נסמן ב- x את הזמן (בשעות) הדרוש לפועל ה- I לתקן את כל הכביש לבדו,
וב- y את מספר השעות הנדרשות לפועל ה- II .

	פועל	זמן (שעות)	חלק עבודה בשעה (הספק)	חלק עבודה כולל (עבודה)
	פועל I	x	$\frac{1}{x}$	1
	פועל II	y	$\frac{1}{y}$	1
יום ראשון	פועל I	7	$\frac{1}{x}$	$\frac{7}{x}$
	פועל II	3	$\frac{1}{y}$	$\frac{3}{y}$
שני ימי העבודה	פועל I	$\frac{1}{2}x$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{2}$
	פועל II	$\frac{1}{2}y$	$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{2}$

נפתור את מערכת המשוואות המתאימה לנתוני השאלה.

$$\begin{cases} \frac{7}{x}+\frac{3}{y}=0.6 \\ \frac{1}{2}x=\frac{1}{2}y+4 \quad \rightarrow \boxed{x=y+8} \end{cases}$$

$$\frac{7}{y+8}+\frac{3}{y}=0.6 \quad / \cdot y(y+8)$$

$$7y+3(y+8)=0.6y(y+8)$$

$$0.6y^2-5.2y-24=0$$

$$y_{1,2}=\frac{5.2\pm 9.2}{1.2}$$

$$y=12 \quad \rightarrow x=20$$

$$\cancel{y=-3\frac{1}{3}} \quad \leftarrow y>0$$

לפועל ה- II נדרשות 12 שעות לסלול את כל הכביש לבדו, כלומר 6 שעות לסיים את מחצית הסלילה.
ביום הראשון סלל במשך 3 שעות, ולכן סלל במשך 3 שעות נוספות ביום השני.

<u>בדיקה</u>: לפועל ה- I נדרשות 20 שעות לסלול את כל הכביש לבדו,
כלומר 10 שעות לסיים את מחצית הסלילה.
ביום הראשון סלל במשך 7 שעות, ולכן סלל במשך 3 שעות נוספות ביום השני.

תשובה: שני הפועלים עבדו 3 שעות ביחד, ביום השני.

א. נתונה סדרה חשבונית: $a_1, a_2, a_3, ..., a_{n-1}, a_n$ **, שיש בה** $n > 2$ **איברים, והפרשה** d **.**

מהסדרה בנו סדרה חדשה של הפרשי ריבועים: $a_n{}^2 - a^2{}_{n-1}, \quad ... \quad, a_3{}^2 - a_2{}^2, \quad , a_2{}^2 - a_1{}^2$ **.**

נשים לב שבסדרה החדשה יש $n-1$ **איברים.**

נראה כי הסדרה החדשה, שנסמנה כ- b_n **, היא סדרה חשבונית.**

$$b_{n-1} = a_n{}^2 - a_{n-1}{}^2$$
$$b_{n-1} = (a_n - a_{n-1})(a_n + a_{n-1})$$
$$b_{n-1} = d(a_n + a_{n-1}) \quad \to b_{n-2} = d(a_{n-1} + a_{n-2})$$
$$b_{n-1} - b_{n-2} = d(a_n + a_{n-1}) - d(a_{n-1} + a_{n-2})$$
$$b_{n-1} - b_{n-2} = d(a_n + a_{n-1} - a_{n-1} - a_{n-2})$$
$$b_{n-1} - b_{n-2} = d(a_n - a_{n-2})$$
$$b_{n-1} - b_{n-2} = d \cdot 2d$$
$$\boxed{b_{n-1} - b_{n-2} = 2d^2}$$

לכן, ההפרש בין כל שני איברים עוקבים, בסדרה החדשה, הוא קבוע ושווה ל- $2d^2$ **, ולכן הסדרה חשבונית.**

תשובה: הוכַח.

