

## סיכום - אינטגרלים - שאלון 806

1. לא לשכוח מלבן צר וארוך שרוחבו  $dx$ .
2. חובה להגדיר את השטחים והנפחים שעליהם מבצעים את האינטגרל.
3. בחישוב שטחים ונפחים לא לשכוח לציין יחידות שטח ויחידות נפח בהתאמה.
4. ניתן לבדוק את ביצוע האינטגרל על ידי גזירת הפונקציה הקדומה.
5. רק כאשר הפונקציה המתווכת היא ממעלה ראשונה ניתן לבצע קיצורי דרך, אחרת יש לפתוח סוגריים ולבצע את האינטגרל:  
$$\int (6x+3)^2 dx = \frac{(6x+3)^3}{3 \cdot 6} + C$$

פונקציה מתווכת מעלה ראשונה:  
(לא לשכוח נגזרת פנימית).
6. פונקציה מתווכת שאינה מעלה ראשונה:  
$$\int (2x^2+1)^2 dx = \int (4x^4 + 4x^2 + 1) dx$$

על שטחים מוכרים כמו משולש, מלבן, טרפז, אין צורך לבצע אינטגרל, אלא ניתן לעשות שימוש בנוסחאות השטח המוכרות עבור צורות אלו.
7. יש לנצל שטחים מוכרים על מנת להקטין את גודל האינטגרל (הפחתת שטחים).
8. כאשר משתמשים בשיטת ההצבה לצורך מציאת אינטגרל נא לרשום את מה מסמנים ב - u.
9. בשאלות בהן יש למצוא שטח או נפח ואין שרטוט מצורף לשאלה, עליכם לחקור את הפונקציה בקווים כללים כאשר הנקודות החשובות הן:  
ערך הפונקציה בקצות התחום, חיתוך עם ציר ה - x, מעבר הפונקציה מחיובית לשלילית ולהיפך (משלילי לחיובי) בתחום הנתון.  
בכל מקרה, ניתן למצוא את ערכי הפונקציה על-ידי הצבת מספרים מהתחום הנתון במחשבון, וכך לדעת פחות או יותר כיצד נראית הפונקציה.
10. בשאלות שבהן הסעיף הראשון הוא: "גזור את הפונקציה" (אימות אינטגרלים), קחו בחשבון כי גזירת הפונקציה באה לעזור לכם במציאת האינטגרל וזאת עבור הסעיפים הבאים בשאלה.

11. בחילוק ארוך יש להקפיד על חזקות יורדות של המחלק והמחולק.

כאשר מבצעים חילוק יש לעשות "הראשון עם הראשון".

יש להקפיד שאחרי ההחסרה עדיין החזקות יורדות.

חילוק פולינומים כאשר המכנה הוא מעלה ראשונה:

יש לסדר את החזקות במכנה ובמונה בסדר יורד. כאשר מבצעים חילוק זה תמיד

"הראשון עם הראשון", אחרי כל החסרה יש לדאוג שסדר של החזקות יהיה יורד.

דוגמא:

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 2x^2 + 4x - 5 \\
 \hline
 x^4 + x^3 - 2x^2 + 7x - 15 \quad | \quad (x + 3) \\
 x^4 + 3x^3 \\
 \hline
 -2x^3 - 2x^2 + 7x - 15 \\
 -2x^3 - 6x^2 \\
 \hline
 4x^2 + 7x - 15 \\
 4x^2 + 12x \\
 \hline
 -5x - 15 \\
 -5x - 15 \\
 \hline
 = =
 \end{array}$$

12. מומלץ לשרטט את הגוף הנפחי המתקבל, כאשר ציר ה- $x$  משמש כמראה, וזאת על מנת

לזהות את הנפח החיצוני ואת הנפח הפנימי ("הנפח הלבן" שהוא בעצם החלל שנוצר בגוף הנפחי).

13. בחישוב נפח מומלץ למצוא נפח חיצוני לחוד ונפח פנימי לחוד ולחסר אותם:

"נפח חיצוני פחות נפח פנימי".

שימו לב! לא תמיד גבולות האינטגרלים של הנפח החיצוני והנפח הפנימי זהים.

זכרו! כאשר מפרידים את הנפחים, על כל סעיף שנפתר נכון מקבלים נקודות, בעוד שאם עושים

זאת "במכה אחת" וטועים אתם עלולים להפסיד יותר נקודות.

14. יש לזכור כי בחישוב נפחים שבין שתי פונקציות מבצעים:  $\frac{V}{\pi} = \int (f(x))^2 dx - \int (g(x))^2 dx$

שימו לב – לא לשכוח להעביר את  $\pi$  לאגף ימין בסוף התהליך.

ובחישוב שטחים:  $S = \int (f(x) - g(x)) dx$

15. טעות גסה מאד היא לחשב נפח שבין שתי פונקציות בצורה הבאה:  $\frac{V}{\pi} = \int (f(x) - g(x))^2 dx$

16. חובה לדעת "ירידה בדרגה" לפונקציה ה-  $\sin^2 x$  ולפונקציה ה-  $\cos^2 x$ .  
הנוסחא "מסתרת" בדף הנוסחאות.

$$\int \sin^2 x \, dx = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx = \frac{1}{2} \left[ x - \frac{\sin 2x}{2} \right] + C$$

$$\int \cos^2 x \, dx = \int \frac{1 + \cos 2x}{2} \, dx = \frac{1}{2} \left[ x + \frac{\sin 2x}{2} \right] + C$$

שימו לב! במידה והאינטגרל היה אינטגרל מסוים, חובה היה להציב את הגבולות ברדיאנים!  
ואת הקבוע C לא היה צריך לרשום כלל.

17. בשאלות של קשר בין הפונקציה לנגזרת: כאשר נתון גרף הנגזרת ומבקשים שטח מתחת לגרף זה, יש לזכור שאינטגרל על פונקציה הנגזרת ייתן את הפונקציה עצמה (המקורית), ולכן נותר רק להציב את הגבולות הנכונים בפונקציה עצמה ולקבל את השטח:

$$\int_a^b f'(x) \, dx = [f(x)]_a^b = f(b) - f(a)$$

יש לשים לב אם  $f'(x)$  נמצאת מעל או מתחת לציר ה-x.

18. כאשר מגדירים פונקציה חדשה:  $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$  ורוצים למצוא שטח מתחת

לפונקציה  $g(x)$  אז יש לבצע:  $\int g(x) \, dx = \int f(x) \cdot f'(x) \, dx = \frac{1}{2} [f(x)]^2 + C$

ההוכחה לכך תהיה בשיטת ההצבה, כאשר נסמן  $f(x) = u$ .

19. כאשר מגדירים פונקציה חדשה:  $g(x) = \frac{f'(x)}{[f(x)]^2}$  ורוצים למצוא שטח מתחת

לפונקציה  $g(x)$  אז יש לבצע:  $\int g(x) \, dx = \int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} \, dx = -\frac{1}{f(x)} + C$

ההוכחה לכך תהיה בשיטת ההצבה, כאשר נסמן  $f(x) = u$ .

זכרו כי המסמך בא לתת לכם רק הנחיות כלליות ותזכורת  
לחומר הלימוד ואינו פותר אתכם מחזרה ותרגול של כל החומר!  
**בהצלחה בבחינה!!!**

מאיר  
אור