בגרות עא מאי 11 מועד קיץ א שאלון 35803

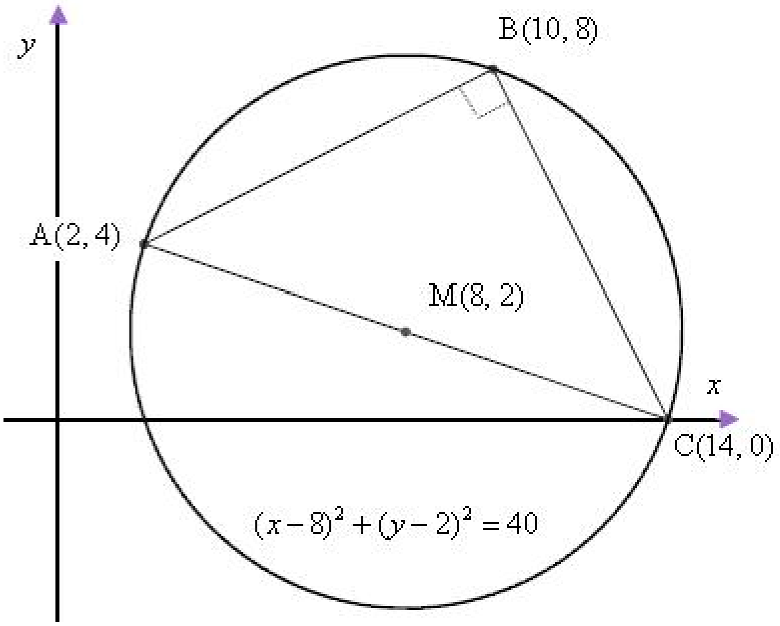
א. נמצא את שיפוע הצלע AB **, על פי הנקודות:** $A(2, 4)$ **,** $B(10, 8)$

$$m_{AB}=\frac{8-4}{10-2}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

$\sphericalangle B=90^\circ$ **ולכן על פי תנאי ניצבות** $\frac{1}{2}m_{BC}=-1 \rightarrow m_{BC}=\frac{-1}{\frac{1}{2}} \rightarrow m_{BC}=-2$

$B(10, 8)$ **,** $m_{BC}=-2$

$$y-8=-2(x-10)$$
$$y-8=-2x+20$$
$$\boxed{y=-2x+28}$$



תשובה: משוואת הצלע BC **היא** $y=-2x+28$ **.**

ב. הנקודה C **נמצאת על ציר ה-** x **ולכן** $y_C=0$

$$0=-2x+28$$
$$2x=28$$
$$x=14 \rightarrow \boxed{C(14, 0)}$$

תשובה: $C(14, 0)$ **.**

ג. מרכז המעגל הוא אמצע הקוטר.

$$\left.\begin{array}{l} x_M=\frac{2+14}{2}=\frac{16}{2}=8 \\ y_M=\frac{4+0}{2}=\frac{4}{2}=2 \end{array}\right\} M(8, 2)$$

$$R=d_{MC}=\sqrt{(8-14)^2+(2-0)^2}=\sqrt{40}$$

מכאן ששיעורי מרכז המעגל $M(8, 2)$ **ורדיוסו** $\sqrt{40}$ **.**

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-8)^2+(y-2)^2=40$ **.**

ד. ניתן, כמובן, לחשב את מרחקה ממרכז המעגל:

$d_{MB}=\sqrt{(8-10)^2+(2-8)^2}=\sqrt{40}$ **, כלומר מרחקה שווה לאורך רדיוס המעגל.**

