **מקסימום,** $(2,4)$ **מקסימום ,** $(-2,-4)$ **מינימום,** $(2\sqrt{2},0)$ **מינימום.**

נסרטט סקיצה של $f(x)$ ושל $g(x)=\left|f(x)\right|$ על גבי אותה מערכת צירים.



על פי הגרף, ניתן לקבוע את נקודות הקיצון המוחלטות של $g(x)$.

תשובה: $f(x)$: $(2,4)$ מקסימום , $(2,-4)$ מינימום.

$g(x)$: $(-2\sqrt{2},0)$ מינימום, $(-2,4)$ מקסימום , $(0,0)$ מינימום $(2,4)$ מקסימום, $(2\sqrt{2},0)$ מינימום.

ג. השרטוטים הובאו כבר בסעיף ב'.

ד. על פי גרף של $g(x)$ ניתן לראות שבראשית הצירים קיימת נקודת שפיץ, ולכן הנגזרת בה אינה מוגדרת.

השיפועים היו רציפים, בראשית, עבור $f(x)$, אולם שינוי סימן הנגזרת פגע ברציפות ולכן היא אינה מוגדרת.

$f'(0)=\frac{8-2\cdot 0^2}{\sqrt{8-0^2}}=\sqrt{8}$ **ולכן כאשר הגרף שואף ל $x=0$ מימין הוא שואף לנקודה הריקה $(0,\sqrt{8})$,**

ובגלל שמשמאל לציר ה- y הגרף הוא של $g'(x)=-f'(x)$, הוא שואף לנקודה הריקה $(0,-\sqrt{8})$.

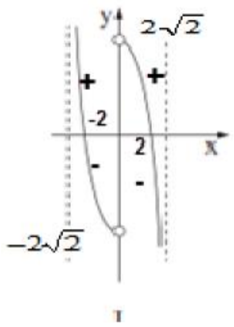
כמו כן ניתן לראות שבנקודות הקצה, הנגזרת אינה מוגדרת כי $x=\pm 2\sqrt{2}$ מאפס את מכנה הנגזרת של $f(x)$

ולא את המונה, ולכן הישרים המתאימים הם אסימפטוטות אנכיות של שתי פונקציות הנגזרת.

תחומי החיוביות/שליליות של $g'(x)$ מתאימים לתחומי העלייה/ירידה של $g(x)$.

כפי שניתן לראות בציור משמאל:

תשובה: גרף I הוא הגרף המתאים.



נראה גם על ידי חישוב $g'(x)$: $g'(x)=\frac{16x-4x^3}{2\sqrt{8x^2-x^4}}=\frac{8x-2x^3}{\sqrt{8x^2-x^4}}$

ניתן לראות ש- $x=0$ מאפס את המונה והמכנה, כאשר $g'(0.1)=2.828\approx\sqrt{8}, g'(-0.1)=2.828\approx-\sqrt{8}$ **.**

ולכן אין חור בגרף הנגזרת, אלא הוא שואף לשתי נקודות ריקות (גבול מושג), כמו בגרף I .

א. (1) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}$ **,** $a>0$

המכנה מתאפס עבור $x=\pm1$ **ולכן תחום ההגדרה הוא** $x\neq\pm1$ **.**

תשובה: $x\neq\pm1$ **.**

(2) $\lim_{x\to\infty}\frac{(x-2)^2}{x^2-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}}{1-\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1-0+0}{1-0}=1$ **, לכן** $y=1$ **אסימפטוטה אופקית**

$$\lim_{x\to1^-}=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}=\frac{1}{0^-}=-\infty \qquad \lim_{x\to1^+}=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-1^-}=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}=\frac{1}{0^-}=-\infty \qquad \lim_{x\to-1^+}=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

