א. נתונה סדרה הנדסית, כאשר $S_n^{even}=\frac{3}{4}S_{2n}$

	סדרה מקורית	סדרת איברים במקומות זוגיים	סדרת איברים במקומות אי-זוגיים
איבר ראשון	a_1	$a_2=a_1q$	$a_1=2$
מנה	q	q^2	$q^2=3^2=9$
מספר איברים	$2n$	n	4

נפתור את המשוואה

$$S_n^{even}=\frac{3}{4}S_{2n}$$

$$\frac{a_1q((q^2)^n-1)}{q^2-1}=\frac{3}{4}\cdot\frac{a_1(q^{2n}-1)}{q-1}$$

$$\frac{q(q^{2n}-1)}{(q+1)(q-1)}=\frac{3}{4}\cdot\frac{(q^{2n}-1)}{q-1}$$

$$\frac{q}{q+1}=\frac{3}{4}$$

$$4q=3q+3$$

$$\boxed{q=3}$$

תשובה: מנת הסדרה היא 3 **.**

ב. נתון כי $S_4^{odd}=1640$.

$$\frac{a_1(9^4-1)}{9-1}=1640$$

$$\boxed{a_1=2}$$

תשובה: $a_1=2$ **.**

ג. אם בסדרה הנתונה 13 **איברים , הרי** a_{10} **הוא האיבר הראשון מבין ארבעת האיברים האחרונים.**

$$a_{10}=a_1q^9=2\cdot 3^9=39,366$$

$$S_{last\ 4}=\frac{39366(3^4-1)}{3-1}$$

$$\boxed{S_{last\ 4}=1,574,640}$$

תשובה:סכום ארבעת האיברים האחרונים בסדרה הוא $1,574,640$ **.**

א. בסיס המנסרה הישרה הוא משולש שווה צלעות.

$\Delta A'AC \simeq \Delta A'AB$ **על פי משפט חפיפה צלע זווית צלע .**

($A'A = A'A$ **,** $\sphericalangle A'AB = \sphericalangle A'AC = 90°$ **כי המנסרה ישרה,** $AB = AC$ **כי הבסיס שווה צלעות).**

תשובה: $A'B = A'C$ **(צלעות מתאימות במשולשים חופפים).**

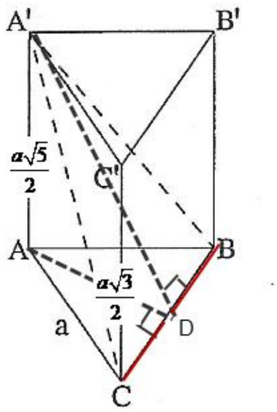
ב. (1) $A'D$ **גובה לבסיס במשולש שווה שוקיים** $A'BC$ **, לכן גם תיכון לבסיס, ומכאן ש-** $CD = \frac{a}{2}$ **.**

משפט פיתגורס ΔADC

$(AD)^2 = (AC)^2 - (CD)^2$

$(AD)^2 = a^2 - (\frac{a}{2})^2$

$\boxed{AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}}$



משפט פיתגורס $\Delta A'AD$

$(A'D)^2 = (A'A)^2 + (AD)^2$

$(A'D)^2 = (\frac{a\sqrt{5}}{2})^2 + (\frac{a\sqrt{3}}{2})^2$

$\boxed{A'D = a\sqrt{2}}$

תשובה: אורך הגובה $A'D$ **הוא** $a\sqrt{2}$**.**

(2) הזווית המבוקשת היא $\sphericalangle A'DA$ **, הזווית שבין המשופע** $A'D$ **ל-** AD **ההיטל שלו לבסיס** ABC **.**

$\underline{ADA'}$

$\tan \sphericalangle A'DA = \frac{A'A}{AD}$

$\tan \sphericalangle A'DA = \frac{0.5a\sqrt{5}}{0.5a\sqrt{3}}$

$\boxed{\sphericalangle A'DA = 52.24°}$

תשובה: גודל הזווית הוא $52.24°$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{\cos^2 x}-2$ **בתחום** $0\le x\le\frac{\pi}{2}$.

(1) בתחום ההגדרה המכנה צ"ל שונה מאפס, ולכן: $\cos^2 x\ne 0 \quad\to \cos x\ne 0 \quad\to x\ne\frac{\pi}{2}+\pi k$

הפתרון היחידי בתחום הנתון הוא $x\ne\frac{\pi}{2}$.

תשובה: $0\le x<\frac{\pi}{2}$. **(הערה - הישר** $x\frac{\pi}{2}$ **הוא אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה.)**

(2) בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **:** $f(0)=\frac{1}{\cos^2 0}-2=-1 \quad\to(0,-1)$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$.

$$0=\frac{1}{\cos^2 x}-2 \quad\to 0=1-2\cos^2 x$$

$$2\cos^2 x-1=0 \quad\to\cos 2x=0 \quad\to 2x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$$

$$x=\frac{\pi}{4}+\pi k$$

והפתרון היחידי בתחום בנתון הוא $x=\frac{\pi}{4}$ **ונקודת החיתוך עם ציר ה-** x **המתאימה היא** $(\frac{\pi}{4},0)$.

