**א. נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת** $a_1 , a_2 , a_3 , ...$ **, שמנתה** $0 < q < 1$ **.**

**נראה שסדרת האיברים במקומות הזוגיים הנדסית.**

$\frac{a_{n+2}}{a_n} = \frac{a_n q^2}{a_n} = q^2$ **, כלומר המנה בין כל שני איברים במקומות הזוגיים (או אי-זוגיים) קבועה (אינה תלויה ב-** $n$ **).**

**ובהתאם זו סדרה הנדסית אינסופית, שמנתה** $q^2$ **, כאשר האיבר הראשון הוא** $a_2 = a_1 q$ **.**

**נתון כי:** $S = 4S_{\text{even}}$

$$S = 4S_{\text{even}}$$
$$\frac{a_1}{1-q} = \frac{4a_1 q}{1-q^2} \quad / : a_1 \quad \leftarrow a_1 > 0$$
$$\frac{1}{1-q} = \frac{4q}{1-q^2}$$
$$1-q^2 = 4q(1-q)$$
$$(1-q)(1+q) = 4q(1-q) \quad / : 1-q \neq 0$$
$$1+q = 4q$$
$$1 = 3q$$
$$\boxed{q = \frac{1}{3}}$$

**תשובה: מנת הסדרה היא** $\frac{1}{3}$ **.**

**ב. נמצא פי כמה גדול סכום הסדרה מסכום האיברים במקומות האי-זוגיים**

$$\frac{S}{S_{\text{Odd}}} = \frac{\frac{a_1}{1-q}}{\frac{a_1}{1-q^2}} \quad / : a_1 \quad \leftarrow a_1 > 0$$
$$\frac{S}{S_{\text{Odd}}} = \frac{a_1}{1-q} \cdot \frac{1-q^2}{a_1} \quad / : a_1 > 0$$
$$\frac{S}{S_{\text{Odd}}} = \frac{(1-q)(1+q)}{1-q} \quad / : 1-q \neq 0$$
$$\frac{S}{S_{\text{Odd}}} = 1+q = 1+\frac{1}{3}$$
$$\boxed{\frac{S}{S_{\text{Odd}}} = 1\frac{1}{3}}$$

**תשובה: פי** $1\frac{1}{3}$

**א. נתונה הפונקציה** $f(x)=\frac{1}{2x-a}$ , $x\neq 0.5a$ ,

**כאשר** $f'(0)=f'(1)$ **, המשיקים לפונקציה מקבילים , כי השיפועים(הנגזרות) שווים זה לזה בנקודות אלו.**

$f'(x)=-\frac{2}{(2x-a)^2}$ **ובהתאם:** $f'(1)=-\frac{2}{(2\cdot 1-a)^2}=\frac{-2}{(2-1)^2}$ , $f'(0)=-\frac{2}{(2\cdot 0-a)^2}=\frac{-2}{a^2}$

**נפתור את המשוואה** $f'(0)=f'(1)$ **.**

$$\frac{-2}{(2-a)^2}=\frac{-2}{a^2}\quad\rightarrow a^2=(2-a)^2$$

$$a=2-a \qquad a=a-2$$

$$2a=1 \qquad 0=-2$$

$$\boxed{a=1} \qquad \varnothing$$

**תשובה:** $a=1$

**ב.** $\boxed{f(x)=\frac{1}{2x-1}}$

**נמצא את משוואת המשיק בנקודה** $x=1$ **.**

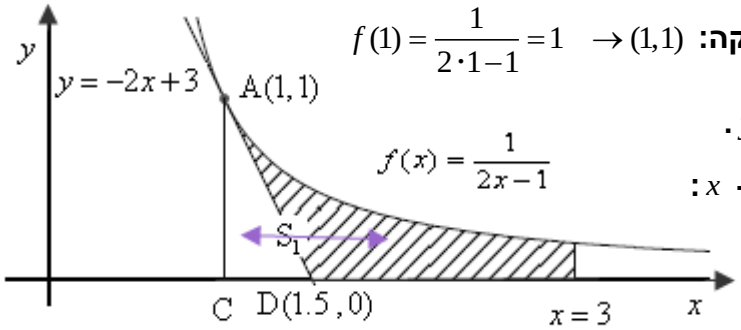
**שיפוע המשיק הוא** $f'(1)=\frac{-2}{(2-1)^2}=-2$ **ונקודת ההשקה:** $f(1)=\frac{1}{2\cdot 1-1}=1\quad\rightarrow(1,1)$

