א. נסמן x - **מחיר כוס (שקלים), לכן מחיר צלחת הגבוה פי** 4 **ממחיר כוס הוא** $4x$.

רותי קנתה 18 **צלחות ו-** 36 **כוסות.**

הנחה של 15% **ממחיר הצלחת, שמסומן ב-** $4x$ **מורידה את המחיר ל-** 85% **ממחירו הקודם,**

כלומר $\frac{85}{100}\cdot 4x = 0.85\cdot 4x = 3.4x$ **.**

הנחה של 10% **ממחיר הכוס, שמסומן ב-** x **מורידה את המחיר ל-** 90% **ממחירו הקודם,**

כלומר $\frac{90}{100}\cdot x = 0.9\cdot x$ **.**

		כמות	מחיר לפריט (שקלים)	סה"כ מחיר (שקלים)
רותי קנתה	צלחות	18	$3.4x$	$18\cdot 3.4x = 61.2x$
	כוסות	36	$0.9x$	$36\cdot 0.9x = 32.4x$

לאחר ההנחה רותי שילמה 468 **שקלים, לכן:** $61.2x + 32.4x = 468$ **.**

נפתור את המשוואה:

$$61.2x + 32.4x = 468$$
$$93.6x = 468 \quad / :93.6$$
$$\boxed{x = 5}$$

מכאן שמחיר הכוס 5 **שקלים ומחיר הצלחת הגבוה פי ארבעה הוא** 20 **שקלים.**

תשובה: מחיר הצלחת 20 **שקלים לפני ההנחה ומחיר הכוס** 5 **שקלים לפני ההנחה.**

ב. ללא ההנחה, רותי הייתה משלמת 540 **שקלים** $= 18\cdot 20 + 36\cdot 5$**.**

לכן, ההנחה היתה 72 **שקלים** $= 540 - 468$ **.**

תשובה: ההנחה היתה 72 **שקלים.**

ג. על פי הסעיף הקודם לרותי נותרו 72 **שקלים, לרכישת כוסות במחיר המוזל.**

המחיר המוזל הוא 4.5 **שקלים** $= 0.9\cdot 5$ **.**

ב- 72 **שקלים ניתן לקנות:** 16 **כוסות** $= 72 : 4.5$ **.**

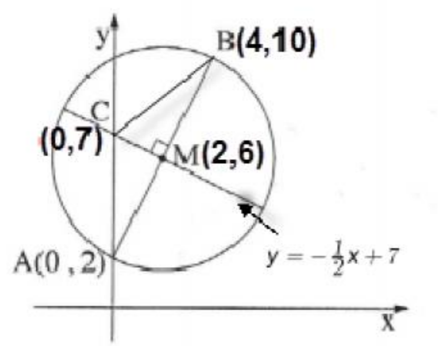
תשובה: רותי קנתה 16 **כוסות נוספות.**

א. משוואת המעגל היא $(x-2)^2+(y-6)^2=R^2$ **, ובהתאם מרכזו** $M(2,6)$ **ורדיוסו** R **.**

המעגל חותך את ציר ה- y **בנקודה** $A(0,2)$ **ולכן מרחקה מ-** $M(2,6)$ **שווה לרדיוס המעגל.**

$$R=\sqrt{(2-0)^2+(6-2)^2}$$
$$R=\sqrt{4+16}$$
$$R=\sqrt{20}$$

תשובה: $R=\sqrt{20}$ **.**



ב. משוואת המעגל היא $(x-2)^2+(y-6)^2=20$ **.**

מרכז המעגל $M(2,6)$ **הוא אמצע הקוטר** AB **.**

$$\left.\begin{array}{ll} 2=\dfrac{0+x_B}{2} & 6=\dfrac{2+y_A}{2} \\ 4=x_B & 12=2+y_A \\ & 10=y_A \end{array}\right\} \boxed{B(4,10)}$$

תשובה: $B(4,10)$ **.**

ג. הקוטר הנוסף, מאונך לקוטר AB **.**

נמצא את שיפוע AB **בעזרת הנקודות** $M(2,6)$ **ו-** $A(0,2)$ **:** $m_{AM}=\frac{6-2}{2-0}=\frac{4}{2}=2$ **.**

ולכן על פי תנאי ניצבות $2\cdot m_{MC}=-1 \rightarrow m_{MC}=\frac{-1}{2} \rightarrow m_{MC}=-\frac{1}{2}$ **.**

$$y-6=-\frac{1}{2}(x-2)$$
$$y-6=-\frac{1}{2}x+1$$
$$\boxed{y=-\frac{1}{2}x+7}$$

תשובה: משוואת הקוטר הנוסף היא $y=-\frac{1}{2}x+7$ **.**

ד. המשיק חותך את ציר ה- y **בנקודה** C **, כלומר** $x_C = 0$ **.**

$$y_C = -\frac{1}{2} \cdot 0 + 7 = 7 \quad \to C(0, 7)$$

משולש BMC **הוא ישר זווית. אורך הניצב** MB **שווה לרדיוס המעגל והוא** $\sqrt{20}$

$$MC = \sqrt{(2-0)^2 + (6-7)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$S_{\Delta BMC} = \frac{BM \cdot MC}{2} = \frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}}{2} = 5$$

