א. נתון כי v היא מהירות הולך הרגל I שיצא מנקודה A (קמ"ש),

ובהתאם $\frac{100+20}{100}\cdot v=1.2v$ הולך הרגל II שיצא מנקודה B (קמ"ש).

$s=vt$ **- המרחק (s) שווה למהירות (v) כפול זמן (t)**

עד למפגש בנקודה C הלכו שני הולכי הרגל שעתיים.

	זמן t **שעות**	**מהירות** v **קמ"ש**	**דרך-מרחק -** s **ק"מ**
הולך הרגל I מ- A ל- C	2	v	$2v$
הולך הרגל II מ- B ל- C	2	$1.2v$	$2.4v$

תשובה: הולך רגל I עבר $2v$ ק"מ, הולך רגל II עבר $2.4v$ ק"מ.

ב. (1) הולך רגל I עבר עד הפגישה 2 ק"מ יותר מהולך רגל II

לכן, המשוואה המתאימה: $2.4v=2v+2$

נפתור את המשוואה:

$$2.4v=2v+2$$
$$0.4v=2 \quad /:0.4$$
$$\boxed{v=5}$$

תשובה: מהירות הולך רגל I היא 5 קמ"ש.

(2) מהירותו של הולך הרגל II היא 6 קמ"ש $=1.2\cdot5$.

אורכה של כל הדרך מנקודה A לנקודה B הוא 22 ק"מ $=2v+2.4v=4.4v=4.4\cdot5$.

הולך הרגל I עבר מרחק זה במשך 4.4 שעות $=22:5$ **, כלומר 4 שעות ו- 24 דקות** $(0.4\cdot60=24)$.

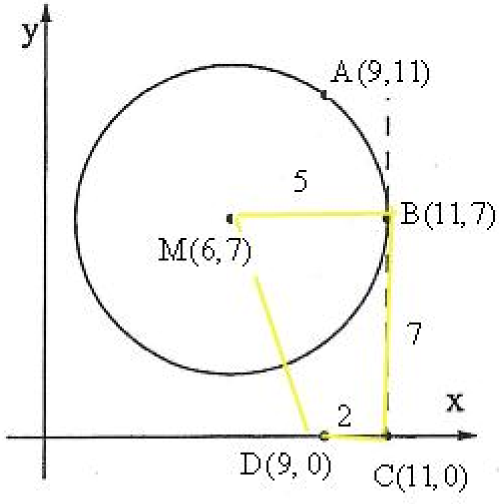
הוא יצא מנקודה A בשעה 08:00 בבוקר ולכן הגיע בשעה 12:24 בבוקר.

תשובה הולך הרגל I הגיע בשעה 12:24 בבוקר לנקודה B .

א. נציב את שיעורי הנקודה $A(9,11)$ **במשוואת המעגל,** $(x-6)^2+(y-7)^2=R^2$

$$(9-6)^2+(11-7)^2=R^2$$
$$25=R^2$$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-6)^2+(y-7)^2=25$.



ב. מרכז המעגל הוא $M(6,7)$ **ורדיוסו** 5.

כיוון שהמשיק בנקודה B **מאונך לציר ה-** x **,**

הרי ש- $y_B=y_M=7$ **ו-** $x_B=x_M+5=6+5=11$ **, ולכן** $B(11,7)$ **.**

ובהתאם $x_C=x_B=11$ $C(11,0)$ **.**

עתה נמצא את שיעורי הנקודה D **, באמצעות הנקודה** A

והנקודה $(7.5,3.5)$ **שהיא אמצע הקטע** MD **.**

$$\left.\begin{array}{l} 7.5=\dfrac{6+x_D}{2} \\ 15=6+x_D \\ x_D=9 \end{array}\right\} D(9,0)$$

