המרחקים שדנה עוברת בדרכה הלוך מהווים סדרה הנדסית, שמנתה $q=\frac{100+2}{100}=1.02$ **, כאשר** $a_1=80$ **.**

המרחקים שדנה עוברת בדרכה חזור מהווים סדרה חשבונית, שהפרשה $d=5$, **כאשר** $a_1=100$ **.**

נמצא את המרחק הלוך, עבור $n=20$ **(** 20 **דקות).**

$$S_{20}=\frac{80\cdot(1.02^{20}-1)}{1.02-1}$$

$$S_{20}=\frac{38.88}{0.02}$$

$$S_{20}=1944$$

כלומר, בדרכה הלוך רצה דנה 1944 **מטרים בערך.**

נמצא את המרחק חזור, בדרך לביתה, עבור $n=10$ **(** 10 **דקות).**

$$S_{10}=\frac{10\left[2\cdot100+(10-1)\cdot5\right]}{2}$$

$$S_{10}=5\cdot(200+45)$$

$$S_{10}=1225$$

כלומר, בדרכה חזרה עוברת דנה 1225 **מטרים בערך, מרחק הקטן מדרכה הלוך.**

תשובה: דנה *לא* תספיק לעבור את הדרך חזרה הביתה ב- 10 **דקות.**

א. בסיס המנסרה הישרה הוא משולש שווה צלעות, שבו כל זוויותיו $60°$ **ואורכי צלעותיו** a **.**

גובה המנסרה גדול פי 2 **מצלע הבסיס, ולכן אורכו** $2a$ **.**

משולש CBB' **ישר זווית, כי גובה המנסרה מאונך לבסיסים.**

$\underline{\Delta CBB': \text{Pythagoras}}$

$(CB)^2 + (BB')^2 = (CB')^2$

$a^2 + (2a)^2 = (CB')^2$

$a^2 + 4a^2 = (CB')^2$

$5a^2 = (CB')^2$

$\boxed{CB' = a\sqrt{5}}$

תשובה: $CB' = a\sqrt{5}$ **.**

ב. משולש CBB' **שווה שוקיים, כי אלכסוני הפאות שווים זה לזה (מכיוון שהבסיס מש"צ והפאות חופפות).**

נוריד DB' **גובה לבסיס המשולש שווה השוקיים, ולכן הוא גם תיכון ומתקיים** $CD = AD = \frac{a}{2}$ **.**

$\underline{\Delta CDB': \text{Pythagoras}}$

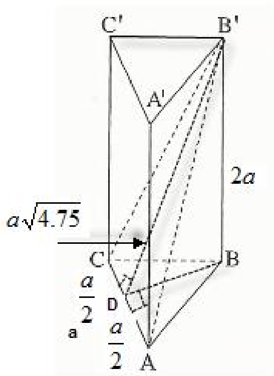
$(CD)^2 + (DB')^2 = (AB')^2$

$(\frac{a}{2})^2 + (DB')^2 = (a\sqrt{5})^2$

$\frac{a^2}{4} + (DB')^2 = 5a^2$

$(DB')^2 = 4.75a^2$

$\boxed{DB' = a\sqrt{4.75}}$



תשובה: הגובה הוא $a\sqrt{4.75}$ **.**

ג. משולש DBB' **ישר זווית, כי גובה המנסרה מאונך לבסיסים.**

הזווית שבין DB' **לבסיס, היא** $\sphericalangle B'DB$ **-**

שבין הגובה לצלע AC **ב-** DBB'**, לבין ההיטל שלו לבסיס (**BD**).**

$\underline{\Delta DBB'}$

$\sin \sphericalangle B'DB = \frac{B'B}{B'D} = \frac{2a}{a\sqrt{4.75}}$

$\boxed{\sphericalangle B'DB = 66.59°}$

תשובה: הזווית היא בת $66.59°$**.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sin x+\cos x$ **בתחום** $0\le x\le 2®$**.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **:** $f(0)=\sin 0+\cos 0=1 \quad \to \boxed{(0,1)}$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **:**

$$0=\sin x+\cos x$$
$$\sin x=-\cos x \quad /:\cos x\ne 0$$
$$\tan x=-1$$
$$x=-\frac{®}{4}+®k$$

הפתרונות בתחום הם $x=\frac{3}{4}®,\ x=\frac{7}{4}®$

תשובה: $(0,1)$ **,** $(\frac{3}{4}®,0)$ **,** $(\frac{7}{4}®,0)$**.**

ב. נמצא תחילה את נקודות הקצה

$$f(0)=1 \quad \to \boxed{(0,1)}$$
$$f(2®)=\sin 2®+\cos 2®=1 \quad \to \boxed{(2®,1)}$$

$$\boxed{f'(x)=\cos x-\sin x}$$
$$0=\cos x-\sin x$$
$$\sin x=\cos x \quad /:\cos x\ne 0$$
$$\tan x=1$$
$$x=\frac{®}{4}+®k$$

