א. הסוחר מכר 5 **גופיות פגומות במחיר כולל של** 80 **₪, כלומר שילם על כל אחת** $80:5=16$₪

ההפסד היה 20% **לגופיה, כלומר קיבל תמורתן** 80% **מעלות הקנייה.**

x **- מחיר גופיה בקנייה (₪)**

המשוואה המתאימה: $80\%x=16$

הפתרון:

$0.8x=16 \quad /:0.8$

$\boxed{x=20}$

תשובה: הסוחר שילם 20 **₪ עבור גופייה אחת.**

ב. את שאר הגופיות מכר הסוחר ברווח של 30%**, כלומר במחיר של** 26 **₪** $= 130\%\cdot 20=\frac{130}{100}\cdot 20=1.3\cdot 20=$ **.**

n **- מספר הגופיות שקנה הסוחר**

		כמות	מחיר לגופייה ₪	סך הכול ₪
קנייה		n	20	$20n$
מכירה	**בהפסד**	5	16	80
	ברווח	$n-5$	26	$26(n-5)$

הרווח הכולל (ממכירת גופיות פגומות ולא פגומות) היה 190 **₪.**

והמשוואה המתאימה: $20n+190=80+26(n-5)$

נפתור את המשוואה:

$20n+190=80+26(n-5)$

$20n+190=80+26n-130$

$-6n=-240 \quad /:(-6)$

$\boxed{n=40}$

תשובה: הסוחר קנה 40 **גופיות.**

א. הישרים $y=x$ **ו-** $y=x-5$ **מקבילים זה לזה, כי שיפועיהם שווים** $(m=1)$ **.**

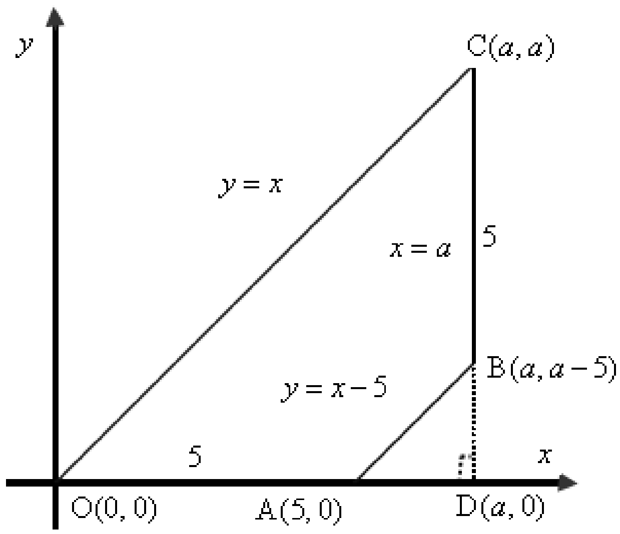
$OC \parallel AD$ **, אולם** $CB \nparallel OA$ **, ולכן המרובע** ABCO **הוא טרפז.**

כיוון שהישר $y=x$ **יוצר זווית של** $45°$ **עם ציר ה-** x $(m=1)$ **,**

וזווית $\sphericalangle ODC$ **ישרה, הרי שגם** $\sphericalangle OCD$ **בת** $45°$ **,**

כלומר שזוויות הבסיס שוות זו לזו והטרפז הוא שווה שוקיים.

תשובה: המרובע ABCO **הוא טרפז שווה שוקיים.**



ב. נמצא את קדקודי המרובע ABCO **.**

הישר $y=x$ **עובר בראשית הצירים וחותך את** $x=a$ **ב-** C **,**

לכן $O(0,0)$ **,** $C(a,a)$ **.**

הישר $y=x-5$ **חותך את ציר ה-** x $(y=0)$ **ב-** A

וחותך את $x=a$ **ב-** C **, לכן** $A(5,0)$ **,** $C(a,a-5)$ **.**

תשובה: $A(5,0)$ **,** $B(a,a-5)$ **,** $C(a,a)$ **,** $O(0,0)$ **.**

ג. הישר $x=a$ **חותך את ציר ה-** x **בנקודה** D **ולכן שיעוריה** $D(a,0)$ **.**

(1) $$S_{\Delta ADB}=\frac{AD\cdot BD}{2}=\frac{(a-5)\cdot(a-5)}{2}=\frac{(a-5)^2}{2}$$