ולכן $D(9,0)$ **כי נתון שהיא נקודה על ציר ה-** x **.**

תשובה: $B(11,7)$ **,** $C(11,0)$ **,** $D(9,0)$ **.**

ג. בסיסי הטרפז $MBCD$ **הם** MB **ו-** CD **וגובהו** CB **.**

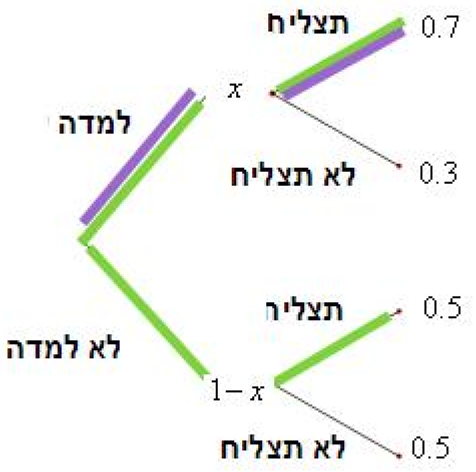
$$MB=5 \ , \ CD=x_C-x_D=11-9=2 \ , \ CB=y_B-y_C=7-0=7$$

$$S_{MBCD}=\frac{(CD+MB)\cdot CB}{2}=\frac{(2+5)\cdot 7}{2}=24.5 \ .$$

תשובה: שטח הטרפז $MBCD$ **הוא** 24.5 **.**

א. נסמן ב- x את ההסתברות שרונית למדה לבחינה.

נבנה עץ הסתברויות מתאים:

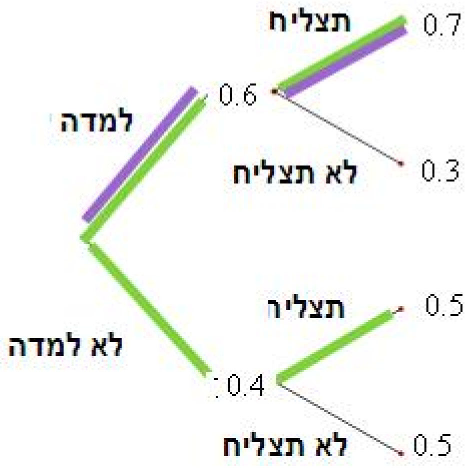


נתון כי ההסתברות שרונית תצליח בבחינה היא 0.62.

$$0.62 = x\cdot 0.7+(1-x)\cdot 05$$
$$0.62 = 0.7x+0.5-0.5x$$
$$0.12 = 0.2x$$
$$\boxed{x = 0.6}$$

תשובה: ההסתברות היא 0.6 .

ב. נציג עץ אפשרויות מעודכן.



ידוע שרונית הצליחה בבחינה – בירוק צבועים שני המסלולים המתאימים בעץ.

יש למצוא את ההסתברות שרונית למדה לבחינה – בסגול צבוע המסלול המתאים.

$$p(learned\ /\ \text{succeeded}) = \frac{P(learned \cap \text{succeeded})}{P(\text{succeeded})} = \frac{0.6\cdot 0.7}{0.6\cdot 0.7+0.4\cdot 0.5} = \frac{21}{31}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{21}{31}$.

ג. יש למצוא את ההסתברות שרונית הצליחה לפחות בשלוש בחינות.

זו התפלגות בינומית, כאשר $n = 5$ **,** $p = 0.7$ **.**

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי $P_n(k) = \binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$ **,**

את הסתברות ל- 3**,** 4**, או** 5 **פעמים שהגלגל ייעצר על מספר זוגי.**

$$\mathrm{P}_5(3) = \binom{5}{3}(0.7)^3(1-0.7)^{5-3}$$
$$\mathrm{P}_5(3) = \frac{5!}{3!(5-3)!}\cdot 0.7^3\cdot 0.3^2$$
$$\mathrm{P}_5(3) = 10\cdot 0.7^3\cdot 0.3^2$$
$$\mathrm{P}_5(3) = 0.3087$$

