א. הסכום לתשלום עבור 200 דקות שיחה בחודש בחברה א' הוא 80 שקלים.

בהתאם, מחיר דקת שיחה הוא 0.4 שקלים $= \frac{80}{200}$

תשובה: המחיר לדקת שיחה בחברת תקשורת א' הוא 0.4 שקלים (40 אגורות).

ב. (1) בחברה זו התשלום לכל דקת שיחה בטלפון נמוך ב- 20% מהתשלום לכל דקת שיחה בחברת תקשורת א'.

בהתאם, מחיר דקת שיחה הוא 0.32 שקלים $= \frac{100-20}{100} \cdot 0.4 = 0.8 \cdot 0.4 =$

תשובה: המחיר לדקת שיחה בחברת תקשורת ב' הוא 0.32 שקלים (32 אגורות).

(2) חברת תקשורת ב' גובה תשלום חודשי קבוע, ותשלום נוסף לכל דקת שיחה בטלפון

נסמן: x - התשלום הקבוע (שקלים)

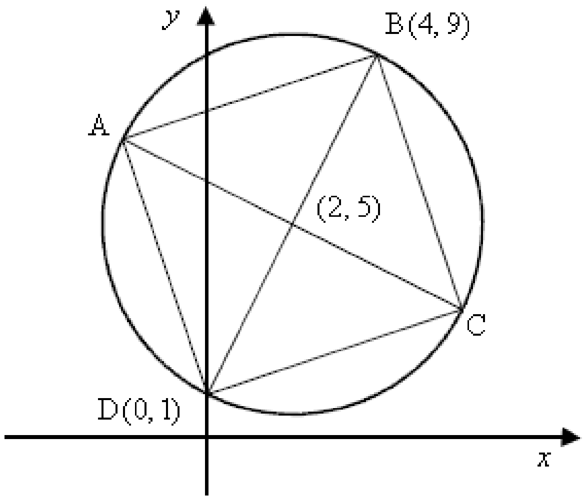
הסכום לתשלום בחברת תקשורת ב' עבור 200 דקות שיחה בחודש הוא 84 שקלים

והמשוואה המתאימה: $x + 0.32 \cdot 200 = 84$

נפתור את המשוואה:

$$x + 0.32 \cdot 200 = 84$$
$$x + 64 = 84$$
$$x = 20$$

תשובה: התשלום הקבוע בחברה ב' הוא 20 שקלים.



א. משוואת המעגל $(x-2)^2+(y-5)^2=R^2$ **, והקדקוד** $D(0,1)$ **עליו.**

נציב את שיעורי הקדקוד $R^2=(0-2)^2+(1-5)^2=20$

תשובה: $R^2=20$.

ב. מרכז המעגל $(x-2)^2+(y-4)^2=20$ **הוא** $(2,5)$

כיוון שזוויות הריבוע ישרות הרי ש- AC **ו-** BD **הם קטרים**

ומרכז המעגל הוא אמצע הקוטר.

$$2=\frac{0+x}{2} \qquad 5=\frac{1+y}{2}$$

$$4=x \qquad 10=1+y$$

$$9=y$$

תשובה: $B(4,9)$

ג. אלכסוני הריבוע ניצבים זה לזה.

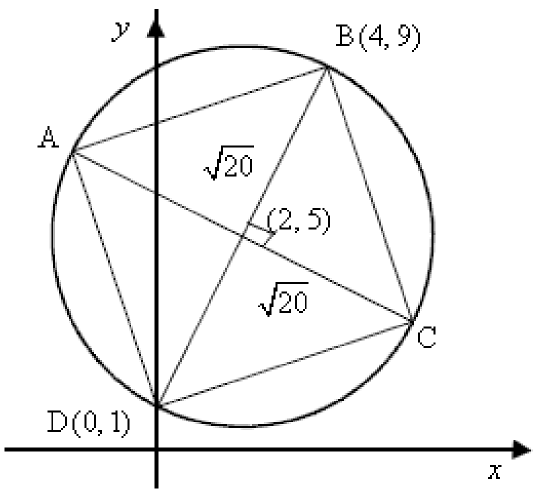
$m_{BD}=\frac{9-1}{4-0}=\frac{8}{4}=2 \quad \to m_{AC}=-\frac{1}{2}$ **על פי תנאי ניצבות.**

$$m_{AC}=-\frac{1}{2},(2,5) \quad \to y-5=-\frac{1}{2}(x-2)$$

$$y-5=-\frac{1}{2}x+1$$

$$\boxed{y=-\frac{1}{2}x+6}$$

תשובה: משוואת הישר AC **. היא** $y=-\frac{1}{2}x+6$.