ב. נתון כי $a_2{}^2 - a_1{}^2 = 64$ **, לכן** $b_1 = 64$ **.**

נביע את האיבר האחרון בסדרה החדשה, כלומר את b_{n-1} **, באמצעות** n **ו-** d **.**

$$b_{n-1} = b_1 + d_b(n-1-1)$$
$$\boxed{b_{n-1} = 64 + 2d^2(n-2)}$$

תשובה: האיבר האחרון בסדרה החדשה הוא $64 + 2d^2(n-2)$ **.**

ג. נתון כי $a_n{}^2 - a^2{}_{n-1} = 64$ **, לכן** $b_{n-1} = 192$ **.**

נמצא את תחום הערכים של n **.**

$$192 = 64 + 2d^2(n-2) \quad / -64$$
$$128 = 2d^2(n-2) \quad / 2d^2 > 2$$
$$\frac{64}{d^2} = n-2$$

כיוון ש- $d^2 > 1$ **הרי ש-** $\frac{64}{d^2} < 64$ **ולכן** $64 > n-2$ **ומכאן ש:** $n < 66$.

כמו כן, נתון כי $n > 2$ **, ולכן נקבל ש-** $2 < n < 66$ **.**

n **הוא מספר איברים בסדרה הנתונה, ולכן שלם וחיובי ומכאן ש-** $3 \le n \le 65$ **, כאשר** n **שלם.**

תשובה: תחום הערכים של n **הוא** $3 \le n \le 65$ **,** n **שלם.**

א. ההסתברות שלכל היותר 3 עובדים מתוך 4 שנבחרו הם בעלי השכלה גבוהה היא $\frac{255}{256}$.

המאורע המשלים הוא "לכל 4 העובדים יש השכלה גבוהה", וההסתברות המתאימה היא $1-\frac{255}{256}=\frac{1}{256}$.

נסמן ב- $P(A)$ את ההסתברות שעובד אחד שנבחר באקראי יהיה בעל השכלה גבוהה.

מתקבל ש- $(P(A))^4=\frac{1}{256}$, ולכן $P(A)=0.25$ (ובהתאם $P(\overline{A})=0.75$, עבור סעיף ב).

תשובה: ל- 25% מהעובדים יש השכלה גבוהה.

ב. יש למצוא את ההסתברות שבדיוק שלושה עובדים מתוך 4 עובדים, שנבחרו באקראי, הם חסרי השכלה גבוהה.

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $n=4$, $p=0.75$ (על פי סעיף א), $k=3$.

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי את ההסתברות המתאימה:

$$P_4(3)=\binom{4}{3}\cdot 0.75^3\cdot(1-0.75)^{4-3}$$

$$P_4(3)=\frac{4!}{3!(4-3)!}\cdot 0.75^3\cdot 0.25^1$$

$$P_4(3)=4\cdot 0.75^3\cdot 0.25$$

$$P_4(3)=\frac{27}{64}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{27}{64}$.

ג. נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- בעלי השכלה גבוהה** $\overline{A}$ **- חסרי השכלה גבוהה**

B **- נשים** $\overline{B}$ **- גברים**

נתונים ומשמעויות מיידיות

על פי סעיף א: $P(A)=0.25 \quad \to P(\overline{A})=0.75$

$P(B)=0.4 \quad \to P(\overline{B})=0.6$

$P(A/B)=0.25 \quad \to P(\overline{A}/B)=0.75$

פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$0.25=\frac{P(A\cap B)}{0.4}$$

$$P(A\cap B)=0.1$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	A **- בעלי השכלה גבוהה**	$\overline{A}$ **- חסרי השכלה גבוהה**	
B **- נשים**	0.1	0.3	0.4
$\overline{B}$ **- גברים**	0.15	0.45	0.6
	0.25	0.75	1

נחשב את ההסתברות לבחירת אישה מבין בעלי ההשכלה הגבוהה בחברה.

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$

$$P(B/A)=\frac{0.1}{0.25}$$

$$P(B/A)=0.4$$

ולכן ההסתברות שתבחרנה שתי נשים, מבין בעלי ההשכלה הגבוהה (בחברה גדולה) היא $0.4^2=0.16$**.**

תשובה: ההסתברות היא 0.16**.**

<u>הערת העשרה</u> – נשים לב כי $P(A/B)=P(A)$**,**

ולכן המאורעות "מין העובד" ו- "בעל השכלה גבוהה" הם בלתי תלויים.