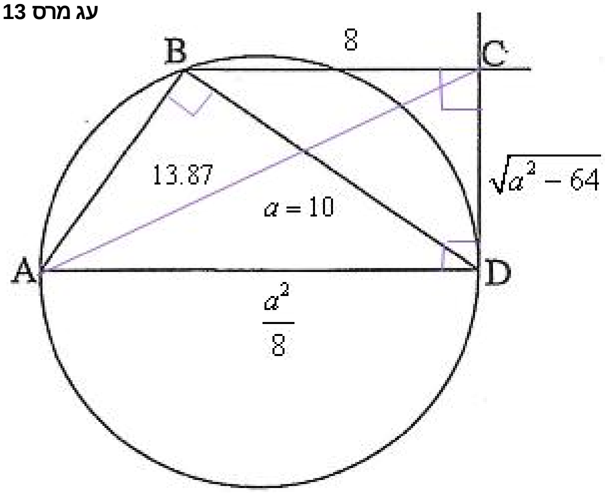
$$\mathrm{P}_5(4) = \binom{5}{4}(0.7)^4(1-0.7)^{5-4}$$
$$\mathrm{P}_5(4) = \frac{5!}{4!(5-4)!}\cdot 0.7^4\cdot 0.3^1$$
$$\mathrm{P}_5(4) = 5\cdot 0.7^4\cdot 0.3^1$$
$$\mathrm{P}_5(4) = 0.36015$$

$$\mathrm{P}_5(5) = \binom{5}{5}(0.7)^5(1-0.7)^{5-5}$$
$$\mathrm{P}_5(5) = 1\cdot 0.7^5\cdot 1$$
$$\mathrm{P}_5(0) = 0.16807$$

$$\mathrm{P}(at\ leastt\ 3\ are\ succesfull) = 0.16807 + 0.36015 + 0.3087 = 0.83692$$

תשובה: ההסתברות שרונית תתקבל לאוניברסיטה היא 0.83692 **.**

4



נתונים

1. AD **קוטר** **2.** CD **משיק ב-** D **3.** $AD \parallel BC$

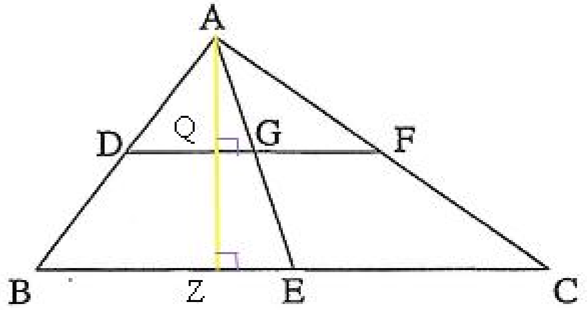
עבור ב: 4. $BD = a$ **ס"מ** **5.** $BC = 8$ **ס"מ**

עבור ג: 6. $S_{\Delta BCD} = 24$

צ"ל: א. $\Delta ABD \sim \Delta DCB$ **ב.** CD , AD

ג. $AC + BD$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	7	AD **קוטר**	**נתון**
7	8	$\measuredangle ABD = 90°$	**זווית היקפית הנשענת על קוטר היא ישרה**
2	9	CD **משיק ב-** D	**נתון**
7, 9	10	$\measuredangle ADC = 90°$	**הקוטר מאונך למשיק בנקודת ההשקה**
3	11	$AD \parallel BC$	**נתון**
10, 11	12	$\measuredangle BCD = 90°$	**זוויות חד צדדיות בין מקבילים משלימות ל-** 180°
10, 12	13	$\measuredangle ABD = \measuredangle BCD$ **(ז)**	**כלל המעבר**
11	14	$\measuredangle CBD = \measuredangle BDA$ **(ז)**	**זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים**
13, 14	15	$\Delta ABD \sim \Delta DCB$	**משפט דמיון זווית זווית**
מ.ש.ל א			
15	16	$\frac{AB}{DC}=\frac{AD}{DB}=\frac{BD}{CB}$	**יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים**
4	17	$BD = a$ **ס"מ**	**נתון**
5	18	$BC = 8$ **ס"מ**	**נתון**
12, 17, 18	19	$CD = \sqrt{a^2-64}$ **ס"מ**	**משפט פיתגורס** ΔDCB
16, 17, 18	20	$\frac{AD}{a}=\frac{a}{8} \rightarrow AD = \frac{a^2}{8}$ **ס"מ**	**הצבה וחישוב**
מ.ש.ל. ב			
6	21	$S_{\Delta BCD} = 24$	**נתון**
21,17-18,12	22	$24 = 0.5\cdot 8\sqrt{a^2-64} \rightarrow a = 10$	**נוסחת שטח משולש, הצבה וחישוב**
22,20,19,12	23	$AC = \sqrt{(\frac{10^2}{8})^2+(\sqrt{100-64}^2)}$ $AC = 13.87$	**משפט פיתגורס** ΔDCA
22, 23	24	$AC + BD = 23.87$ **ס"מ**	**חישוב**
מ.ש.ל. ג			