תשובה: הנקודה B **נמצאת על המעגל.**

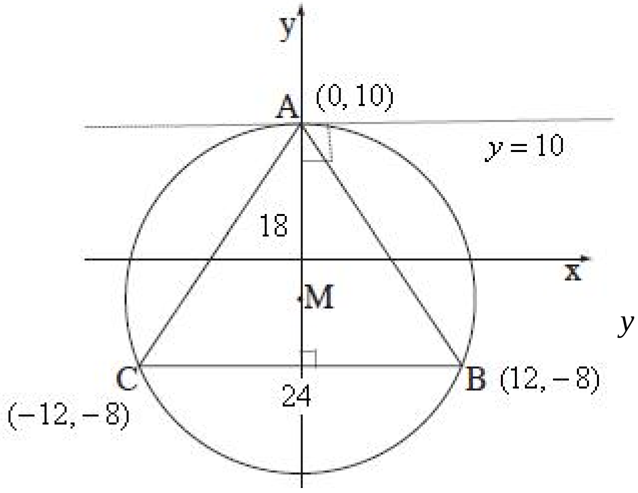
ניתן גם: הנקודה B **נמצאת על המעגל, כי** $\sphericalangle B=90^\circ$ **והיא נשענת על הקוטר** AC **.**

א. הנקודה M היא מרכז המעגל $x^2+(y+3)^2=169$.

מכאן ששיעורי מרכז המעגל הם $M(0,-3)$ ורדיוסו 13.

A היא נקודת החיתוך של המעגל עם ציר ה- y, בה מתקיים $x=0$:

$$0^2+(y+3)^2=169$$
$$(y+3)(y+3)=169$$
$$y^2+3y+3y+9-169=0$$
$$y^2+6y-160=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-6\pm 26}{2} \rightarrow y_{1,2}=10,\ -16$$



שיעור ה- y של הנקודה A חיובי ולכן $\boxed{A(0,10)}$

נתון כי $C(-12,-8)$ ו- BC מקביל לציר ה- x ולכן משוואתו $y=-8$

נקודת החיתוך של הישר $y=-8$ עם המעגל:

$$x^2+(-8+3)^2=169$$
$$x^2+25=169$$
$$x^2=144$$
$$x_{1,2}=\pm 12 \rightarrow \boxed{B(12,-8)} \leftarrow x_B>0$$

פתרון שני נפסל כי A ברביע הראשון, $B(12,-8)$, $C(-12,-8)$

תשובה: $A(0,10)$, $B(12,-8)$.

ב. BC מקביל לציר ה- x ובהתאם $BC=x_B-x_C=12-(-12)=24$.

תשובה: $BC=24$ יחידות.

ג. הגובה לצלע BC מונח על ציר ה- y ובהתאם $h=y_A-(-8)=10+8=18$.

שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.

$$S_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot h}{2}=\frac{24\cdot 18}{2}=216 \rightarrow \boxed{S_{\Delta ABC}=216}$$

תשובה: שטח המשולש ABC הוא 216 יח"ר.

ד. MA, הרדיוס לנקודת ההשקה A מונח על ציר ה- y

לכן המשיק בנקודה זו יהיה מאונך לציר ה- y,

ומשוואתו, כמו שיעור ה- y של נקודה A.

תשובה: משוואת המשיק בנקודה A היא $y=10$.

א. נתון כי מחיר חפיסת שוקולד פשוט הוא x שקלים.

נבטא את הסכום הכולל ששילם יוסי באמצעות x.

$\frac{100+50}{100}\cdot x=1.5x$ **מחיר חפיסת שוקולד מיוחד (שקלים).**

יוסי קנה 2 חפיסות של שוקולד מיוחד ולכן שילם $2\cdot 1.5x=3x$

תשובה: המחיר הכולל ששילם יוסי הוא $3x$ (שקלים).

ב. נבטא את הסכום הכולל ששילם דני באמצעות x.

x **- מחיר חפיסת שוקולד פשוט (שקלים).**

$\frac{100-20}{100}\cdot x=0.8x$ **מחיר חפיסת שוקולד פשוט, לאחר הנחה של 20% (שקלים).**

דני קנה 2 חפיסות של שוקולד פשוט, במחיר המוזל ולכן שילם $2\cdot 0.8x=1.6x$

תשובה: המחיר הכולל ששילם דני הוא $1.6x$ (שקלים).