תשובה: $(0,-1)$ **,** $(\frac{\pi}{4},0)$.

ב. (1) נמצא את שיפוע המשיק בנקודה $(\frac{\pi}{4},0)$.

$$f'(x)=\frac{-(-2\sin x\cos x)}{\cos^4 x}=\frac{\sin 2x}{\cos^4 x}$$

$$f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sin(2\cdot\frac{\pi}{4})}{\cos^4(\frac{\pi}{4})}=4$$

$$y-0=4(x-\frac{\pi}{4}) \quad\to \boxed{y=4x-\pi}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=4x-\pi$.

(2) ישר המקביל לציר ה- x **הוא בעל שיפוע קבוע, ומכיוון שעובר דרך הנקודה** $(0,-1)$ **הרי משוואתו** $y=-1$.

תשובה: משוואת הישר היא $y=-1$.

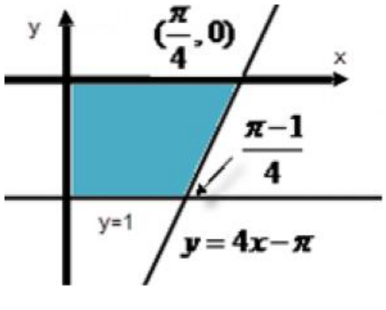
(3) השטח המבוקש הוא טרפז.

נמצא את אורך הבסיס הקטן, שהוא שיעור ה- x **של נקודת החיתוך בין המשיק** $y=4x-\pi$ **לישר** $y=-1$.

$$-1=4x-\pi \quad\to 4x=-1+\pi \quad\to x=\frac{\pi-1}{4}$$

גודל השטח הוא: $S=\frac{1}{2}\cdot(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi-1}{4})\cdot 1=\frac{2\pi-1}{8}=0.66$

תשובה: גודל השטח הוא $\frac{2\pi-1}{8}=0.66$.



א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^{2x}+1}{e^x}$ **(פונקציה חיובית, מוגדרת לכל** x **) .**

שתי הצבות במחשבון ומסקנות: $f(10)=22,026\to+\infty,\quad f(-10)=22,026\to+\infty$ **, אין אס' אופקית.**

נמצא את נקודת הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגה.

$$f(x)=\frac{e^{2x}}{e^x}+\frac{1}{e^x}\quad\to\boxed{f(x)=e^x+e^{-x}}\quad\to\boxed{f'(x)=e^x-e^{-x}}$$

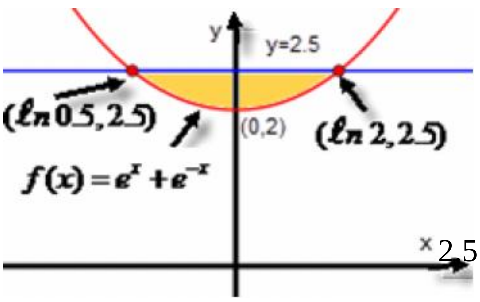
$$0=e^x-e^{-x}\quad\to e^x=e^{-x}\quad\to x=-x\quad\to x=0\quad\to y=1+1=2\quad\to(0,2)$$

$$f''(x)=e^x+e^{-x}>0\quad\to\boxed{(0,2),Min}$$

תשובה: $(0,2)$ **מינימום.**

ב. הפונקציה $f(x)=\frac{e^{2x}+1}{e^x}$ **חיובית, כי הן המונה והן המכנה חיוביים לכל** x **, ולכן אין חיתוך עם ציר ה-** x **.**

תשובה: נקודת חיתוך עם ציר ה- y **:** $(0,2)$ **.**



ג. משמאל הסרטוט המתאים, כולל סימונים עבור סעיף ד.

ד. (1) נמצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם הישר $y=2.5$ **.**

$$2.5=e^x+e^{-x}\quad\to 2.5=e^x+\frac{1}{e^x}\quad\boxed{e^x=t}$$

$$2.5=t+\frac{1}{t}\quad\to 2.5t=t^2+1\quad\to t^2-2.5t+1=0\quad\to(t-2)(t-0.5)=0$$

$$e^x=2\quad\to x=\ell n\,2\quad\to\boxed{(\ell n\,2,2.5)}$$

$$e^x=0.5\quad\to x=\ell n\,0.5\quad\to\boxed{(\ell n\,0.5,2.5)}$$

תשובה: $(\ell n\,2,2.5)$ **,** $(\ell n\,0.5,2.5)$**.**

(2) בסעיף א הראינו כי $f(x)=e^x+e^{-x}$ **.**

(3) נחשב את השטח המבוקש.