נתונים

1. DF קטע אמצעים ב- ΔABC

2. $BE = EC$

עבור ב. 3. $S_{\Delta AGF} = S$

צ"ל: א. $DG = GF$ ב. $S_{\Delta ABC}$

ב. $PQ \parallel AD$ ג. AD

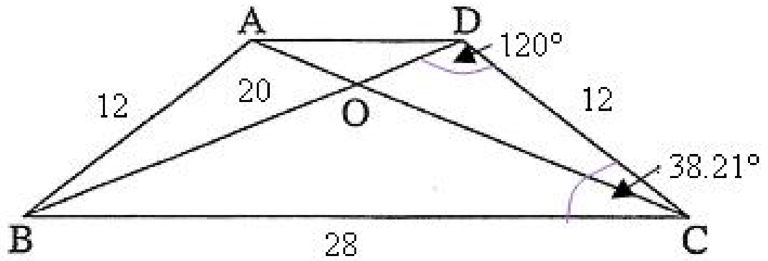
הסבר		טענה	נימוק
1	4	DF קטע אמצעים ב- ΔABC	נתון
4	5	$DF \parallel BC$	קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית
5	6	$GF \parallel EC,\ DG \parallel BE$	חלקים מקטעים מקבילים - מקבילים
6	7	$\frac{GF}{EC} = \frac{AG}{AE}$	משפט תאלס הרחבה 1
6	8	$\frac{DG}{BE} = \frac{AG}{AE}$	משפט תאלס הרחבה 1
7, 8	9	$\frac{GF}{EC} = \frac{DG}{BE}$	כלל המעבר
2	10	$BE = EC$	נתון
9, 10	11	$DG = GF$	הצבה וחישוב
מ.ש.ל. א			
3	12	$S_{\Delta AGF} = S$	נתון
	13	$AQZ \perp BC$	בניית עזר
13, 5	14	$AQ \perp BF$	אם ישר (AZ) מאונך לאחד משני ישרים מקבילים (BC), אז הוא מאונך גם לישר השני (DF)
11, 14	15	$S_{\Delta ADF} = 2S_{\Delta AGF} = S$	לשני המשולשים גובה משותף (AQ) לצלעות (DF, GF) ביחס $2:1$
4	16	$AF = FC$	קטע אמצעים חוצה צלעות
6, 16	17	FQ קטע אמצעים ΔAZC	חוצה צלע ומקביל לשלישית
17	18	$AZ = 2AQ$	קטע אמצעים חוצה צלעות
4	19	$BC = 2DF$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית
18, 19	20	$\frac{S\Delta ABC}{S\Delta ADF} = \frac{0.5BC \cdot AZ}{0.5DF \cdot AQ} = 2 \cdot 2 = 4$	נוסחת שטח משולש, הצבה וחישוב
15, 20	21	$S_{\Delta ABC} = 8S$	הצבה וחישוב
מ.ש.ל. ב			

6

א. ABCD **טרפז שווה שוקיים ,** $AB \parallel BC$ **,** $AB = DC$ **(נתון).**

$BD = 20$ **ס"מ (נתון) ,** $DC = 12$ **ס"מ גובה הטרפז (נתון) ,** $S_{\Delta BDC} = 60\sqrt{3}$ **(נתון)**

$\underline{\Delta BDC}$



$$S_{\Delta BDC} = 60\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta BDC} = \frac{BD \cdot DC \cdot \sin\sphericalangle BDC}{2}$$

$$60\sqrt{3} = \frac{20 \cdot 12 \cdot \sin\sphericalangle BDC}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\sphericalangle BDC$$

$$\boxed{\sphericalangle BDC = 120^\circ} \quad \leftarrow \sphericalangle BDC > 90^\circ$$

