א. נסמן ב- x (שקלים) את המחיר של כרטיס להצגה.

המחיר של כרטיס למופע רוק יקר ב- 80% ולכן מחירו הוא $\frac{100+80}{100}\cdot x=1.8x$.

אבי קנה כרטיס אחד למופע רוק וכרטיס אחד להצגה, ושילם סך הכול 252 שקלים.

לכן המשוואה המתאימה היא $x+1.8x=252$.

נפתור את המשוואה:

$$x+1.8x=252$$
$$2.8x=252 \quad /:2.8$$
$$\boxed{x=90}$$

תשובה: המחיר של כרטיס להצגה הוא 90 שקלים.

ב. המחיר של כרטיס לסרט זול ב- 54 שקלים מהמחיר של כרטיס להצגה.

לכן מחיר של כרטיס לסרט הוא 36 שקלים $=90-54$.

מחיר זה מהווה $\frac{36}{90}=0.4$ מהמחיר של כרטיס להצגה, או באחוזים: $0.4\cdot 100=40\%$.

תשובה: המחיר של כרטיס לסרט מהווה 40% מהמחיר של כרטיס להצגה.

א. האלכסון AC , שמשוואתו היא $y=-3x+9$, חותך את ציר ה- x בנקודה C בה מתקיים $y=0$.

$$0=-3x+9 \quad /+3x$$
$$3x=9 \quad /:3$$
$$x=3 \quad \to \boxed{C(3,0)}$$

האלכסון AC , שמשוואתו היא $y=-3x+9$, חותך את ציר ה- y בנקודה A בה מתקיים $x=0$.

$$y=-3\cdot 0+9=9 \quad \to \boxed{A(0,9)}$$

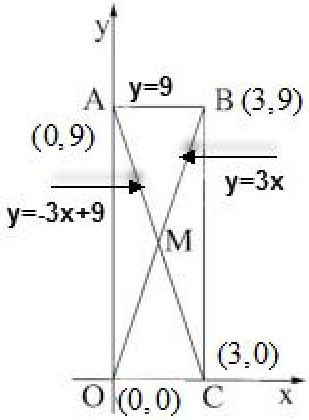
תשובה: $C(3,0)$, $A(0,9)$.

ב. הצלע AB מקבילה לצלע OC , המונחת על ציר ה- x , ולכן $y_B=y_A=9$ ומשוואת הצלע AB היא $y=9$.

תשובה: משוואת הצלע AB היא $y=9$.

ג. (1) הצלע BC מקבילה לצלע OA , המונחת על ציר ה- y , ולכן $x_B=x_C=3$.

שיעורי הקדקוד הם $B(3,9)$.



(2) נמצא את משוואת האלכסון OB ,

על פי נקודה $O(0,0)$ ושיפוע m_{OB} .

$$m_{OB}=\frac{9-0}{3-0}=3$$
$$y-0=3(x-0)$$
$$\boxed{y=3x}$$

תשובה: משוואת האלכסון OB היא $y=3x$.

ד. אלכסוני המלבן מחלקים אותו לארבעה משולשים שווי שטח.

שטח המלבן הוא: $S_{ACBO}=OA\cdot OC=9\cdot 3=27$.

שטח המשולש הוא: $S_{\Delta AMB}=\frac{27}{4}=6.75$.

תשובה: שטח משולש AMB הוא 6.75 יח"ר.

א. מעגל שמרכזו $M(4,5)$ משיק לציר ה- x .

כיוון שהרדיוס מאונך למשיק, שהוא ציר ה - x , הרי שהרדיוס AM הוא עם שיעורי x קבועים.

$x_A = x_M = 4$ **.**

תשובה: $x_A = 4$ **.**

ב. (1) כיוון ש- רדיוס AM הוא עם שיעורי x קבועים, אז $R = y_M - y_A = 5 - 0 = 5$

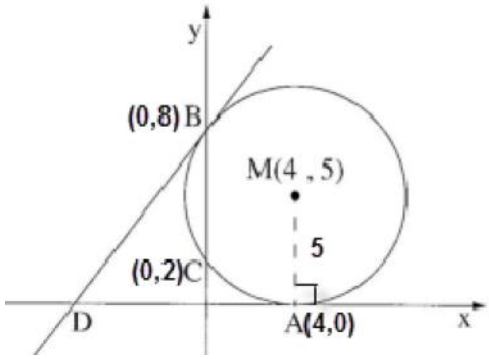
תשובה: אורך רדיוס המעגל הוא 5 .