תשובה: שטח המשולש BMC **הוא** 5 **.**

א. שיעור ה- x של הקדקוד B, המונח על ציר ה- x, הוא 4 ולכן $B(4,0)$ הוא קדקוד משולש ABC.
AB **הוא תיכון במשולש, שמשוואתו** $y=-6x+48$ **, החותך את ציר ה- x בנקודה D , לכן** $y_D=0$ **.**

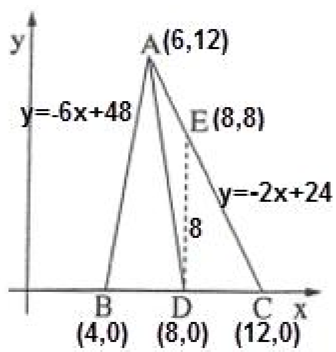
נציב $y=0$ **במשוואת התיכון:**

$$0=-6x+48 \quad /+6x$$
$$6x=48 \quad /:8$$
$$x=8 \quad \rightarrow \boxed{D(8,0)}$$

$D(8,0)$ **היא נקודת האמצע של הצלע** BC **, כי התיכון חוצה את הצלע.**

$y_C=0$ **, כי הקדקוד** C **מונח על ציר ה-** x **. את שיעור ה-** x **נמצא בעזרת נוסחת אמצע קטע.**

$$\frac{^{2/}8}{1}=\frac{^{1/}4+x_C}{2} \quad /\cdot 2$$
$$16=4+x_C \quad /-4$$
$$12=x_C \quad \rightarrow \boxed{C(12,0)}$$



תשובה: $D(8,0)$ **,** $C(12,0)$**.**

ב. נתון כי $y_A=12$ **.**

(1) נציב $y=12$ **במשוואת התיכון:**

$$12=-6x+48 \quad /+6x-12$$
$$6x=36 \quad /:6$$
$$x=6 \quad \rightarrow \boxed{x_A=6}, \quad A(6,12)$$

תשובה: $x_A=6$**.**

(2) נמצא את משוואת AC **:**

בעזרת הנקודות $A(6,12)$ **,** $C(12,0)$**.**

$$m_{AC}=\frac{12-0}{6-12}=\frac{12}{-6}=-2 .$$
$$y-0=-2(x-12)$$
$$\boxed{y=-2x+24}$$

תשובה: משוואת AC **היא** $y=-2x+24$**.**

(3) DE **מאונך לציר ה-** x **, לכן** $x_E=x_D=8$ **:**

נציב $x=8$ **במשוואת** AC**.**

$$y_E=-2\cdot 8+24=8$$
$$DE=y_E-y_D=8-0=8$$

תשובה: אורך הקטע DE **הוא** 8**.**

נתונה הפונקציה $y=2x^2+\frac{32}{x}-2$

א. תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **, כי עבור** $x=0$ **המכנה מתאפס.**

תשובה: $x\neq 0$.

ב. נמצא את נקודת הקיצון של הפונקציה ואת סוגה :

$$\boxed{y=2x^2+\frac{32}{x}-2}$$

$$\boxed{y'=4x-\frac{32}{x^2}}$$

$$0=\frac{^{x^2/}4x}{1}-\frac{^{1/}32}{x^2} \quad /\cdot x^2$$

$$0=4x^3-32 \quad /+32$$

$$4x^3=32 \quad /:4$$

$$x^3=8$$

$$x=\sqrt[3]{8} \quad \to x=2 \quad \to y=2\cdot 2^2+\frac{32}{2}-2=22 \quad \to \boxed{(2\,,22)}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה (גם עבור סעיף ג').

$$y'(-1)=4\cdot(-1)-\frac{32}{(-1)^2}<0,$$

$$y'(1)=4\cdot 1-\frac{32}{1^2}<0,$$

$$y'(3)=4\cdot 3-\frac{32}{3^2}>0$$

x	3	2	1	0	-0.5
y'	+	0	-	$x\neq 0$	-1
מסקנה	↗	**Min**	↘		↘

ב- $x=2$ **הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

תשובה: $(2\,,22)$ **מינימום.**

ג. תחומי עלייה וירידה, על פי הטבלה.