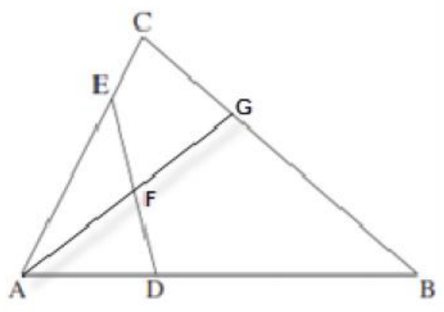
נתונים

.1 BDEC **בר חסימה**

עבור ב: .2 $\frac{S_{\Delta ACB}}{S_{\Delta ADE}}=4$ **.3** $\sphericalangle EAF=\sphericalangle DAF$

צ"ל: א. $\Delta ADE\sim\Delta ACB$

ב. (1) $\Delta AEF\sim\Delta ABG$ **(2)** $\frac{EF}{BG}$ **ג.** $\frac{AD}{AE}=\frac{CG}{BG}$



הסבר		טענה	נימוק
1	4	BDEC בר חסימה	נתון
4	5	$\sphericalangle B+\sphericalangle CED=180°$	זוויות נגדיות במרובע בר חסימה משלימות ל- $180°$
	6	$\sphericalangle AED+\sphericalangle CED=180°$	זוויות צמודות משלימות ל- $180°$
6 ,5	7	$\sphericalangle AED=\sphericalangle B$ (ז)	חישוב
	8	$\sphericalangle A=\sphericalangle A$ (ז)	זווית משותפת
8 ,7	9	$\Delta ADE\sim\Delta ACB$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. א	
3	10	$\sphericalangle EAF=\sphericalangle DAF$ (ז)	נתון
7	11	$\sphericalangle AEF=\sphericalangle B$ (ז)	הוכַח
11 ,10	12	$\Delta AEF\sim\Delta ABG$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. ב (1)	
2	13	$\frac{S_{\Delta ACB}}{S_{\Delta ADE}}=4$	נתון
13 ,9	14	$\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{DE}{CB}=\frac{1}{2}$	יחס שטחים של משולשים דומים שווה לריבוע יחס הדמיון
12	15	$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AG}=\frac{EF}{BG}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
15 ,14	16	$\frac{EF}{BG}=\frac{1}{2}$	כלל המעבר
		מ.ש.ל. ב (2)	
10	17	$\frac{GC}{BG}=\frac{AC}{AB}$	משפט חוצה זווית ΔABC
14	18	$\frac{AD}{AE}=\frac{AC}{AB}$	חישוב
18 ,17	19	$\frac{CG}{BG}=\frac{AD}{AE}$	כלל המעבר
		מ.ש.ל. ג	

א. ΔADC **הוא שווה שוקיים** $(AD = AC)$ **(נתון).**

$AD = AC = 2y$ **(סימון).** $BT \perp AC$ **(בניית עזר),**

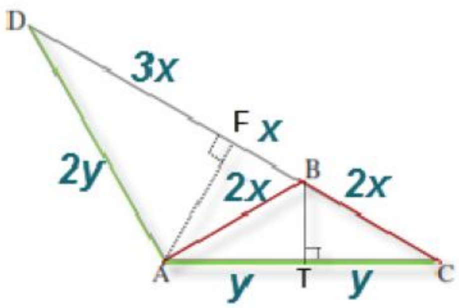
לכן: $AT = TC = y$ **(במש"ש הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס).**

ΔABC **הוא שווה שוקיים** $(AB = BC)$ **(נתון).**

$AB = BC = 2x$ **(סימון).** $AF \perp AC$ **(בניית עזר).**

$DC = 3BC = 6x$ **(נתון וחישוב).**

לכן: $DF = CF = 3x$ **(במש"ש הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס).**



$\underline{\Delta TCB}$

$$\cos\sphericalangle C = \frac{TC}{BC}$$

$$\boxed{\cos\sphericalangle C = \frac{y}{2x}}$$

$\underline{\Delta FCA}$

$$\cos\sphericalangle C = \frac{FC}{AC}$$

$$\boxed{\cos\sphericalangle C = \frac{3x}{2y}}$$

על פי כלל המעבר נקבל:

$$\frac{y}{2x} = \frac{3x}{2y}$$

$$y^2 = 3x^2$$

$$\frac{y}{x} = \sqrt{3}$$

נציב במשוואה הראשונה ונקבל: $\cos\sphericalangle C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **ומכאן ש-** $\sphericalangle C = 30°$ **ו-** $\sphericalangle D = 30°$ **, ולכן** $\sphericalangle A = 120°$ **.**