(2) משוואת המעגל היא $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$ **.**

ג. (1) המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות B ו- C , בהן מתקיים $x = 0$

נציב $x = 0$ במשוואת המעגל.

$$(0-4)^2 + (y-5)^2 = 25$$
$$16 + (y-5)(y-5) = 25$$
$$16 + y^2 - 5y - 5y + 25 = 25$$
$$y^2 - 10y + 16 = 0$$
$$y_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4\cdot1\cdot16}}{2\cdot1}$$
$$y_{1,2} = \frac{10 \pm 6}{2}$$
$$y_1 = \frac{10+6}{2} = \frac{16}{2} = 8 \quad \rightarrow \boxed{B(0,8)}$$
$$y_2 = \frac{10-6}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \rightarrow \boxed{C(0,2)}$$



תשובה: $B(0,8)$ **,** $C(0,2)$ **.**

(2) דרך הנקודה $D(0,8)$ העבירו משיק למעגל.

המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.

$$m_{BM}=\frac{8-5}{0-4}=\frac{3}{-4}=-\frac{3}{4}$$

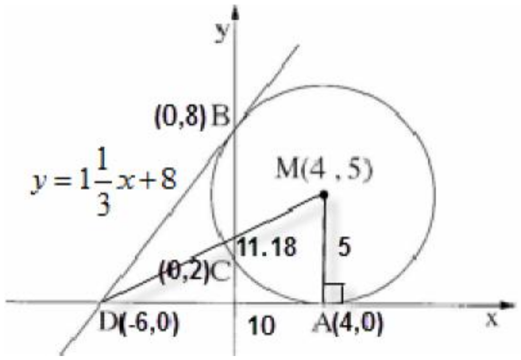
לכן $m_{BD}\cdot(-\frac{3}{4})=-1$ **ונקבל ש-** $m_{BD}=+\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$ **(שיפוע הופכי לנגדי).**

נמצא את משוואת המשיק BD **, על פי נקודה** $B(0,8)$ **ושיפוע** $m_{BD}=1\frac{1}{3}$ **.**

$$y-8=1\frac{1}{3}(x-0)$$

$$\boxed{y=1\frac{1}{3}x+8}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=1\frac{1}{3}x+8$ **.**



ד. המשיק $y=1\frac{1}{3}x+8$ **חותך את ציר ה-** x **בנקודה** D **.**

נציב $y=0$ **במשוואת המשיק.**

$$0=1\frac{1}{3}x+8 \quad /-1\frac{1}{3}x$$

$$-1\frac{1}{3}x=8 \quad /:(-1\frac{1}{3})$$

$$x=-6 \quad \rightarrow \boxed{D(-6,0)}$$

נחשב את אורכי צלעות משולש DAM **.**

$$DM=\sqrt{(4-(-6))^2+(5-0)^2}=\sqrt{125}=11.18$$

$$MA=R=5$$

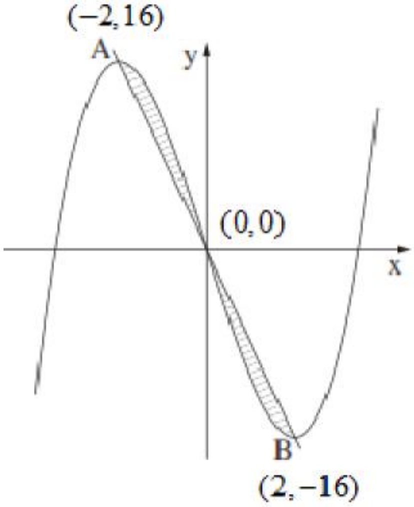
$$DA=x_A-x_D=4-(-6)=10$$

היקף המשולש הוא: $11.18+5+10=26.18$ **.**

תשובה: היקף משולש DAM **הוא** 26.18 **יחידות.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x^3-12x$.