נמצא את BC **במשולש** BDC **, באמצעות משפט הקוסינוסים.**

$$(BC)^2 = (BD)^2 + (CD)^2 - 2BD \cdot DC \cdot \cos\sphericalangle BDC$$

$$(BC)^2 = 20^2 + 12^2 - 2 \cdot 20 \cdot 12 \cdot \cos 120^\circ$$

$$(BC)^2 = 784$$

$BC = 28$ **ס"מ**

$\underline{\Delta DCB}$ **משפט הסינוסים**

$$\frac{BC}{\sin\sphericalangle BDC} = \frac{BD}{\sin\sphericalangle BCD}$$

$$\sin\sphericalangle BCD = \frac{20\sin 120^\circ}{28}$$

$$\boxed{\sphericalangle BCD = 38.21^\circ} \quad \leftarrow 0 < \sphericalangle BCD < 60^\circ$$

תשובה: $\sphericalangle BDC = 120^\circ$ **,** $\sphericalangle BCD = 38.21^\circ$ **.**

ב. במרובע חוסם מעגל – סכום צלעות נגדיות שווה.

הטרפז ABCD **שווה שוקיים, שסכומן** 24 **ס"מ.**

כיוון שאורך הבסיס הגדול, 28 **ס"מ, גדול מסכום השוקיים –**

אז *לא* ייתכן שסכום הצלעות הנגדיות יהיה שווה.

תשובה: *לא*.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x-5}{x+3}$

מכנה הפונקציה מתאפס עבור $x+3=0 \quad \rightarrow x=-3$ **.**

תשובה: $x\neq -3$ **.**

ב. חזקת פולינום המונה (1) **שווה לחזקת פולינום המכנה** (1) **,**

ולכן אסימפטוטה אופקית תהיה על פי מנת המקדמים: $y=\frac{1}{1}=1$ **.**

$x=-3$ **מאפס מכנה ולא מונה, ולכן הישר** $x=-3$ **מהווה אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה.**

תשובה: אסימפטוטה מקבילה לציר ה- y **:** $x=-3$ **, אסימפטוטה מקבילה לציר ה-** x **:** $y=1$ **.**

ג. בנקודת חיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם** $f(0)=\frac{0-5}{0+3}=-\frac{5}{3} \quad \rightarrow (0,-1\frac{2}{3})$ **.**

מונה הפונקציה מתאפס עבור $x=5$ **ובהתאם** $(5,0)$ **שיעורי נקודת חיתוך עם ציר** x **.**

תשובה: $(0,-1\frac{2}{3})$ **,** $(5,0)$ **.**

ד.נמצא את תחומי העלייה והירידה.

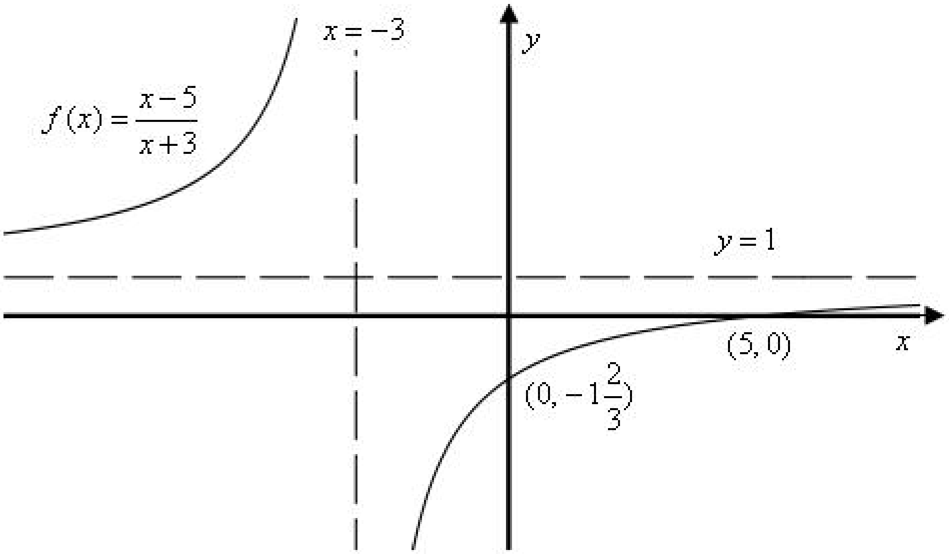
$$f'(x)=\frac{x+3-(x-5)}{(x+3)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{8}{(x+3)^2}}$$