הפרש פונקציות: $2.5-(e^x+e^{-x})=2.5-e^x-e^{-x}$

$$S=\int_{\ell n0.5}^{\ell n.2}(2.5-e^x-e^{-x})dx$$

$$S=2.5x-e^x+e^{-x}\Big]_{\ell n0.5}^{\ell n2}$$

$$S=(2.5\cdot\ell n\,2-e^{\ell n2}+e^{-\ell n2})-(2.5\cdot\ell n\,0.5-e^{\ell n0.5}+e^{-\ell n0.5})$$

$$S=(2.5\cdot\ell n\,2-2+0.5)-(-2.5\cdot\ell n\,2-0.5+2)\quad ...\ell n\,0.5=\ell n\,2^{-1}=-\ell n\,2$$

$$\boxed{S=5\ell n\,2-3=0.47}$$

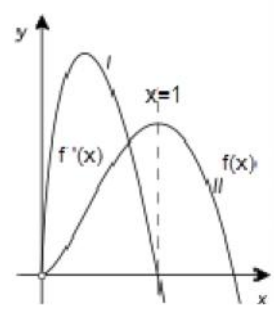
תשובה: גודל השטח המבוקש הוא $5\ell n\,2-3=0.47$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=2x^2-mx^2\ell n\,x$ $m\neq 0$ **פרמטר.**

יש לוודא שהביטוי שמקבלת הפונקציה $\ell n\,x$ **חיובי ולכן** $x>0$ **.**

תחום ההגדרה: $x>0$

ב. נציב $(\sqrt{e},0)$ **בתבנית הפונקציה** $f(x)=2x^2-mx^2\ell n\,x$ **.**



$$0=2\sqrt{e}^2-m\sqrt{e}^2\ell n\sqrt{e}$$
$$0=2e-me\cdot 0.5\quad\rightarrow 0=4-m$$
$$\boxed{m=4}$$

תשובה: $m=4$ **.**

ג. נציב $m=4$ **ונקבל את הפונקציה** $f(x)=2x^2-4x^2\ell n\,x$ **.**

שתי הצבות קצרות במחשבון, להתמצאות מיטבית בחקירה (מומלץ, לאחר מציאת תחום הגדרה).

$f(0.0001)=2.96\cdot 10^{-5}\rightarrow +0,\quad f(1000)=-25,631,021\rightarrow -\infty$ **,**

מסקנה: הפונקציה שואפת לראשית הצירים (שאינה על הפונקציה) ואין אסימפטוטות מקבילות לצירים.

נמצא נקודת קיצון, את סוגה ותחומי עלייה וירידה.

$$f'(x)=4x-(8x\ell n\,x+\frac{4x^2}{x})$$
$$f'(x)=-8x\ell n\,x$$
$$0=\ell n\,x\quad\rightarrow x=1\quad\rightarrow y=2\cdot 1^2-4\cdot 1^2\cdot\ell n1=2\quad\rightarrow\boxed{(1,2),Max}$$

סוג הקיצון נקבע על פי ערכי הפונקציה בנקודה החשודה ובשתי ההצבות שחישבנו בתחילת הסעיף.

תשובה: $(1,2)$ **מקסימום.**

ד. על פי הסעיף הקודם ותחום ההגדרה .

תשובה: עלייה: $0<x<1$ **, ירידה:** $x>1$ **.**

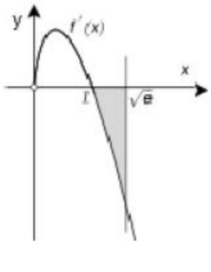
ה. שני הגרפים מתאימים לכאורה להצבות בסעיף ג ולנקודת הקיצון מסוג מקסימום.

אולם ניתן לראות שגרף I **חותך את ציר ה-** x **בנקודה שעבור ה-** x **שלה מתקבל מקסימום בגרף** II **.**

כלומר כאשר גרף I **עובר מחיוביות לשליליות, גרף** II **עובר מעלייה לירידה ולכן הפונקציה המתאימה שלו היא הפונקציה הקודמה לזו מתוארת על ידי גרף** I**. (מכאן ששיעור ה-** x **המדובר הוא** 1 **.)**

תשובה: גרף I **מתאר את** $f'(x)$ **וגרף** II **את** $f(x)$ **.**

ו. נחשב את השטח, הצבוע באפור.



$$S=\int_1^{\sqrt{e}}(0-f'(x))\,dx$$
$$S=-f(x)\Big]_1^{\sqrt{e}}$$
$$S=-f(\sqrt{e})-(-f(1))=0+2$$
$$\boxed{S=2}$$

תשובה: השטח המבוקש הוא 2 **.**