תשובה: שטח המשולש ADB **הוא** $\frac{(a-5)^2}{2}$ **יחידות שטח.**

(2) $$S_{\Delta ODC}=\frac{OD\cdot CD}{2}=\frac{a\cdot a}{2}=\frac{a^2}{2}$$

$$S_{ABCO}=S_{\Delta ODC}-S_{\Delta ADB}$$

$$S_{ABCO}=\frac{a^2}{2}-\frac{(a-5)^2}{2}=\frac{a^2-(a^2-10a+25)}{2}=\frac{a^2-a^2+10a-25}{2}$$

$$\boxed{S_{ABCO}=\frac{10a-25}{2}}$$

תשובה: $S_{ABCO}=\frac{10a-25}{2}$ **יחידות שטח.**

(3) נתון כי שטח המרובע ABCO **הוא** 22.5 .

$$22.5=\frac{10a-25}{2}$$

$$45=10a-25$$

$$70=10a \quad /:10$$

$$\boxed{a=7}$$

תשובה: $a=7$ **.**

א. (1) בקובייה מאוזנת הסיכוי לקבלת מספר כלשהו בהטלה אחת הוא $\frac{1}{6}$

$P(4\cup6)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ **היא ההסתברות לקבלת מספר זוגי גדול מ-** 3 **(** 4 **או** 6 **) בהטלת קובייה אחת.**

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{3}$**.**

(2) ההסתברות לקבלת מספר זוגי $P(2\cup4\cup6)=3\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$

ההסתברות לקבלת מספר גדול מ- 3 $P(4\cup5\cup6)=3\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$ **.**

מאורע החיתוך של שני מאורעות אלו, הוא המאורע "מספר זוגי גדול מ- 3 **" שההסתברות לו היא** $\frac{1}{3}$**,**

כאשר $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$**, ולכן המאורעות תלויים זה בזה** ($P(A)\cdot P(A)\neq P(A\cap B)$)

תשובה: לא, המאורעות תלויים.

ג. כאשר מטילים 3 **פעמים את הקובייה, הרי שאין תלות בין ההטלות השונות**

ולכן זו התפלגות בינומית, כאשר $p=\frac{1}{3}$ **על פי סעיף א (1) למאורע "מספר זוגי הגדול מ-** 3 **"**

נחשב בנוסחת ברנולי, כאשר נתון כי $p=\frac{1}{3}$ **,** $n=3$ **,** $k=2$

$$P_3(2)=\binom{3}{2}(\frac{1}{3})^2(1-\frac{1}{3})^{3-2}=\frac{3!}{3!(3-1)!}\cdot(\frac{1}{3})^2\cdot(\frac{2}{3})^1=3\cdot(\frac{1}{3})^2\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{9}$ **.**

ד. אין תלות בין ההטלות השונות ולכן ההסתברות היא כפל הסתברויות.

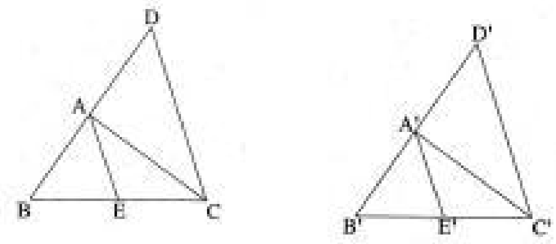
$$\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{27}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{27}$ **.**

ה. ההסתברות מושפעת רק מההטלה הראשונה והשלישית.

