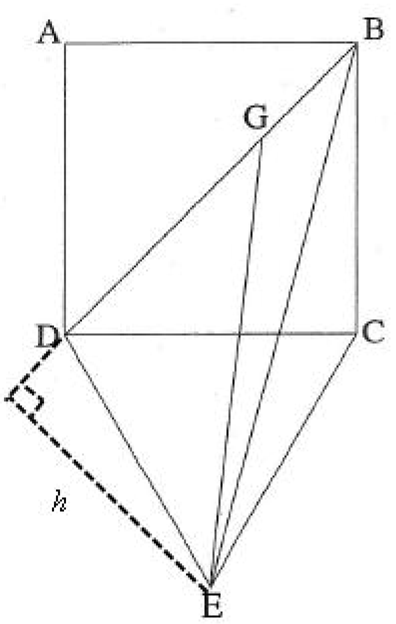
א. (1) נתון כי שטח ΔDGE **גדול פי** 2 **משטח** ΔBGE **,**

לשני המשולשים גובה משותף לצלעות DG **ו-** GB **, בהתאמה (ראה בציור), ולכן** $DG = 2GB$ **.**

$$\left(\frac{S_{\Delta DGE}}{S_{\Delta BGE}} = \frac{DG \cdot h}{BG \cdot h} = 2 \quad \rightarrow DG = 2BG \right)$$



תשובה: הוכַח.

(2) נמצא את אורך אלכסון הריבוע באמצעות משפט פיתגורס.

$$\underline{\Delta BDC}$$

$$(BD)^2 = (BC)^2 + (DC)^2$$

$$BD = \sqrt{10^2 + 10^2} \quad \rightarrow BD = 14.14$$

$$DG = \frac{2}{3} \cdot 14.14$$

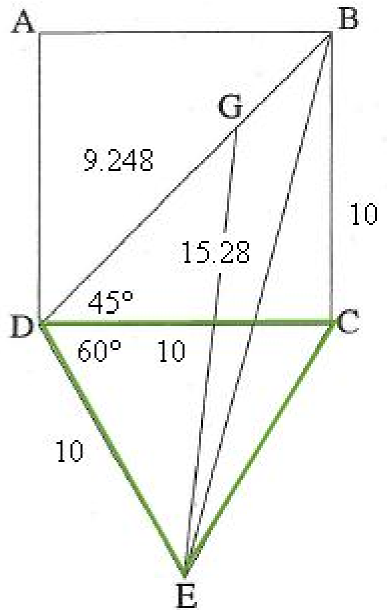
$$\boxed{DG = 9.248}$$

תשובה: אורך הקטע DG **הוא** 9.248 **ס"מ**

ב. (1) ΔDCE **שווה צלעות, לכן** 10 **ס"מ** $= DE = DC$ **, ו-** $\sphericalangle CDE = 60°$

אלכסוני הריבוע חוצים את זוויותיו הישרות, ולכן $\sphericalangle BDC = 45°$ **ו-** $\sphericalangle BDE = 105°$ **.**

נמצא את אורך הקטע GE **באמצעות משפט קוסינוסים.**



$$\underline{\Delta DGE}$$

$$(GE)^2 = (DG)^2 + (DE)^2 - 2DG \cdot DE \cdot \cos \sphericalangle BDE$$

$$(GE)^2 = 9.248^2 + 10^2 - 2 \cdot 9.248 \cdot 10 \cdot \cos 105°$$

$$(GE)^2 = 233.4$$

$$\boxed{GE = 15.28}$$

תשובה: אורך הקטע GE **הוא ס"מ.**

(2) נמצא את גודל $\sphericalangle DGE$ **, באמצעות משפט הסינוסים.**

$$\underline{\Delta DGE}$$

$$\frac{DE}{\sin \sphericalangle DGE} = \frac{GE}{\sin \sphericalangle BDE}$$

$$\frac{10}{\sin \sphericalangle DGE} = \frac{15.28}{\sin 105°}$$

$$\frac{10 \sin 105°}{15.28} = \sin \sphericalangle DGE$$

$$\boxed{\sphericalangle DGE = 39.22°}$$

תשובה: $\sphericalangle DGE = 39.22°$ **.**

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{1}{\cos x}+2$ **בתחום** $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.