, לכן $x=1,\ x=-1$ **אסימפטוטות אנכיות**

תשובה: $y=1$ **אסימפטוטה אופקית ,** $x=1,\ x=-1$ **אסימפטוטה אנכית.**

(3) נמצא את שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x

$$0=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}\quad /\cdot(x^2-1)$$

$$0=(x-2)^2$$

$$x=2\quad\to(2,0)$$

נקודת חיתוך עם ציר ה- y **:** $f(0)=\frac{(0-2)^2}{0^2-1}=\frac{4}{-1}=-4\quad\to(0,-4)$

תשובה: $(0,-4)$ **,** $(2,0)$ **.**

(4) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

$$f'(x)=\frac{2(x-2)(x^2-1)-2x(x-2)^2}{(x^2-1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2(x-2)(x^2-1-x(x-2))}{(x^2-1)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2(x-2)(2x-1)}{(x^2-1)^2}}$$

$$x-2=0\quad\to x=2\quad\to(2,0)$$

$$2x-1=0\quad\to x=0.5\quad\to(0.5,-3)$$

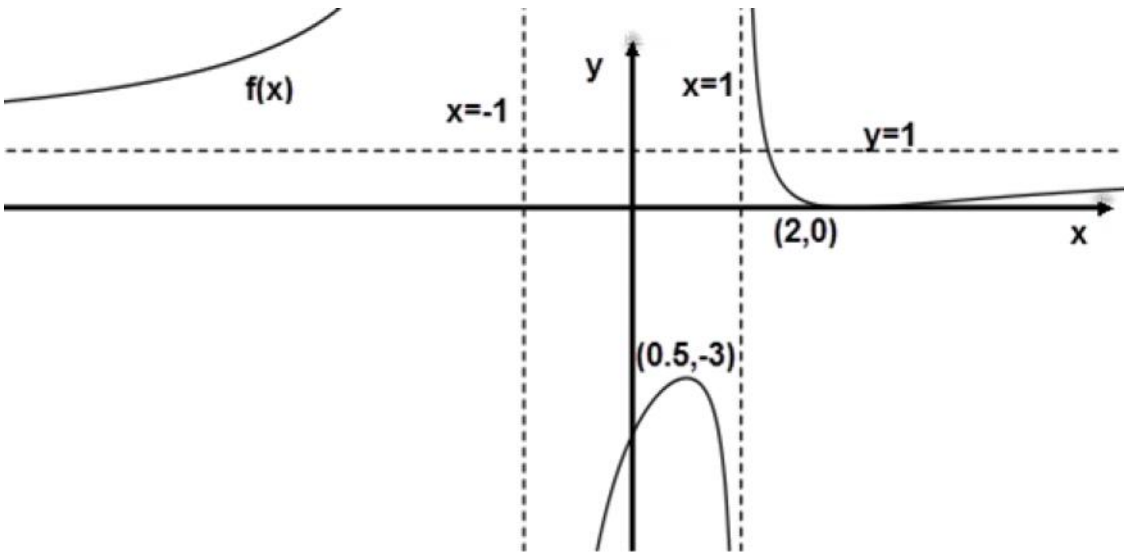
הביטוי האלגברי $(x-2)(2x-1)$ **במונה הוא של פרבולה ישרה (בעלת מינימום)**

הנגזרת עוברת מחיוביות לשליליות עבור $x=0.5$ **ו-** $(0.5,-3)$ **נקודת מקסימום.**

הנגזרת עוברת משליליות לחיוביות עבור $x=2$ **ו-** $(2,0)$ **נקודות מינימום.**

תשובה: $(0.5,-3)$ **נקודת מקסימום,** $(2,0)$ **נקודות מינימום.**

ב. סרטוט הסקיצה המתאימה:



ג. פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית , כאשר הפונקציה $f(x)$ בירידה,

ללא נקודות פיתול שבהן המשיק מקביל לציר ה- x .

על פי הציור: $2 < x < 1$ או $1 < x < 0.5$.

פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ חיובית , כאשר הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מעלה $\cup$.