**משוואת המשיק היא** $y-1=-2(x-1)\quad\rightarrow y=-2x+3$ **.**

**נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-** $x$ **:**

$$0=-2x+3\quad\rightarrow 2x=3\quad\rightarrow x=1.5\quad\rightarrow D(1.5,0)$$

**נוריד אנך** AC **מנקודת ההשקה לציר ה-** $x$ **.**




**שטח** $\Delta ACD$ **:** $S_{\Delta ACD}=\frac{1\cdot 0.5}{2}=0.25$

$$S_1=\int_1^3\left(\frac{1}{2x-1}-0\right)dx=\frac{\ell n|2x-1|}{2}\Big]_1^3$$

$$S_1=\frac{\ell n|2\cdot 3-1|}{2}-\frac{\ell n|2\cdot 1-1|}{2}=0.5\ell n5$$

$$S_1=\ell n\sqrt{5}\quad\leftarrow 0.5\ell n5=\ell n5^{0.5}=\ell n\sqrt{5}$$

**ובהתאם, גודל השטח המקווקו:** $\boxed{\ell n\sqrt{5}-0.25}$

| | $S_1$ |
|---|---|
| **פונקציה עליונה** | $f(x)=\frac{1}{2x-1}$ |
| **פונקציה תחתונה** | $y=0$ |
| $x$ **גדול** | $x=3$ |
| $x$ **קטן** | $x=1$ |

**תשובה:** $\ell n\sqrt{5}-0.25=0.5547$ **יח"ר.**

**א. נתונה הפונקציה** $f(x)=e^{x^2}+e^{-x^2}$ .

**תשובה: הפונקציה מוגדרת לכל** $x$ .

**ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן :**

$$\boxed{f'(x)=2xe^{x^2}-2xe^{-x^2}}$$

$$0=2xe^{x^2}-2xe^{-x^2\,2} \quad \to 0=2x(e^{x^2}-e^{-x^2})$$

$$x=0 \quad \to y=e^{0^2}+e^{-0^2}=2 \quad \to (0,2)$$

$$e^{x^2}-e^{x^2}=0 \quad \to e^{x^2}=e^{-x^2} \quad \to x^2=-x^2 \quad \to 2x^2=0 \quad \to x=0$$

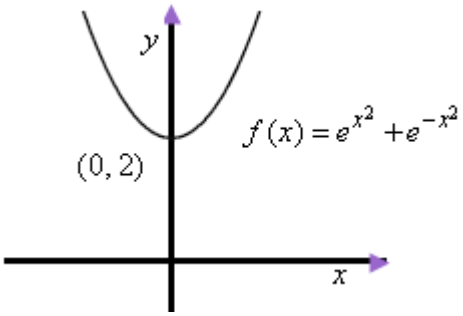
**נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה**

$$f'(-1)=2\cdot(-1)\cdot e^{(-1)^2}-2\cdot(-1)e^{-(-1)^2}=-4.7<0 \qquad f'(1)=2\cdot1\cdot e^{1^2}-2\cdot1\cdot e^{-1^2}=4.7>0$$

| $x$ | 1 | 0 | $-1$ |
|---|---|---|---|
| $y'$ | + | 0 | - |
| **מסקנה** | ↗ | **Min** | ↘ |