ג. דני ויוסי שילמו יחד 3 שקלים יותר ממחיר ארבע חפיסות שוקולד פשוט ($4x$)

נפתור את המשוואה המתאימה: $3x+1.6x=4x+3$.

$$4.6x=4x+3$$
$$0.6x=3 \quad /:0.6$$
$$\boxed{x=5}$$

תשובה: המחיר הרגיל של חפיסת שוקולד פשוט הוא 5 שקלים.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=2\sqrt{x}-x$.

(1) תחום ההגדרה: $x\geq 0$ (ביטוי בתוך השורש הריבועי חייב להיות אי-שלילי)

תשובה: $x\geq 0$.

(2) חיתוך עם ציר y , לכן $x=0$ - $f(0)=2\sqrt{0}-0=0$ ובהתאם $(0,0)$

חיתוך עם ציר x , לכן $y=0$ -

$$\begin{aligned}
0&=2\sqrt{x}-x\\
x&=2\sqrt{x}\quad /(\ )^2\\
x^2&=4x\\
x^2-4x&=0\\
x(x-4)&=0\\
x_1&=0\quad\rightarrow(0,0)\\
x_2&=4\quad\rightarrow(4,0)
\end{aligned}$$

תשובה: $(0,0)$, $(4,0)$.

(3) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

ניסוח השאלה היה שגוי, שכן גם נקודת הקצה $(0,0)$ היא נקודת קיצון, כפי שנראה.

$$\begin{aligned}
f'(x)&=\frac{2}{2\sqrt{x}}-1\\
0&=\frac{2}{2\sqrt{x}}-1\quad /\cdot 2\sqrt{x}\\
0&=2-2\sqrt{x}\\
2\sqrt{x}&=2\quad /:2\\
\sqrt{x}&=1\\
x&=1\quad\rightarrow\quad f(1)=2\sqrt{1}-1\quad\rightarrow(1,1)
\end{aligned}$$

והנקודה החשודה כקיצון, היא $(1,1)$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

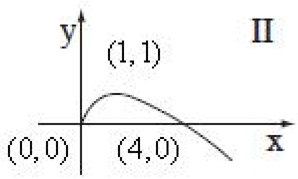
$$f'(0.5)=\frac{2}{2\sqrt{0.5}}-1>0,\quad f'(2)=\frac{2}{2\sqrt{2}}-1<0$$

x	2	1	0.5	0
y'	-	0	+	
מסקנה	↘	**Max**	↗	

בנקודה שבה $x=1$ עוברים מעליה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום.

תשובה: $(1,1)$ מקסימום, $(0,0)$ מינימום (קצה).

ב. הגרף המתאים הוא גרף II , לפי נקודות הקיצון (וסוגן), שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים ותחום ההגדרה.



תשובה: גרף II .

ג. עבור $0 \le k < 1$ יחתוך הישר $y = k$ את גרף הפונקציה בשתי נקודות.

זאת מתחת לנקודת המקסימום ועד לציר ה- x , כולל.

תשובה: עבור $0 \le k < 1$.

א. נתונה הפרבולה $\boxed{y=-x^2+6x-5}$.

בנקודות החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$.

נציב $y=0$ **בתבנית הפרבולה.**

$$0=-x^2+6x-5$$

$$x_{1,2}=\frac{-6\pm 4}{-2}$$

$$x_1=\frac{-6+4}{-2}=\frac{-2}{-1}=1 \quad \rightarrow \mathrm{A}(1,0)$$

$$x_2=\frac{-6-4}{-2}=\frac{-10}{-2}=5 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{B}(5,0)}$$

בנקודת המקסימום, קדקוד הפרבולה, מתקיים $y'=0$.

$$y'=-2x+6$$

$$0=-2x+6$$

$$2x=6$$

$$x=3 \quad \rightarrow y=-3^2+6\cdot 3-5= \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{M}(3,4)}$$

תשובה: $\mathrm{B}(5,0)$, $\mathrm{M}(3,4)$.