תשובה: $\sphericalangle D = \sphericalangle C = 30°$ **,** $\sphericalangle A = 120°$ **.**

ניתן להסתייע במהלך הפתרון גם בדמיון משולשים:

$\Delta TCB \sim \Delta FCA$ **(משפט דמיון זווית זווית)**

$$\frac{TC}{FC} = \frac{TB}{FA} = \frac{CB}{CA}$$

$$\frac{y}{3x} = \frac{2x}{2y}$$

$$y^2 = 3x^2$$

$$\frac{y}{x} = \sqrt{3}$$

ב. נתון כי שטח ΔADC **הוא** $16\sqrt{3}$**.**

$$S_{\Delta ADC} = \frac{AD \cdot AC \cdot \sin\sphericalangle A}{2}$$

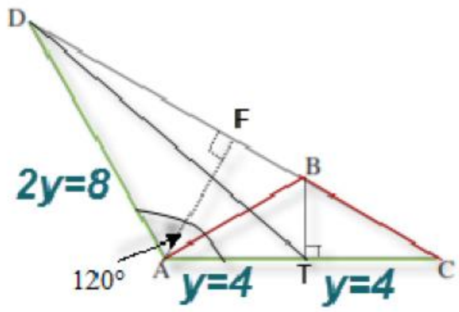
$$16\sqrt{3} = \frac{2y \cdot 2y \cdot \sin 120^\circ}{2}$$

$$16\sqrt{3} = y^2\sqrt{3}$$

$$y = 4 \quad \leftarrow y > 0$$

$$AD = 8\,cm$$

$$AT = CT = 4\,cm$$



לפי משפט הקוסינוסים $\underline{\Delta ADT}$

$$(DT)^2 = (AD)^2 + (AT)^2 - 2AD \cdot AT \cdot \cos\sphericalangle A$$

$$(DT)^2 = 8^2 + 4^2 - 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ$$

$$(DT)^2 = 112$$

$$\boxed{DT = 4\sqrt{7}cm} \quad \leftarrow DT > 0$$

תשובה: האורך של הקטע DT **הוא** $4\sqrt{7}$ **ס"מ.**

א. נתונה הפונקציה: $f(x)=2x+\frac{\cos x}{\sin x}$ **בתחום** $0\le x\le \pi$.

זו, למעשה, הפונקציה $f(x)=2x+\cot x$.

פונקציית $\cot x$ **אינה מוגדרת עבור** $x=\pi k$ **, ולכן תחום ההגדרה של** $f(x)$ **הוא** $0<x<\pi$.

תשובה: תחום ההגדרה הוא $0<x<\pi$.

ב. (1) האסימפטוטות האנכיות של $\cot x$ **הן** $x=\pi k$ **, ועבור תחום ההגדרה של** $f(x)$ **הן** $x=0\,,\,x=\pi$.

תשובה: האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$ **הן** $x=0\,,\,x=\pi$.

(2) נמצא נקודות קיצון פנימיות (אין נקודות קצה):

$$f(x)=2x+\cot x$$

$$\boxed{f'(x)=2-\frac{1}{\sin^2 x}}$$

$$f'(x)=\frac{2\sin^2 x-1}{\sin^2 x}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-\cos 2x}{\sin^2 x}}$$

(המסגרת הראשונה תהייה יעילה יותר עבור הוכחת הקיצון בסעיף ב, ועבור סעיף ג.)