(1) הפונקציה אינה מוגדרת כאשר $\cos x=0$ **, כלומר כאשר** $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$

עבור $k=0$ **ו-** $k=-1$ **נקבל** $x=\frac{\pi}{2}$ **, ו-** $x=-\frac{\pi}{2}$ **, ובמקרים אלו יתאפס המכנה ולא המונה.**

תשובה: האסימפטוטות מקבילות לציר ה- y **הן** $x=\frac{\pi}{2}$ **, ו-** $x=-\frac{\pi}{2}$ **.**

(2) בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **:** $y(0)=\frac{1}{\cos 0}+2=3 \quad \rightarrow \boxed{(0,3)}$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=\frac{1}{\cos x}+2$$

$$-2=\frac{1}{\cos x}$$

$$\cos x=-0.5=\cos(-\frac{2\pi}{3})$$

$$x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi k \qquad x=\frac{2\pi}{3}+2\pi k$$

ואין פתרון בתחום $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$ **, כלומר אין נקודת חיתוך עם ציר ה-** x **.**

תשובה: $(0,3)$ **.**

ב. נמצא את נקודת הקיצון ואת סוגה.

$$f'(x)=\frac{0-(-\sin x)}{\cos^2 x}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{\sin x}{\cos^2 x}}$$

$$0=\sin x$$

$$x=\pi k$$

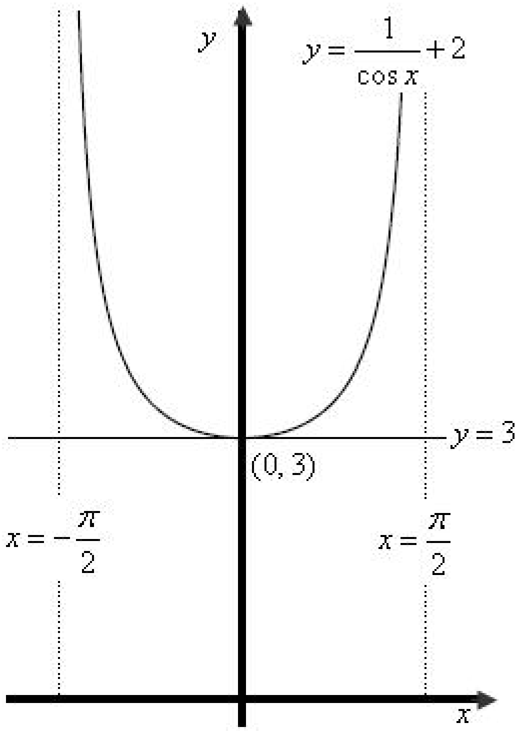
נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה.

$$f'(-\frac{\pi}{3})=\frac{\sin(-\frac{\pi}{3})}{+}<0,\ f'(\frac{\pi}{3})=\frac{\sin(\frac{\pi}{3})}{+}>0$$

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$
$f(x)$	🟥		3		🟥
מסקנה	🟥	↘	Min	↗	🟥

תשובה: $(0,3)$ **מינימום.**

ג. הסקיצה המתאימה:



ד. הישר $y = a$, המשיק לגרף הפונקציה, מייצג פונקציה קבועה ולכן משיק בנקודת המינימום $(0, 3)$.

משוואתו $y = 3$ ובהתאם $a = 3$.

תשובה: $a = 3$.

א. (1) במשך 5 **שנים גדל סכום הכסף בחשבון** I **מ-** 11,664 **שקלים ל-** 17,138 **שקלים,**

$$17{,}138 = 11{,}664 \cdot q_{\text{I}}^5 \quad /:11{,}664$$

$$1.46931 = q_{\text{I}}^5$$

$$q_{\text{I}} = \sqrt[5]{1.46931}$$

$$\boxed{q = 1.08}$$

$$1.08 = \frac{100 + \text{p}}{100}$$

$$108 = 100 + \text{p}$$

$$\boxed{\text{p} = 8}$$

תשובה: $\text{p} = 8$ **, כלומר הריבית בחשבון** I **היא** 8% **לשנה.**

(2) במשך 2 **שנים גדל סכום הכסף בחשבון** I **מ-** a **שקלים ל-** 11,664 **שקלים, בריבית של** 8% **לשנה.**

$$11{,}664 = a \cdot 1.08^2 \quad /:1.08^2$$

$$\boxed{a = 10{,}000}$$

תשובה: $a = 10{,}000$ **, כלומר בחשבון** I **הופקדו** 10,000 **שקלים בהפקדה הראשונית.**