נמצא את שיעורי הנקודות A **ו-** B .



$$\boxed{f'(x)=3x^2-12}$$
$$0=3x^2-12$$
$$-3x^2=-12 \quad /:(-3)$$
$$x^2=4$$
$$x=2 \quad \to f(2)=2^3-12\cdot 2=-16 \quad \to \boxed{B(2,-16)}$$
$$x=-2 \quad \to f(-2)=(-2)^3-12\cdot(-2)=16 \quad \to \boxed{A(-2,16)}$$

תשובה: $A(-2,16)$, $B(2,-16)$.

ב. נמצא את שיפוע הישר AB .

$$m_{AB}=\frac{16-(-16)}{-2-2}=\frac{32}{-4}=-8$$

נמצא את משוואת הישר AB **, על פי נקודה** $A(-2,16)$ **ושיפוע** $m_{AB}=-8$.

$$y-16=-8(x-(-2))$$
$$y-16=-8x-16$$
$$\boxed{y=-8x}$$

נבדוק אם נקודת ראשית הצירים $(0,0)$ **נמצאת על הישר** $y=-8x$.

$$0=-8\cdot 0$$
$$0=0 \ o.k.$$

תשובה: הראינו כי נקודת ראשית הצירים $(0,0)$ **נמצאת על הישר** $y=-8x$.

ג. נחשב שני שטחים בנפרד:

	S_2	S_1
פונקציה עליונה	$y=-8x$	$f(x)=x^3-12x$
פונקציה תחתונה	$f(x)=x^3-12x$	$y=-8x$
x גדול	$x=2$	$x=0$
x קטן	$x=0$	$x=-2$

$$S_1=\int_{-2}^{0}(x^3-12x-(-8x))\,dx$$

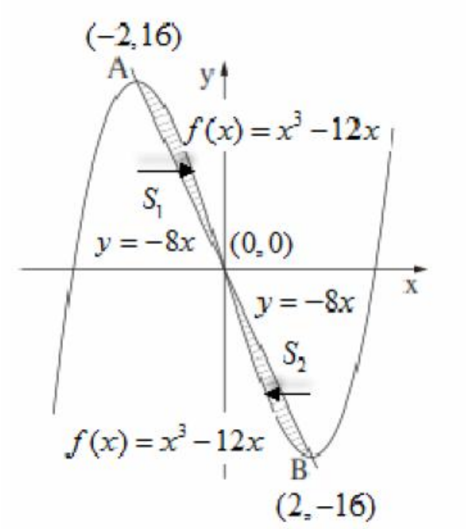
$$S_1=\int_{-2}^{0}(x^3-12x+8x))\,dx$$

$$S_1=\int_{-2}^{0}(x^3-4x)\,dx$$

$$S_1=\frac{x^4}{4}-\frac{4x^2}{2}\Big]_{-2}^{0}$$

$$S_1=(\frac{0^4}{4}-\frac{4\cdot0^2}{2})-(\frac{(-2)^4}{4}-\frac{4\cdot(-2)^2}{2})$$

$$S_1=0-(-4)\quad\rightarrow\boxed{S_1=4}$$



$$S_2=\int_{0}^{2}(-8x-(x^3-12x))\,dx$$

$$S_2=\int_{0}^{2}(-8x-x^3+12x)\,dx$$

$$S_2=\int_{0}^{2}(4x-x^3)\,dx$$

$$S_2=\frac{4x^2}{2}-\frac{x^4}{4}\Big]_{0}^{2}$$

$$S_2=(\frac{4\cdot2^2}{2}-\frac{2^4}{4})-(\frac{4\cdot0^2}{2}-\frac{0^4}{4})$$

$$S_2=4-(0)\quad\rightarrow\boxed{S_2=4}$$

והשטח המבוקש: $S=S_1+S_2=4+4=8$

תשובה: גודל השטח הוא 8.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{2}-\frac{x}{4}-\frac{4}{x}$

(1) תחום ההגדרה של הפונקציה $x\neq 0$ **.**

(2) עבור $x=0$ **המכנה מתאפס, לכן הישר** $x=0$ **הוא אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $x=0$ **.**

ב. נמצא את נקודות הקיצון, כאשר את סוגן נקבע על פי הגרף:

$$f'(x)=-\frac{1}{4}+\frac{4}{x^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-x^2+16}{4x^2}}$$