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{9}$



נתונים

.1 $BE = CE$ **.2** $B'E' = C'E'$

. 3 $BA = B'A'$ **.4** $AC = A'C'$

.5 $AE = A'E'$

.6 $BA = AD$ **.7** $B'A' = A'D'$

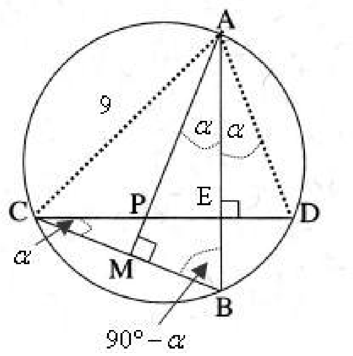
צ"ל: א. $AE \parallel DC$

ב. $\Delta ADC \cong \Delta A'D'C'$

ג. $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

הסבר		טענה	נימוק
6	8	$BA = AD$	נתון
1	9	$BE = CE$	נתון
8, 9	10	AE **קטע אמצעים** ΔBDC	מחבר אמצעי שתי צלעות
10	11	$AE \parallel DC$	קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית
		מ.ש.ל א	
7	12	$B'A' = A'D'$	נתון
2	13	$B'E' = C'E'$	נתון
12, 13	14	AE **קטע אמצעים** $\Delta B'D'C'$	מחבר אמצעי שתי צלעות
15	15	$AE \parallel DC$	קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית
5	16	$AE = A'E'$	נתון
16	17	$2AE = 2A'E'$	כפל ב- 2
11	18	$2AE = DC$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית
14	19	$2A'E' = D'C'$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית
16, 17, 19	20	$DC = D'C'$ **(צ)**	כלל המעבר
4	21	$AC = A'C'$ **(צ)**	נתון
3	22	$BA = B'A'$	נתון
8, 12, 22	23	$AD = A'D'$ **(צ)**	כלל המעבר
20, 21, 23	24	$\Delta ADC \cong \Delta A'D'C'$	משפט חפיפה **צלע צלע צלע**
		מ.ש.ל. ב	
24	25	$\angle DAC = \angle D'A'C'$	**ז**וויות **מ**תאימות **ב**משולשים **ח**ופפים
25	26	$\angle BAC = \angle B'A'C'$ **(ז)**	זוויות צמודות לזוויות שוות
21, 26, 25	27	$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$	משפט חפיפה **צלע ז**וית **צלע**
		מ.ש.ל. ג	

בגרות עא יולי 11 מועד קיץ ב שאלון 35804



<u>נתונים</u>

.1 $AB \perp CD$

.2 $AM \perp CB$

עבור ב' :3. $AC =$ 9 **ס"מ . 4. רדיוס המעגל** 5 **ס"מ.**

צ"ל: א. $\angle DCB = \angle MAB$ **ב.** ΔAPD **שווה שוקיים**

ג. זוויות ΔPCM **.**

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	5	$\angle AMB = 90°$	נתון
	6	$\angle MAB = a$	סימון
6, 5	7	$\angle ABM = 90° - a$	סכום זוויות ΔABM הוא $180°$
1	8	$\angle AEC = 90°$	נתון
8, 7	9	$\angle DCB = a$	סכום זוויות ΔDEC הוא $180°$
9, 6	10	$\angle DCB = \angle MAB$	כלל מעבר
		מ.ש.ל. א	
	11	$\angle BAD = \angle DCB$	על קשת שווה $(\overset{\frown}{BD})$ נשענות זוויות היקפיות שוות
11, 6	12	$\angle BAD = \angle MAB$	כלל מעבר
12, 8	13	ΔAPD שווה שוקיים	התיכון (AE) מתלכד עם הגובה ולכן המשולש ש"ש
		מ.ש.ל. א (2)	

ג. ולעבודת הטריגו: **נמצא את זוויות** ΔPCM

משפט סינוסים: ΔACB **חסום במעגל שרדיוסו** 5 ס"מ **(נתון)**

$AC =$ 9**ס"מ** **(נתון)**

$\underline{\Delta ACB}$

$$\frac{AC}{\sin \angle ABC} = 2R$$

$$\frac{9}{\sin \angle ABC} = 2 \cdot 5$$

$$0.9 = \sin \angle ABC$$

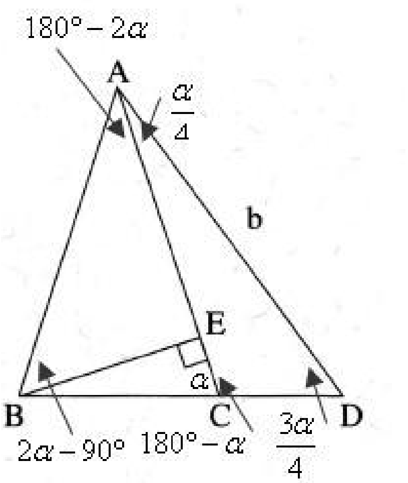
$$\angle ABC = 64.16° \quad \leftarrow 0 < \angle ABC < 90°$$

$\angle MCP = 25.84°$ **(סכום זוויות** ΔEBC **הוא** $180°$) $\angle PMC = 90°$ **(נתון)**