ב. בחשבון II **הופקדו** 10,000 **שקלים, והם גדלים ב-** m% **בשנה. כעבור שנתיים היו בחשבון** II 11,881 **שקלים.**

$$11{,}881 = 10{,}000 \cdot q_{\text{II}}^2 \quad /:10{,}000$$

$$1.1881 = q_{\text{II}}^2$$

$$q_{\text{II}} = \sqrt[2]{1.1881}$$

$$\boxed{q_{\text{II}} = 1.09\ (9\%\,per\ \ year)}$$

נמצא כעבור כמה שנים מההפקדה, יהיה בחשבון II **סכום הגדול ב-** 20% **מהסכום שיהיה באותו זמן בחשבון** I **,**
כלומר סכום הכסף בחשבון II **יהיה גדול פי** 1.2 **מהסכום שיהיה באותו זמן בחשבון** I **.**

$$10{,}000 \cdot 1.09^t = 1.2 \cdot 10{,}000 \cdot 1.08^t \quad /:10{,}000$$

$$1.09^t = 1.2 \cdot 1.08^t \quad /:1.08^t$$

$$\left(\frac{1.09^t}{1.08}\right) = 1.2$$

$$1.00926^t = 1.2$$

$$t\ell\text{n}1.00926^t = \ell\text{n}1.2$$

$$\ell\text{n}1.00926 = \ell\text{n}1.2$$

$$t = \frac{\ell\text{n}1.2}{\ell\text{n}1.00926}$$

$$\boxed{t = 19.78}$$

תשובה כעבור 19.78 **שנים .**

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{x^2}{x^2+a}-\frac{1}{2}$ **.** a **פרמטר שונה מאפס.**

הפונקציה אינה מוגדרת עבור $x=1$ **, כלומר** $x=1$ **מאפס את המכנה ומכאן ש** $1^2+a=0 \rightarrow \boxed{a=-1}$**.**

תשובה: $a=-1$ **.**

נציב $a=-1$ **והפונקציה היא** $y=\frac{x^2}{x^2-1}-\frac{1}{2}$

ב. (1) מכנה הפונקציה מתאפס עבור $x=1$ **, או** $x=-1$ **.**

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x\neq 1$ **,** $x\neq -1$**.**

(2) נמצא אסימפטוטה אופקית - חזקת פולינום המונה (1) **שווה חזקת פולינום המכנה** (1)

ולכן הביטוי $\frac{x^2}{x^2-1}$ **שואף ל-** 1 **כאשר** $x\to\infty$ **ובהתאם** $f(x)\to 1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ **כאשר** $x\to\infty$

ו- $y=\frac{1}{2}$ **אסימפטוטה אופקית .**

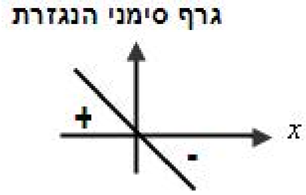
יש שתי אסימפטוטות אנכיות כי $x=1$ **, או** $x=-1$ **. מאפסים מכנה ולא מונה.**

תשובה: אסימפטוטה מקבילה לציר ה- x **:** $y=\frac{1}{2}$ **, אסימפטוטות מקבילות לציר ה-** y **:** $x=1$ **, או** $x=-1$ **.**

(3) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.

$$f'(x)=\frac{2x(x^2-1)-2x\cdot x^2}{(x^2-1)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-2x}{(x^2-1)^2}}$$



המונה מתאפס עבור $x=0$ **, כאשר מכנה הנגזרת חיובי.** $y=\frac{0^2}{0^2-1}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2} \quad \rightarrow (0,-\frac{1}{2})$

ועל פי גרף סימני הנגזרת משמאל, עבור $x=0$ **נגזרת הפונקציה עוברת מחיוביות לשליליות,**

והפונקציה עוברת מעלייה לירידה וזו נקודת מקסימום.