הנגזרת חיובית לכל $x\neq -3$ **ולכן הפונקציה עולה בכל תחום בו היא מוגדרת.**

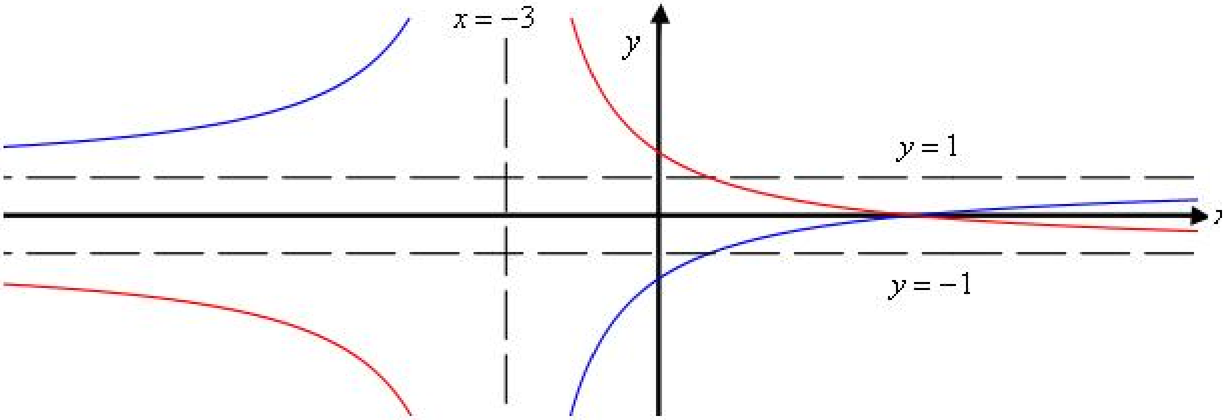
תשובה: עלייה: $x>-3$ **או** $x<-3$ **ירידה: אף** x **.**

ה. הסקיצה המתאימה:



ו. נתונה הפונקציה $g(x)=-f(x)$ **.**

(1) זוהי פונקציה נגדית של $f(x)$ **. בסקיצה הבאה** $f(x)$ **צבועה בכחול ו-** $g(x)$ **צבועה באדום.**



תחום ההגדרה אינו משתנה: $x\neq-3$ **.**

תשובה: $x\neq-3$

(2) האסימפטוטה האנכית, $x=-3$ **, אינה משתנה והאסימפטוטה האופקית משנה סימן** $y=-1$ **.**

אסימפטוטה מקבילה לציר ה- y **:** $x=-3$ **, אסימפטוטה מקבילה לציר ה-** x **:** $y=-1$ **.**

א. הפונקציה $f(x)=x+t \quad (t\ge 3)$ **היא פונקציה קווית המוגדרת לכל** x **.**

הפונקציה $g(x)=\sqrt{2x+5}$ **אינה מוגדרת כאשר הביטוי בתוך השורש הוא שלילי,**

$2x+5\ge 0$ **ובהתאם** $x\ge -2.5$ **.**

תשובה: $f(x)$ **- כל** x **,** $g(x)$ - $x\ge -2.5$.

ב. הפונקציה שיש להביא ***למינימום*** **היא** ***אורך הקטע*** AB **.**

נסמן את הנקודה A **עם השיעורים** $A(s,s+t)$ **. מכיוון ו-** AB **מקביל לציר ה-** y **, הרי ש-** $B(s,\sqrt{2s+5})$.