$\angle CPM = 64.16°$ (**סכום זוויות** ΔPCM **הוא** $180°$**)**

תשובה: , $\angle MCP = 25.84°$, $\angle CPM = 64.16°$, $\angle PMC = 90°$

עפר ילין



א. $\mathbf{S}CAD = \frac{a}{4}$ **(נתון)** $\mathbf{S}ACB = a$ **(נתון)**

$\mathbf{S}D = \frac{3a}{4}$ **(זווית חיצונית ל-** ΔACD

שווה לסכום שתי זוויות פנימיות שלא צמודות לה)

$\mathbf{S}ACD = 180° - a$ **(זוויות צמודות משלימות ל-** $180°$**)**

על פי משפט הסינוסים:

$\underline{\Delta ACD}$

$$\frac{AD}{\sin \mathbf{S}ACD} = \frac{AC}{\sin \mathbf{S}D}$$

$$\frac{b}{\sin \mathbf{S}(180° - a)} = \frac{AC}{\sin \frac{3a}{4}}$$

$$AC = \frac{b \sin \frac{3a}{4}}{\sin a} \quad \leftarrow \sin x = \sin(180° - x)$$

$AB = \frac{b \sin \frac{3a}{4}}{\sin a}$ **(נתון** ΔACD **שווה שוקיים** $AB = AC$**)**

$\mathbf{S}CAB = 180° - 2a$ **(סכום זוויות** ΔABC $180°$**, כאשר זוויות הבסיס היא** a**)**

$\underline{\Delta ABE}$

$$\sin \mathbf{S}EAB = \frac{BE}{AB}$$

$$\frac{b \sin \frac{3a}{4} \cdot \sin(180 - 2a)}{\sin a} = BE$$

$$BE = \frac{b \sin \frac{3a}{4} \cdot \sin 2a}{\sin a} \quad \leftarrow \sin x = \sin(180° - x)$$

$$\frac{AD}{BE} = \frac{b}{\frac{b \sin \frac{3a}{4} \cdot 2 \sin a \cos a}{\sin a}} \quad \leftarrow \sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\boxed{\frac{AD}{BE} = \frac{1}{2 \cos a \sin \frac{3a}{4}}}$$

תשובה: $\frac{AD}{BE} = \frac{1}{2 \cos a \sin \frac{3a}{4}}$

ב. נשתמש ביחס שמצאנו בסעיף א', בחישוב יחס השטחים המבוקש.

$$\mathbf{S}\mathrm{ABE} = a - (90^\circ - a) = 2a - 90^\circ$$

$$\frac{S_{\Delta \mathrm{ACD}}}{S_{\Delta \mathrm{ABE}}} = \frac{\cancel{0.5} \cdot \mathrm{AD} \cdot \cancel{\mathrm{AC}} \cdot \sin \mathbf{S}\mathrm{DAC}}{\cancel{0.5} \cdot \mathrm{BE} \cdot \cancel{\mathrm{AB}} \cdot \sin \mathbf{S}\mathrm{ABE}}$$

$$\frac{S_{\Delta \mathrm{ACD}}}{S_{\Delta \mathrm{ABE}}} = \frac{1}{2\cos a \sin \frac{3a}{4}} \cdot \frac{\sin \frac{a}{4}}{\sin(2a - 90^\circ)}$$

$$\boxed{\frac{S_{\Delta \mathrm{ACD}}}{S_{\Delta \mathrm{ABE}}} = -\frac{\sin \frac{a}{4}}{2\cos a \sin \frac{3a}{4} \cos 2a}} \quad \leftarrow \sin(2a - 90^\circ) = -\sin((90^\circ - 2a) = -\cos 2a$$

תשובה: $\frac{S_{\Delta \mathrm{ACD}}}{S_{\Delta \mathrm{ABE}}} = -\frac{\sin \frac{a}{4}}{2\cos a \sin \frac{3a}{4} \cos 2a}$

א. נתונות הפונקציות $f(x) = -x^2 + 2x$ **ו-** $g(x) = \sin(bx)$ **.**

נמצא את שיעור ה- x **של הנקודה** A $x_A = \frac{p}{b}$ **.**

$$0 = \sin(bx)$$
$$bx = pk$$
$$x = \frac{p}{b}k$$

k	$x = \frac{p}{b}k$
0	0
1	$\frac{p}{b}$ -

תשובה: $x_A = \frac{p}{b}$ **(ניתן לקבל ישירות ע"פ המחזוריות** $\frac{2p}{b}$ **של הפונקציה** $g(x) = \sin(bx)$ **)**