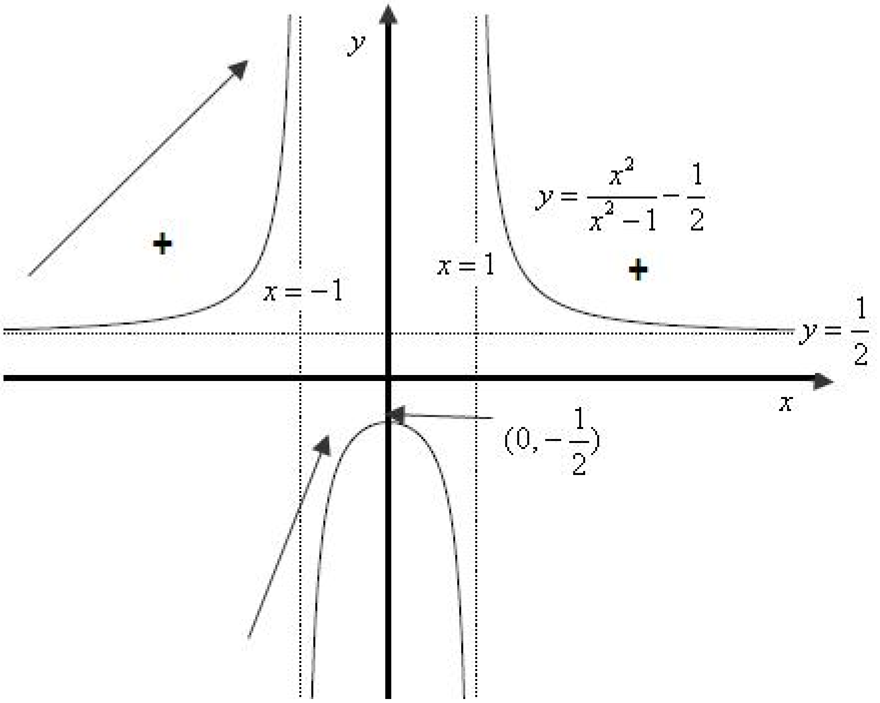
תשובה: $(0,-\frac{1}{2})$ **מקסימום.**

(4) נגזרת הפונקציה שלילית, עבור $x>0$ **,** $x\neq 1$ **ולכן הפונקציה יורדת עבור** $x>1$ **או** $0<x<1$**.**

נגזרת הפונקציה חיובית, עבור $x<0$ **,** $x\neq -1$ **ולכן הפונקציה עולה עבור** $-1<x<0$ **או** $x<-1$ **.**

תשובה: עלייה: $x>1$ **או** $0<x<1$**. , ירידה:** $-1<x<0$ **או** $x<-1$ **.**

ג. הסקיצה המתאימה



ד. בסקיצה מסומן + כאשר ערכי הפונקציה חיוביים, וסימן עלייה כאשר הפונקציה עולה, כלומר y' חיובי.

התחום שבו גם y חיובי וגם y' חיובי הוא $x<-1$.

תשובה: $x<-1$.

א. נתונות שתי הפונקציות: $f(x)=e^{2x}$ **,** $g(x)=e^{0.5x}$

שיעור ה- x **של הנקודה** B **, שנמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=e^{2x}$ **, הוא** 1**.**

$$f(1)=e^{2\cdot 1}=e^2$$

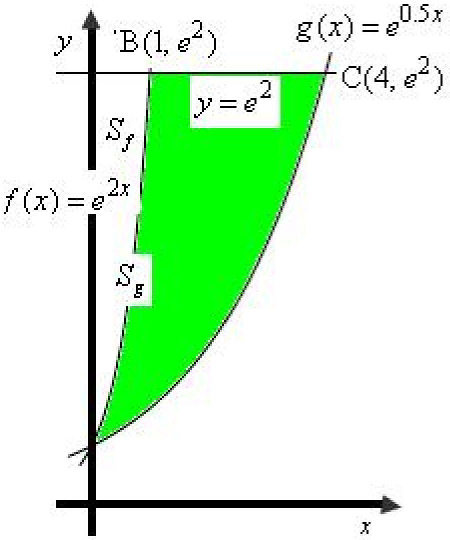
$$y_{\mathrm{C}}=y_{\mathrm{B}}=e^2 \quad \rightarrow e^2=e^{0.5x} \quad \rightarrow x_{\mathrm{C}}=4 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{C}(4,e^2)}$$

תשובה: $\mathrm{C}(4,e^2)$ **.**

ב. שתי הפונקציות נחתכות על ציר ה- y **והישר** $y=e^2$ **, כי** $f(0)=g(0)=1$

נחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)=e^{0.5x}$ **, ציר ה-** y **והישר** $y=e^2$ **(** S_g **),**

ונפחית ממנו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)=e^{2x}$ **, ציר ה-** y **והישר** $y=e^2$ **(** S_f **).**



$$S_g=\int_0^4 (e^2-e^{0.5x})dx$$

$$S_g=e^2x-\frac{e^{0.5x}}{0.5}\Big]_0^4$$

$$S_g=(e^2\cdot 4-\frac{e^{0.5\cdot 4}}{0.5})-(e^2\cdot 0-\frac{e^{0.5\cdot 0}}{0.5})$$

$$S_g=(4e^2-2e^2)-(-2)$$

$$\boxed{S_g=2e^2+2}$$

$$S_f=\int_0^1 (e^2-e^{2x})dx$$

$$S_f=e^2x-\frac{e^{2x}}{2}\Big]_0^1$$

$$S_f=(e^2\cdot 1-\frac{e^{2\cdot 1}}{2})-(e^2\cdot 0-\frac{e^{2\cdot 0}}{2})$$

$$S_f=(e^2-0.5e^2)-(-0.5)$$

$$\boxed{S_f=0.5e^2+0.5}$$

והשטח המבוקש הוא: $S_g-S_f=2e^2+2-(0.5e^2+0.5)=2e^2+2-0.5e^2-0.5=1.5e^2+1.5$

תשובה: גודל השטח המבוקש $1.5e^2+1.5=12.58$ **יח"ר.**