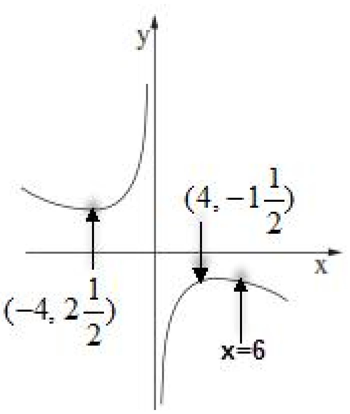
$$0=\frac{-x^2+16}{4x^2}$$

$$0=-x^2+16$$

$$x^2=16 \quad \rightarrow x=\pm 4$$

$$x=4 \quad \rightarrow y=\frac{1}{2}-\frac{4}{4}-\frac{4}{4} \quad \rightarrow y=-1\frac{1}{2} \quad \rightarrow \boxed{(4,-1\frac{1}{2})}$$

$$x=-4 \quad \rightarrow y=\frac{1}{2}-\frac{-4}{4}-\frac{4}{-4} \quad \rightarrow y=2\frac{1}{2} \quad \rightarrow \boxed{(-4,2\frac{1}{2})}$$



תשובה: $(4,-1\frac{1}{2})$ **מקסימום ,** $(-4,2\frac{1}{2})$ **מינימום.**

ג. הנקודה שבה $x=6$ **נמצאת בתחום ירידה של הפונקציה, ולכן הנגזרת שלילית.**

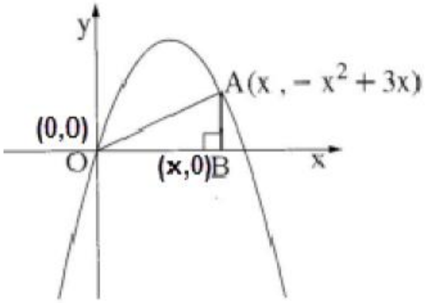
ניתן, כמובן, גם להציב בנגזרת, $f'(-6)=\frac{-(-6)^2+16}{4(-6)^2}=\frac{-20}{144}=-\frac{5}{36}<0$

תשובה: לא, הנגזרת $f'(x)$ **שלילית בנקודה שבה** $x=6$.

א. שיעורי הנקודה A **הנמצאת על גרף הפונקציה** $y=-x^2+3x$ **הם** $A(x,-x^2+3x)$ **, כמתואר בציור.**

AB **מאונך לציר ה-** x **, ולכן** $x_B=x_A=x$ **וגם** $AB=y_A-y_B=-x^2+3x-0=-x^2+3x$ **.**

OB **מונח על ציר ה-** x **, ולכן** $OB=x_B-x_O=x-0=x$ **.**



תשובה: $OB=x$ **,** $AB=-x^2+3x$ **.**

ב. (1) הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא שטח המשולש ABO **.**

$$S=\frac{OB\cdot AB}{2}$$
$$S=\frac{x\cdot(-x^2+3x)}{2}$$
$$S=\frac{-x^3+3x^2}{2}$$
$$\boxed{S=-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2}$$

נמצא את נקודת הקיצון:

$$\boxed{S'=-\frac{3}{2}x^2+3x}$$
$$0=-\frac{3}{2}x^2+3x \quad /\cdot 2$$
$$0=-3x^2+6x$$
$$0=3x(-x+2)$$
$$\boxed{\cancel{x=0}} \quad \boxed{x=2}$$

$x=0$ **נפסל כי נתון שהנקודה** A **נמצאת ברביע הראשון, ולכן** $x>0$ **.**

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון :

$$S'(1)=-\frac{3}{2}\cdot 1^2+3\cdot 1=1.5>0, \quad S'(3)=-\frac{3}{2}\cdot 3^2+3\cdot 3=-4.5<0$$

x	3	2	1	0
$S'(x)$	**-**	0	**+**	
מסקנה	↘	**Max**	↗	

תשובה: עבור $x=2$ **שטח המשולש** ABO **הוא מקסימלי.**

(2) נציב $x=2$ **בפונקציית השטח:** $S(2)=-\frac{1}{2}\cdot 2^3+\frac{3}{2}\cdot 2^2=2$

תשובה: השטח המקסימלי של המשולש ABO **הוא** 2 **יח"ר.**