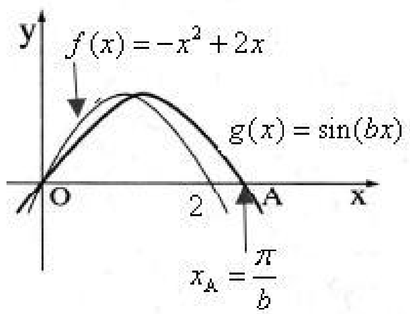
ב. נחשב את שני השטחים ונשווה ביניהם.

$$f(x) = -x^2 + 2x = -x(x-2)$$

חותכת את ציר ה- x **כאשר** $x = 0$ **או** $x = 2$.

$$S_f = \int_0^2 (-x^2 + 2x - 0)dx$$
$$S_f = -\frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} \Big]_0^2$$
$$S_f = (-\frac{2^3}{3} + 2^2) - (-\frac{0^3}{3} + 0^2)$$
$$\boxed{S_f = 1\frac{4}{3}}$$

$$S_g = \int_0^{\frac{p}{b}} (\sin(bx) - 0)dx$$
$$S_g = \frac{-\cos(bx)}{b} \Big]_0^{\frac{p}{b}}$$
$$S_g = (\frac{-\cos(b \cdot \frac{p}{b})}{b}) - (\frac{-\cos(b \cdot 0)}{b})$$
$$S_g = \frac{1}{b} + \frac{1}{b}$$
$$\boxed{S_g = \frac{2}{b}}$$



ובהתאם

$$\frac{2}{b} = 1\frac{1}{3}$$
$$\boxed{b = 1.5}$$

תשובה: $b = 1.5$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x+2}+\sqrt{-x}+2$ **,** a **הוא פרמטר.**

תחום ההגדרה, ביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי.

$$\left.\begin{array}{l} x+2\ge 0 \quad \to x\ge -2 \\ -x\ge 0 \quad \to x\le 0 \end{array}\right\} -2\le x\le 0$$

תשובה: $-2\le x\le 0$

ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

נמצא תחילה את נקודות הקצה.

$$f(-2)=\sqrt{-2+2}+\sqrt{-(-2)}+2=2+\sqrt{2} \quad \to (-2,\, 2+\sqrt{2})$$

$$f(0)=\sqrt{0+2}+\sqrt{-(-0)}+2=2+\sqrt{2} \quad \to (0,\, 2+\sqrt{2})$$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}-\frac{1}{2\sqrt{-x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{\sqrt{-x}-\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}\sqrt{-x}}}$$

$$0=\sqrt{-x}-\sqrt{x+2}$$

$$\sqrt{x+2}=\sqrt{-x}$$

$$x+2=-x$$

$$2x=-2$$

$$x=-1 \quad \to \sqrt{-1+2}\overset{?}{=}\sqrt{-(-1)} \quad \to 1=1 \quad o.k.$$

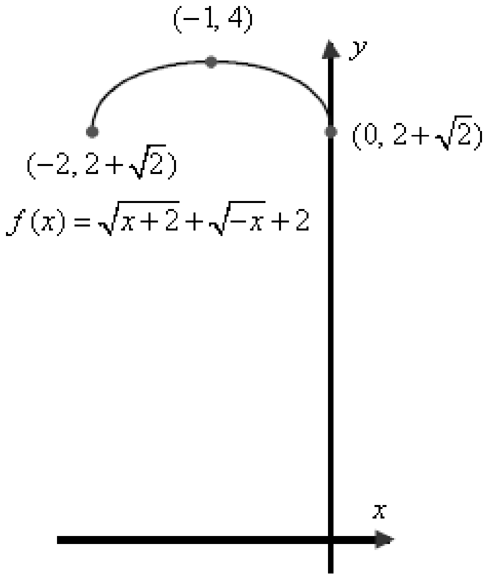
$$f(-1)=\sqrt{-1+2}+\sqrt{-(-1)}+2=4 \quad \to (-1,\, 4)$$

נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה, בעזרת ערכי הפונקציה

x	-2		-1		0
$f(x)$	$2+\sqrt{2}$		4		$2+\sqrt{2}$
$f'(x)$					
מסקנה	Min	↗	Max	↘	Min

תשובה: $(0,\, 2+\sqrt{2})$ **מינימום ,** $(-2,\, 2+\sqrt{2})$ **מינימום,** $(-1,\, 4)$ **מקסימום** .