ב. נמצא את המשוואה של הישר MB :

$$m_{\mathrm{OA}}=\frac{2-0}{2-0}=\frac{2}{2}=1$$

$$m_{\mathrm{MB}}=\frac{4-0}{3-5}=\frac{4}{-2}=-2$$

$$y-0=-2(x-5)$$

$$\boxed{y=-2x+10}$$

תשובה: משוואת הישר MB **היא** $y=-2x+10$.

ב. נחשב את השטח המקוווקו:

$$S=\int_3^5 (-x^2+6x-5-(-2x+10))\,dx=\int_3^5 (-x^2+6x-5+2x-10)\,dx$$

$$S=\int_3^5 (-x^2+8x-15)\,dx$$

$$S=-\frac{x^3}{3}+\frac{8x^2}{2}-15x\Big]_3^5=(-\frac{5^3}{3}+\frac{8\cdot 5^2}{2}-15\cdot 5)-(-\frac{3^3}{3}+\frac{8\cdot 3^2}{2}-15\cdot 3)$$

$$S=-16\frac{2}{3}-(-18) \quad \rightarrow \boxed{S=1\frac{1}{3}}$$

תשובה: $1\frac{1}{3}$ **יח"ר.**

	S
פונקציה עליונה	$y=-x^2+6x-5$
פונקציה תחתונה:	$y=-2x+10$
x **גדול**	$x=5$
x **קטן**	$x=3$

נתון גרף הפונקציה $y=-x^2+27$ **ברביע הראשון, כלומר** $x, y>0$ **.**

א. נסמן את שיעור ה- x **של הנקודה** A **ב-** x **.**

לכן שיעורי הנקודה A **הנמצאת על גרף הפונקציה**

$y=-x^2+27$ **הם** $\mathrm{A}(x,-x^2+27)$ **.**

בהתאם: $\mathrm{B}(0,-x^2+27)$ **ו-** $\mathrm{O}(0,0)$ **ראשית הצירים.**

הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *שטח המשולש* AOB **:**

$$\mathrm{S}(x)=\frac{\mathrm{AB}\cdot\mathrm{OB}}{2}$$

$$\mathrm{S}(x)=\frac{x\cdot(-x^2+27)}{2}$$

$$\mathrm{S}(x)=\frac{-x^3+27x}{2}$$

$$\boxed{\mathrm{S}(x)=-0.5x^3+13.5x}$$

נמצא את נקודת הקיצון:

$$\boxed{\mathrm{S}'(x)=-1.5x^2+13.5}$$

$$0=-1.5x^2+13.5$$

$$1.5x^2=13.5 \quad /:1.5$$

$$x^2=9$$

$$\boxed{x=3} \quad \leftarrow x>0$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$\mathrm{S}'(2)=-1.5\cdot2^2+13.5=7.5>0, \quad \mathrm{S}'(4)=-1.5\cdot4^2+13.5=-10.5<0$$

x	4	3	2
$\mathrm{P}'(x)$	**+**	0	**-**
מסקנה	↘	**Max**	↗

עבור $x=3$ **שטח המשולש** AOB **הוא מקסימלי.**

כלומר, שיעורי הנקודה $\mathrm{A}(3,18) \rightarrow \quad \mathrm{A}(3,-3^2+27)$ **.**

לכן, $\mathrm{AB}=3-0=3$

תשובה: אורך הקטע AB **הוא** 3**, עבורו שטח המשולש** AOB **הוא מקסימלי.**

ב. עבור $x=3$ **נקבל:** $\mathrm{S}(3)=-0.5\cdot3^3+13.5\cdot3=27$ **, או** $\mathrm{S}_{\Delta\mathrm{AOB}}=\frac{\mathrm{AB}\cdot\mathrm{OB}}{2}=\frac{3\cdot18}{2}=27$

תשובה: השטח המקסימלי של משולש AOB **הוא** 27 **יח"ר.**

נכתב ע"י עפר ילין