עלייה: $x>2$ **, ירידה:** $0<x<2$ **או** $x<0$ **.**

בגרות עד פברואר 14 מועד מיוחד שאלון 35803

א. ישר משיק לגרף הפונקציה $y=x^2-4x+7$ **ושיפועו** -2 **.**

$y'=2x-4$

$-2=2x-4 \quad /+4$

$2=2x$

$1=x$

נציב $x=1$ **ונקבל** $y=1^2-4\cdot1+7=4$ **.**

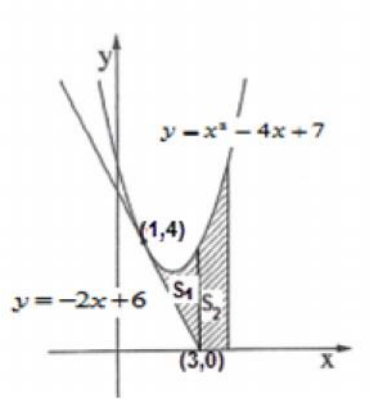
ולכן שיעורי נקודת ההשקה הם $(1,4)$ **, כאשר השיפוע** -2 **.**

$y-4=-2(x-1)$

$y-4=-2x+2 \quad /+4$

$\boxed{y=-2x+6}$

תשובה: משוואת המשיק $y=-2x+6$ **.**



ב. (1) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **.**

$0=-2x+6 \quad /+2x$

$2x=6 \quad /:2$

$x=3 \quad \rightarrow \boxed{(3,0)}$

תשובה: $(3,0)$ **.**

ג. נעלה מנקודה $(3,0)$ **את האנך** $x=3$ **ונחשב שני שטחים בנפרד:**

	S_2	S_1
פונקציה עליונה	$y=x^2-4x+7$	$y=x^2-4x+7$
פונקציה תחתונה	$y=0$	$y=-2x+6$
x **גדול**	$x=3$	$x=2$
x **קטן**	$x=2$	$x=1$

$S_1=\int_1^3 (x^2-4x+7-(-2x+6))\,dx$

$S_1=\int_1^3 (x^2-4x+7+2x-6)\,dx$

$S_1=\int_1^3 (x^2-2x+1)\,dx$

$S_1=\frac{x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}+x\Big]_1^3$

$S_1=(\frac{3^3}{3}-\frac{2\cdot3^2}{2}+3)-(\frac{1^3}{3}-\frac{2\cdot1^2}{2}+1)$

$S_1=3-\frac{1}{3} \quad \rightarrow \boxed{S_1=2\frac{2}{3}}$

$$S_2 = \int_3^4 (x^2 - 4x + 7 - 0)\, dx = \frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 7x \Big]_3^4$$

$$S_2 = (\frac{4^3}{3} - \frac{4 \cdot 4^2}{2} + 7 \cdot 4) - (\frac{3^3}{3} - \frac{4 \cdot 3^2}{2} + 7 \cdot 3)$$

$$S_2 = \frac{52}{3} - 12 \quad \rightarrow \boxed{S_2 = 5\frac{1}{3}}$$

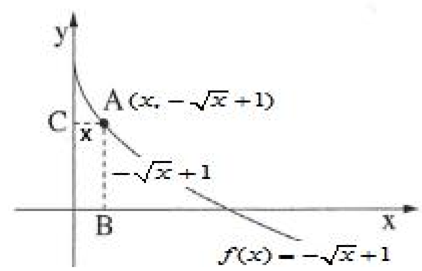
והשטח המבוקש: $S = S_1 + S_2 = 2\frac{2}{3} + 5\frac{1}{3} = 8$

תשובה: גודל השטח הוא 8**.**

א. הנקודה A **הנמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=-\sqrt{x}+1$ **ושיעוריה** $\mathrm{A}(x,-\sqrt{x}+1)$.

הצלע AB **מקבילה לציר ה-** y **ובהתאם אורכה** $-\sqrt{x}+1-0=-\sqrt{x}+1$.

הצלע AC **מקבילה לציר ה-** x **ובהתאם אורכה** $x-0=x$.



סכום האורכים $\mathrm{AB}+\mathrm{AC}$ **הוא:** $x+(-\sqrt{x}+1)=x-\sqrt{x}+1$.

תשובה: סכום האורכים $\mathrm{AB}+\mathrm{AC}$ **הוא** $x-\sqrt{x}+1$.

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *סכום האורכים* $\mathrm{AB}+\mathrm{AC}$.

$$\mathrm{P}(x)=x-\sqrt{x}+1$$

$$\boxed{\mathrm{P}'(x)=1-\frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

$$0=1-\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}=1 \qquad (\;)^2$$

$$\frac{1}{4x}=1 \quad /\cdot 4x$$

$$1=4x \quad /:4$$

$$\boxed{x=0.25}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון:

$$\mathrm{P}'(0.2)=1-\frac{1}{2\sqrt{0.2}}=-0.12<0,\ \ \mathrm{P}'(0.3)=1-\frac{1}{2\sqrt{0.3}}=0.09>0$$

x	0.3	0.25	0.2	0
$\mathrm{P}'(x)$	+	0	-	
מסקנה	↗	**Min**	↘	

תשובה: עבור $x_{\mathrm{A}}=0.25$ **סכום האורכים** $\mathrm{AB}+\mathrm{AC}$ **הוא מינימלי.**