$$0=-\cos 2x$$

$$2x=\frac{\pi}{2}+\pi k$$

$$x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k$$

$$k=0:\quad x=\frac{\pi}{4}\quad\rightarrow f(\frac{\pi}{4})=2\cdot\frac{\pi}{4}+\cot\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+1$$

$$k=1:\quad x=\frac{3\pi}{4}\quad\rightarrow f(\frac{3\pi}{4})=2\cdot\frac{3\pi}{4}+\cot\frac{3\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}-1$$

$$f''(x)=-\frac{-2\sin x\cos x}{\sin^4 x}$$

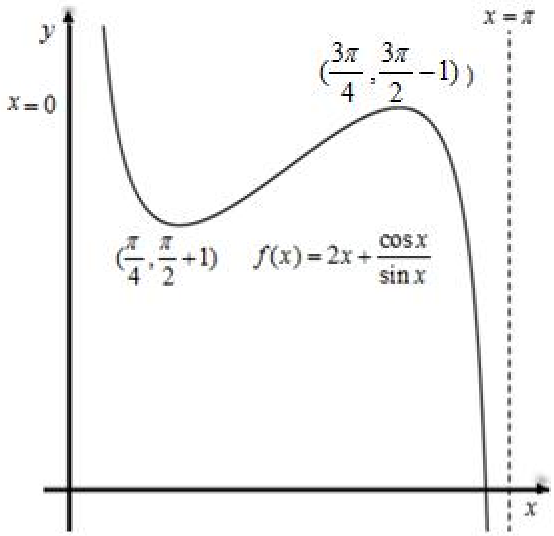
$$\boxed{f''(x)=\frac{\sin 2x}{\sin^4 x}}$$

$$f''(\frac{\pi}{4})=\frac{\sin(2\cdot\frac{\pi}{4})}{+}>0\quad\rightarrow(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}+1),\min$$

$$f''(\frac{3\pi}{4})=\frac{\sin(2\cdot\frac{3\pi}{4})}{+}<0\quad\rightarrow(\frac{3\pi}{4},\frac{3\pi}{2}-1),\max$$

תשובה: $(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}+1)$ **מינימום,** $(\frac{3\pi}{4},\frac{3\pi}{2}-1)$ **מקסימום.**

(3) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$



ג. הפונקציה שיש להביא *למקסימום* **היא** *שיפוע המשיק לגרף הפונקציה.*

שיפוע זה מתקבל כאשר הנגזרת הראשונה מקבלת ערך מקסימלי,

משמע בנקודת הקיצון שלה – כאשר הנגזרת השנייה מתאפסת ועוברת מחיוביות לשליליות.

כלומר פונקציית הנגזרת (פונקציית השיפוע) עוברת מעלייה לירידה ומתקבל מקסימום.

(זו למעשה נקודת פיתול של הפונקציה המקורית).

מצאנו כבר, בסעיף ב, כי $f''(x)=\frac{\sin 2x}{\sin^4 x}$.

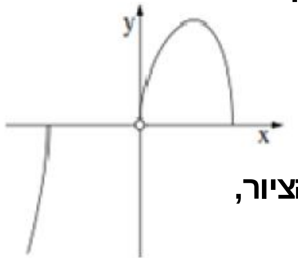
$$0=\sin 2x$$
$$2x=®k$$
$$x=\frac{®}{2}k$$
$$k=1: x=\frac{®}{2} \quad (\frac{®}{4}<x<\frac{3®}{4})$$
$$\left.\begin{array}{l} f''(0.4®)=\sin 0.8® > 0 \\ f''(0.6®)=\sin 1.2® < 0 \end{array}\right\} x=\frac{®}{2}, \max$$

נחשב את השיפוע בנקודה שבה $x=\frac{®}{2}$ **:** $m=f'(\frac{®}{2})=2-\frac{1}{\sin^2(\frac{®}{2})}=2-\frac{1}{1}=1$ **.**

הזווית שיוצר המשיק עם הכיוון החיובי של ציר ה- x **, מתקבלת על ידי הקשר** $m=\tan ~$ **ולכן היא בת** $45°$ **.**

תשובה: הזווית שיוצר המשיק, עם הכיוון החיובי של ציר ה- x **, היא בת** $45°$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\sqrt{12x^3-x^5}}{x}$, אשר הגרף שלה נתון גם.



תחום ההגדרה הנתון הוא $0<x\le 2\sqrt{3}$, $x\le -2\sqrt{3}$.

(הנקודה הריקה בציור מראה שהגרף שואף לראשית.)

הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות, על פי הציור,

ברביע הראשון,

וגם כאשר הוא מתלכד עם ציר ה- x ואז יש שתי נקודות חיתוך משני צידי ציר ה- y .

נמצא בהתאם את שיעור ה- y של נקודת המקסימום הפנימית.

בתהליך מציאת הקיצון נסתמך על כך ש- $x>0$ בקיצון, על פי הגרף הנתון.

$$f'(x)=\frac{\frac{x(36x^2-5x^4)}{2\sqrt{12x^3-x^5}}-\sqrt{12x^3-x^5}}{x^2}$$

$$f'(x)=\frac{36x^3-5x^5-2(12x^3-x^5)}{2x^2\sqrt{12x^3-x^5}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{12x^3-3x^5}{2x^2\sqrt{12x^3-x^5}}}$$

$$0=12x^3-3x^5 \quad /:3x^3>0$$

$$0=4-x^2$$

$$x=2$$

$$y=f(2)=\frac{\sqrt{12\cdot 2^3-2^5}}{2}=4$$

הפתרון $x=-2$ לא נרשם, כי אינו בתחום ההגדרה.

לכן שיעור ה- y בנקודת המקסימום הפנימית, ברביע הראשון, הוא 4, וברביע הראשון נקבל $0<k<4$

ובהתאם, כולל ההתלכדות הישר $y=k$ עם ציר ה- x , $0\le k<4$.

תשובה: $0\le k<4$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=\sqrt{12x-x^3}$ **, כאשר תחום ההגדרה הנתון הוא** $0\le x\le 2\sqrt{3}$ **,** $x\le -2\sqrt{3}$ **.**

נשים לב שפונקציה זו מתקבלת לאחר שמכניסים את המכנה של $f(x)=\dfrac{\sqrt{12x^3-x^5}}{x}$ **לתוך המונה,**

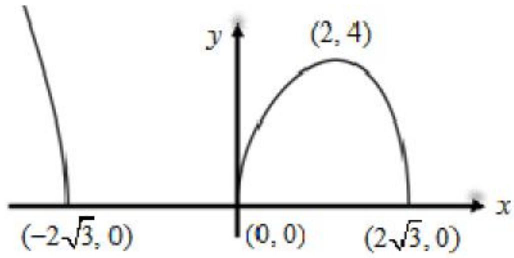
$g(x)=\sqrt{\dfrac{12x^3-x^5}{x^2}}=\sqrt{12x-x^3}$ **.**

מכאן שהפונקציה המתקבלת הופכת להיות אי-שלילית,

והיא למעשה פונקציית הערך המוחלט של $f(x)$ **, בתוספת הנקודה** $(0,0)$ **(ראשית הצירים).**

$$g(x)=\begin{cases}|f(x)| & x\ne 0\\ 0 & x=0\end{cases}$$

(2) נצייר תחילה את גרף הפונקציה, ולמעשה נענה על סעיף (2):



נקודת המקסימום הפנימית נשארת זהה $(2,4)$ **,**

ונקודות הקצה הינן $(2\sqrt{3},0)$ **,** $(0,0)$ **,** $(-2\sqrt{3},0)$ **.**

(1) תחומי העלייה והירידה , סעיף (1)

עלייה: $0<x<2$ **, ירידה:** $2<x<2\sqrt{3}$ **או** $x<-2\sqrt{3}$ **.**

(3) עבור $0\le k<4$ **הישר** $y=k$ **חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות.**

א. נתון כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x ומקיימת: $f'(x)=x^2-6x+5$.