הפתרונות בתחום: $x=\frac{®}{4}®,\ x=\frac{5®}{4}$

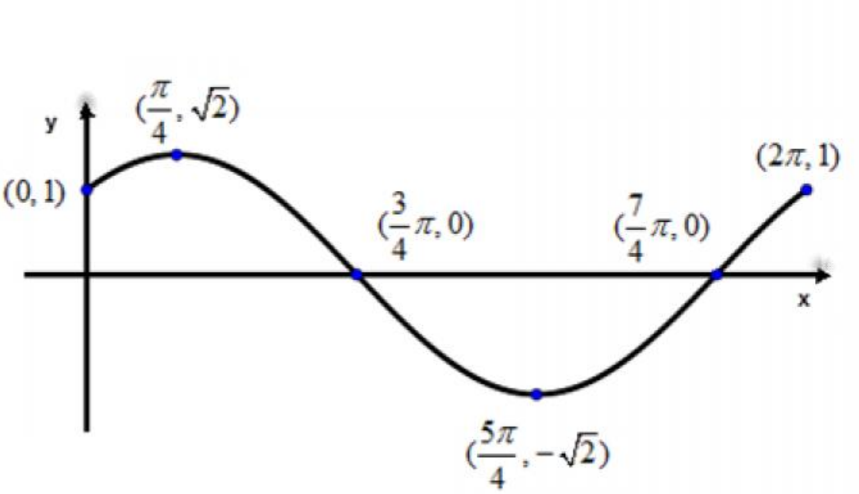
$$f(\frac{®}{4})=\sin(\frac{®}{4})+\cos(\frac{®}{4})=\sqrt{2} \quad \to \boxed{(\frac{®}{4},\sqrt{2})}$$
$$f(\frac{5®}{4})=\sin(\frac{5®}{4})+\cos(\frac{5®}{4})=-\sqrt{2} \quad \to \boxed{(\frac{5®}{4},-\sqrt{2})}$$

נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה, בעזרת ערכי הפונקציה:

x	0		$\frac{®}{4}$		$\frac{5®}{4}$		$2®$
$f(x)$	1		$\sqrt{2}$		$-\sqrt{2}$		1
$f'(x)$							
מסקנה	Min	↗	Max	↘	Min	↗	Max

תשובה: $(0,1)$ **,** $(\frac{5®}{4},-\sqrt{2})$ **מינימום ,** $(2®,1)$**,** **,** $(\frac{®}{4},\sqrt{2})$ **מקסימום.**

ג. הסקיצה המתאימה :



ד. הערך המקסימלי של הפונקציה, בתחום הנתון, הוא $\sqrt{2} \approx 1.414$.

לכן ערך הפונקציה אינו יכול להיות 1.5 .

תשובה: *לא יכול להיות.*

א. נתונה הפונקציה $f(x)=e^{-2x}$ **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **.**

$$f(0)=e^{-2\cdot 0}=1$$

נמצא את שיפוע המשיק בנקודה $A(0,1)$ **.**

$$f'(x)=-2e^{-2x}$$
$$m_{x=0}=-2e^{-2\cdot 0}=-2$$

נמצא את משוואת המשיק, בנקודה $A(0,1)$ **, ששיפועו** -2 **.**

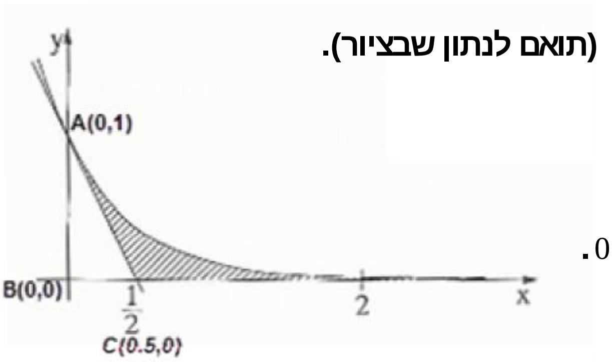
$$y-1=-2(x-0)$$
$$\boxed{y=-2x+1}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-2x+1$ **.**

ב. תכנון: נחשב את כל השטח שבין הפונקציה וציר ה- x **בתחום** $0\le x\le 2$ **.**

ונפחית את שטח המשולש הלבן משמאל, שטח ΔABC **.**

$y_C=0$ **ומכאן ש-** $0=-2x+1$ **, ולכן שיעורי הנקודה** $C(0.5,0)$ **(תואם לנתון שבציור).**



$$S_{\Delta ABC}=\frac{(1-0)\cdot(\frac{1}{2}-0)}{2}=0.25$$ **.**

נחשב את השטח שבין הפונקציה וציר ה- x **בתחום** $0\le x\le 2$ **.**

$$S=\int_0^2 (e^{-2x}-0)\,dx$$
$$S=\frac{e^{-2x}}{-2}\Big]_0^2$$
$$S=(-\frac{e^{-2\cdot 2}}{2})-(-\frac{e^{-2\cdot 0}}{2})$$
$$S=(-\frac{1}{2e^4})-(-\frac{1}{2})$$
$$\boxed{S=\frac{1}{2}-\frac{1}{2e^4}}$$

וגודל השטח המבוקש:

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{2e^4}-0.25=0.25-\frac{1}{2e^4}\approx 0.241$$

תשובה: השטח הוא $0.25-\frac{1}{2e^4}\approx 0.241$ **יח"ר.**

ג. נתונה פונקציה חדשה $g(x) = f'(x)$.

נתון: $\int_0^a g(x)\,dx = e^{-2} - 1$

לכן: $\int_0^a f'(x)\,dx = e^{-2} - 1$.

מכאן ש- $f(x)\Big]_0^a = e^{-2} - 1$ **, ולכן** $f(a) - f(0) = e^{-2} - 1$.

$$e^{-2a} - e^{-2\cdot 0} = e^{-2} - 1$$

$$e^{-2a} - 1 = e^{-2} - 1$$

$$e^{-2a} = e^{-2}$$

$$-2a = -2$$

$$\boxed{a = 1}$$

תשובה: $a = 1$.