**תשובה:** $(0,2)$ **מינימום.**

**ג. הסקיצה המתאימה**




**ד. נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה עם הישר** $y=2.5$ **, כאשר** $x<0$ **בתחום הירידה של הפונקציה.**

$$2.5=e^{x^2}+e^{-x^2}$$

$$2.5=e^{x^2}+\frac{1}{e^{x^2}} \qquad \boxed{e^{x^2}=t}$$

$$2.5=t+\frac{1}{t} \quad \to t^2-2.5t+1=0 \quad \to t_{1,2}=\frac{2.5\pm1.5}{2}$$

$$t_1=2 \quad \to e^{x^2}=2 \quad \to x^2=\ln 2 \qquad \to x=-0.833 \quad \leftarrow x<0$$

$$t_2=0.5 \quad \to e^{x^2}=0.5 \quad \to x^2=\ln 0.5<0 \qquad \to \varnothing$$

**תשובה:** $(-0.833, 2.5)$

**א. הגובה הפירמידה שווה באורכו לאלכסון הבסיס** $(SO = AC)$**.**

**כיוון שהאלכסונים בריבוע חוצים זה את זה, הרי ש-** $OC = OA = 0.5\,SO$

**הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה היא** $\angle SCO$

**שהיא הזווית שבין המקצוע צדדי** $SC$ **להיטל שלו על הבסיס** $OC$**.**

$\underline{\Delta SCO}$

$$\tan\angle SCO = \frac{SO}{CO}$$

$$\tan\angle SCO = 2$$

$$\boxed{\angle SCO = 63.43^\circ}$$

**תשובה: הזווית בין מקצוע צדדי לבין מישור הבסיס של הפירמידה היא בת** $63.43^\circ$**.**

**ב. נתון כי** $7$ **ס"מ** $= AC$ **ולכן גם** $7$ **ס"מ** $= SO$**.**

**על פי משפט פיתגורס, כאשר** $x$ **אורך צלע ריבוע הבסיס:**

$\underline{\Delta ABC}$

$$7^2 = x^2 + x^2$$

$$49 = 2x^2$$

$$24.5 = x^2$$

$$\boxed{x = 4.95}$$

**תשובה: אורך צלע הבסיס הוא** $4.95$ **ס"מ.**

**ג. נמצא את** $\angle SCB$ **ששווה ל-** $\angle SAB$ **כי פאות הפירמידה הריבועית חופפות.**

**נמצא את אורך** $SC$ **- המקצוע הצדדי.**

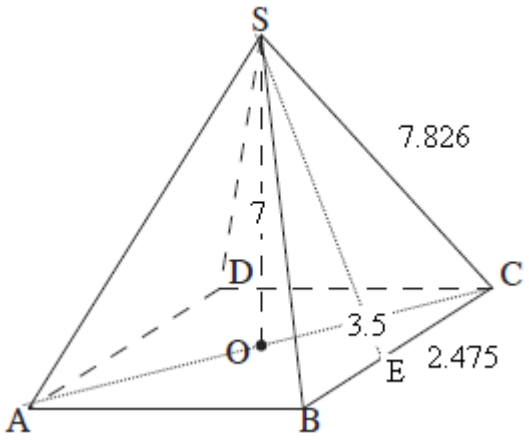
$OC = \frac{AC}{2} = \frac{7}{2} =$ $3.5$ **ס"מ** **כי כאמור האלכסונים בריבוע חוצים זה את זה**

**על פי משפט פיתגורס:**

$\underline{\Delta SOC}$

$$(SC)^2 = 7^2 + 3.5^2$$

$SC =$ $7.826$ **ס"מ**



$CE = \frac{4.95}{2} = 2.475$ **ס"מ** **כי** $SE$ **(גובה ותיכון לצלע** $AB$**).**

$\underline{\Delta SEC}$

$$\cos\angle SCE = \frac{CE}{SE}$$

$$\cos\angle SCE = \frac{2.475}{7.826}$$

$$\boxed{\angle SCE = 71.56^\circ}$$

**תשובה: הזווית שבין** $SB$ **לבין** $AB$ **היא בת** $71.56^\circ$ **.**