ובהתאם: $\boxed{AB=s+t-\sqrt{2s+5}}$

$$(AB)'=1-\frac{2}{2\sqrt{2s+5}}$$

$$\boxed{(AB)'=\frac{\sqrt{2s+5}-1}{\sqrt{2s+5}}}$$

$$0=\sqrt{2s+5}\quad -1$$

$$1=\sqrt{2s+5}\quad (\ )^2$$

$$1=2s+5$$

$$s=-2\quad test:\quad 1=\sqrt{2\cdot(-2)+5}\quad ,1=1\,o.k.$$

מכנה הנגזרת הראשונה חיובי, בתחום ההגדרה,

$$(AB)'(-2.5)=\frac{\sqrt{2\cdot(-2.5)+5}-1}{+}<0\quad \rightarrow\searrow (AB)'(-1.5)=\frac{\sqrt{2\cdot(-1.5)+5}-1}{+}>0\ \nearrow$$

עבור $x=-2$ **אורך הקטע** AB **מינימלי.**

תשובה: $x_A=x_B=-2$ **.**

ג. נציב $x=-2$ **בפונקציה** $AB=s+t-\sqrt{2s+5}$

$$AB=-2+t-\sqrt{2\cdot(-2)+5}=t-3$$

תשובה: המרחק המינימלי הוא $t-3$.

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{4}$.

נמצא את משוואת המשיק בנקודה $x=1$.

נקודת ההשקה: $y=\frac{1}{1^2}-\frac{1}{4}=0.75 \quad \rightarrow (1,0.75)$. **שיפוע המשיק:** $m(x=1)=\frac{-2}{1}=-2 \quad y'=\frac{-2x}{x^4}$

משוואת המשיק: $y-0.75=-2(x-1) \quad \rightarrow y-0.75=-2x+2 \quad \rightarrow \boxed{y=-2x+2.75}$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-2x+2.75$.

ג. נחשב את השטח שבין הפונקציה, ציר ה- x **והישר** $x=1$ **,**

ונחסר ממנו את שטח המשולש שבין המשיק ציר ה- x **והישר** $x=1$ **.**

נקודת חיתוך של המשיק עם ציר ה- x **:** $0=-2x+2.75 \quad \rightarrow 2x=2.75 \quad \rightarrow x=1.375$ **.**

נקודת חיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x **:** $0=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{4} \quad \rightarrow x^2=4 \quad \rightarrow x=2$ **(נתון** $x>0$ **)**

$S_{\Delta ABC}=\frac{(1.375-1)\cdot 0.75}{2}=\frac{9}{64}$.

את S_{ABD} **נחשב בעזרת אינטגרל.**

הפרש הפונקציות: $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{4}-0=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{4}$

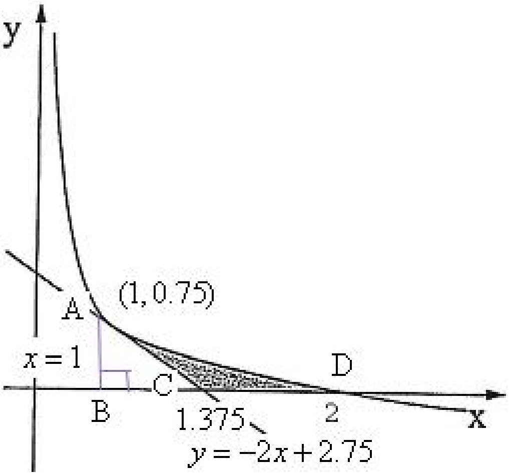
$$S_{ABD}=\int_1^2 (\frac{1}{x^2}-\frac{1}{4})\,dx$$

$$S_{ABD}=-\frac{1}{x}-\frac{1}{4}x\Big]_1^2$$

$$S_{ABD}=(-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\cdot 2)-(-\frac{1}{1}-\frac{1}{4}\cdot 1)$$

$$S_{ABD}=(-1)-(-1.25)$$

$$\boxed{S_{ABD}=0.25}$$



	S_2
פונקציה עליונה	$y=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{4}$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x **גדול**	$x=2$
x **קטן**	$x=1$

ובהתאם: $0.25-\frac{9}{64}=\frac{7}{64}$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא $\frac{7}{64}$ **יח"ר.**