הישר $y=10\frac{2}{3}$ משיק בנקודת המקסימום, נמצא את שיעור ה- x של נקודת המקסימום,

במטרה למצוא את קבוע האינטגרציה.

$$f'(x)=x^2-6x+5$$
$$0=x^2-6x+5=(x-1)(x-5)$$
$$x=1,\quad x=5$$
$$f''(x)=2x-6$$
$$f'(1)=2\cdot1-6<0\quad\to\max\quad\to\boxed{(1,10\frac{2}{3}),\max}$$
$$f'(5)=2\cdot5-6>0\quad\to\min$$
$$f(x)=\int f'(x)dx$$
$$f(x)=\int(x^2-6x+5)dx$$
$$f(x)=\frac{x^3}{3}-3x^2+5x+c$$
$$10\frac{2}{3}=\frac{1^3}{3}-3\cdot1^2+5\cdot1+c$$
$$8\frac{1}{3}=c$$
$$\boxed{f(x)=\frac{x^3}{3}-3x^2+5x+8\frac{1}{3}}$$
$$f(5)=\frac{5^3}{3}-3\cdot5^2+5\cdot5+8\frac{1}{3}=0\quad\to\boxed{(5,0),\min}$$

תשובה: $(1,10\frac{2}{3})$ מקסימום , $(5,0)$ מינימום.

ב. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x ומקיימת: $f'(x)=g'(x)$.

מכאן, ששיעורי ה- x של נקודות הקיצון זהים, לרבות סוג הקיצון.

כמוכן מכאן שלשתי הפונקציות, פונקציות קדומות זהות בכל, פרט לקבוע האינטגרציה שעשוי להיות שונה.

נתון כי המרחק בין נקודות המקסימום של שתי הפונקציות הוא 1,

ולכן שתי הפונקציות האחרות הן הזזה אנכית של $f(x)$ ביחידה אחת מעלה או מטה.

שתי הפונקציות הן: $g_1(x)=\frac{x^3}{3}-3x^2+5x+9\frac{1}{3}$ ו- $g_2(x)=\frac{x^3}{3}-3x^2+5x+7\frac{1}{3}$.

כמובן, שגם שיעורי ה- y של שתי נקודות הקיצון גדלים או קטנים ביחידה אחת.

תשובה: אפשרות ראשונה: $(1,11\frac{2}{3})$ מקסימום , $(5,1)$ מינימום.

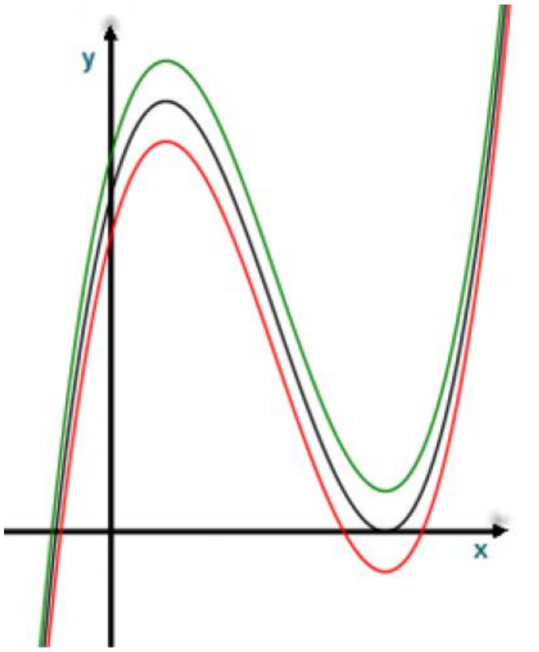
אפשרות שנייה: $(1,9\frac{2}{3})$ מקסימום , $(5,-1)$ מינימום.

ג. (1) להלן הסקיצות של שלוש הפונקציות.

הגרף האמצעי הוא של $f(x)=\frac{x^3}{3}-3x^2+5x+8\frac{1}{3}$.

הגרף העליון הוא של $g_1(x)=\frac{x^3}{3}-3x^2+5x+9\frac{1}{3}$.

הגרף התחתון הוא של $g_2(x)=\frac{x^3}{3}-3x^2+5x+7\frac{1}{3}$.



(2) לכל הפונקציות נקודת חיתוך אחת משמאל לציר ה- y ,

והן נבדלות במספר נקודות הפגישה מימין לציר ה- y - אפס לעליונה, אחת ל- $f(x)$ ושתיים לתחתונה.

תשובה: לגרף העליון ($g_1(x)$) נקודת פגישה אחת עם ציר ה- x .

לגרף האמצעי ($f(x)$)שתי נקודות פגישה עם ציר ה- x .

לגרף התחתון ($g_2(x)$) שלוש נקודות פגישה עם ציר ה- x .