ג. סרטוט סקיצה



ד. שיעורי ה- y **של נקודות המינימום שווים, ל-** $2+\sqrt{2}$**, ולכן משוואת הישר** $y=2+\sqrt{2}$

תשובה: $y=2+\sqrt{2}$

ה. למשוואה $f(x)=k$ **יש שני פתרונות, כאשר** $2+\sqrt{2}\le k<4$**,**

כי במקרים אלה הישר $y=k$ **חיתוך את גרף הפונקציה בדיוק בשתי נקודות.**

תשובה: $2+\sqrt{2}\le k<4$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+a$ **,** $x\neq 0.5a$ **,**

הביטוי שבמכנה $(x-2)^2$ **מתאפס עבור** $x=2$ **.**

נמצא אסימפטוטה אופקית - חזקת פולינום המונה (0) **קטנה חזקת פולינום המכנה** (1)

ולכן הביטוי $\frac{1}{(x-2)^2}$ **שואף ל-** 0 **כאשר** $x\to\infty$

ובהתאם $f(x)\to a$ **כאשר** $x\to\infty$ **ו-** $y=a$ **אסימפטוטה אופקית .**

אסימפטוטה אנכית מתקבלת עבור הישר $x=2$ **, שכן** $x=2$ **מאפס מכנה ולא מונה ולכן** $\lim_{x\to 2}\frac{1}{(x-2)^2}=\frac{1}{0^{\pm}}=\pm\infty$ **.**

תשובה: $x\neq 2$ **,** $y=a$ **,** $x=2$ **.**

ב. (1) נמצא את משוואת המשיק, בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **בה מתקיים** $x=0$ **.**

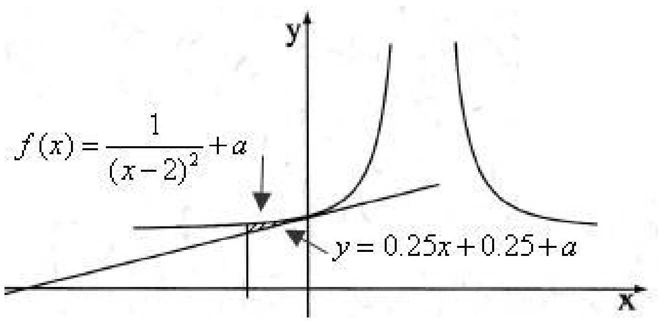
$$f(0)=\frac{1}{(0-2)^2}+a \quad \to \boxed{y_{x=0}=0.25+a}$$

$$f'(x)=\frac{-2(x-2)}{(x-2)^2}$$

$$f'(0)=\frac{-2\cdot(0-2)}{(0-2)^2}=1 \quad \to m=0.25$$

$$y-(0.25+a)=0.25(x-0)$$

$$\boxed{y=0.25x+0.25+a}$$



תשובה: $y_{x=0}=0.25+a$ **,**

(2)

	S_1
פונקציה עליונה	$f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+a$
פונקציה תחתונה	$y=0.25x+0.25+a$
x **גדול**	$x=0$
x **קטן**	$x=-1$

$$S_1=\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{(x-2)^2}+a-(0.25x+0.25+a)\right)dx$$

$$S=\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{(x-2)^2}-0.25x-0.25\right)dx$$

$$S=-\frac{1}{x-2}-\frac{0.25x^2}{2}-0.25x\,\Big]_{-1}^{0}$$

$$S=\left(-\frac{1}{0-2}-\frac{0.25\cdot 0^2}{2}-0.25\cdot 0\right)-\left(-\frac{1}{-1-2}-\frac{0.25\cdot(-1)^2}{2}-0.25\cdot(-1)\right)$$

$$S=0.5-\frac{11}{24}$$

$$\boxed{S=\frac{1}{24}}$$

תשובה: $\frac{1}{24}$ **יח"ר.**