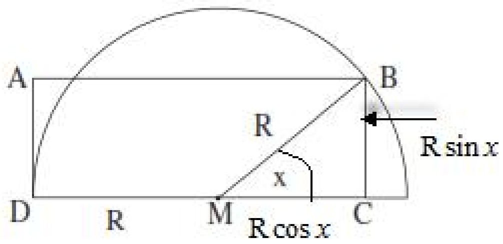
על פי הציור: $1 < x < x_1$ (x_1 שיעור ה- x של נקודת פיתול שמימין לנקודה $(2, 0)$), או $x < -1$.

התחום המשותף הוא $1 < x < 2$.

תשובה: $1 < x < 2$.

א. הפונקציה שיש להביא לַמקסימום היא שטח המלבן $S(x) = S_{ABCD}$.

$MB = MD = R$.



ΔMBC

$\sin x = \frac{BC}{MB}$

$\boxed{R\sin x = BC}$

ΔMBC

$\cos x = \frac{MC}{MB}$

$\boxed{R\cos x = MC}$

$$S(x) = BC \cdot DC$$
$$S(x) = R\sin x \cdot (R + R\cos x)$$
$$S(x) = R^2 \sin x \cdot (1 + \cos x)$$
$$S(x) = R^2 (\sin x + \sin x \cos x)$$
$$\boxed{S(x) = R^2(\sin x + 0.5\sin 2x)}$$

$$S'(x) = R^2\left[\cos x + \cos 2x\right]$$
$$\cos x + \cos 2x = 0$$
$$2\cos(1.5x)\cos(-0.5x) = 0$$
$$2\cos(1.5x)\cos(0.5x) = 0$$
$$\cos x(1.5x) = 0 \quad \rightarrow 1.5x = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad \rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{3} + \frac{2}{3}\pi k}$$
$$\cos x(0.5x) = 0 \quad \rightarrow 0.5x = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad \rightarrow x = \pi + 2\pi k$$

$x = \frac{\pi}{3}$ **פתרון יחידי בתחום** $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

$$S''(x) = R^2(-\sin x - 2\sin 2x)$$
$$S''(\frac{\pi}{3}) = R^2(-\sin\frac{\pi}{3} - 2\sin 2\cdot\frac{\pi}{3}) = -2.6 < 0 \quad \rightarrow \text{Max}$$

תשובה: $Max,\ x = \frac{\pi}{3}$.

ב. $S(x)=R^2\sin x\cdot(1+\cos x)$

למרות שהזווית x **היא חדה, הרי שתחום ההגדרה הנתון של הפונקציה** $S(x)$ **הוא** $0\le x\le\frac{\circledR}{2}$**,**

וניתן לחקור אותה ולחשב שטחים הנוגעים לה, גם בתחום זה.

$s(0)=0$ **,** $s(\frac{\circledR}{2})=R^2$ **וכל הפונקציה** $S(x)$**אי-שלילית בתחום המבוקש** ,

כי בתחום $0\le x\le\frac{\circledR}{2}$**,** $\cos x,\sin x\ge 0$ **ולכן סכום המחוברים בסוגריים חיובי והמכפלה אי-שלילית.**

לכן ניתן לחשב את השטח על ידי אינטגרל פשוט.

$$\int_0^{\frac{\circledR}{2}} R^2(\sin x+\sin x\cos x)\,dx=$$

$$\int_0^{\frac{\circledR}{2}} R^2(\sin x+\frac{1}{2}\sin 2x)\,dx= \quad \leftarrow \sin 2x=2\sin x\cos x$$

$$R^2(-\cos x-\frac{\cos 2x}{4})\Big]_0^{\frac{\circledR}{2}}=$$

$$\left.\begin{array}{l} x=\frac{\circledR}{2}: \quad R^2(-\cos\frac{\circledR}{2}-\frac{\cos 2\cdot\frac{\circledR}{2}}{4})=R^2(0-(-0.25))=0.25R^2 \\ x=0: \quad R^2(-\cos 0-\frac{\cos 2\cdot\frac{0}{2}}{4})=R^2(-1-0.25)=-1.25R^2 \end{array}\right\} \boxed{S=1.5R^2}$$

תשובה: השטח המוגבל הוא $1.5R^2$**.**