ד. הריבוע הוא מרובע שאלכסוניו מאונכים

וגם שווים באורכיהם וחוצים זה את זה.

בהתאם: $S_{\Delta BDC}=\frac{BD\cdot h}{2}$ **, כאשר הגובה שווה למחצית האלכסון.**

מחצית האלכסון שווה לרדיוס המעגל, שאורכו $\sqrt{20}$.

$S_{\Delta BDC}=\frac{2\sqrt{20}\cdot\sqrt{20}}{2}=20$ **יח"ר**

תשובה: שטח משולש BDC **הוא** 20 **יח"ר .**

א. (1) נתונה הפרבולה $g(x)=-x^2+12x-32$.

בנקודות החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=-x^2+12x-32$$

$$x_{1,2}=\frac{-12\pm 6}{-2}$$

$$x_1=\frac{-12+4}{-2}=\frac{-8}{-2}=4 \quad\rightarrow \boxed{B(4,0)}$$

$$x_2=\frac{-12-4}{-2}=\frac{-16}{-2}=8 \quad\rightarrow \boxed{C(8,0)}$$

תשובה: $B(4,0)$ **,** $C(8,0)$

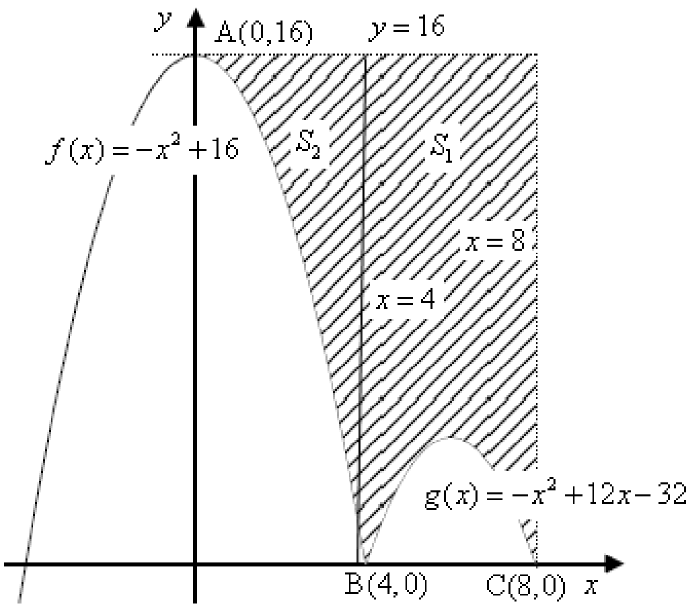
(2) נתונה הפרבולה $f(x)=-x^2+16$

בנקודות החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$

$$f(0)=-0^2+16=16$$

תשובה: $A(0,16)$

ב. נעלה מ- $B(4,0)$ **את האנך** $x=4$ **ונחשב שני שטחים**



	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$y=16$	$y=16$
פונקציה תחתונה	$g(x)=-x^2+12x-32$	$f(x)=-x^2+16$
x **גדול**	$x=8$	$x=4$
x **קטן**	$x=4$	$x=0$

$$S_1=\int_4^8 (16-(-x^2+12x-32))\,dx$$

$$S_1=\int_4^8 (16+x^2-12x+32)\,dx$$

$$S_1=\int_4^8 (x^2-12x+48)\,dx$$

$$S_1=\frac{x^3}{3}-\frac{12x^2}{2}+48x\Big]_4^8$$

$$S_1=(\frac{8^3}{3}-\frac{12\cdot 8^2}{2}+48\cdot 8)-(\frac{4^3}{3}-\frac{12\cdot 4^2}{2}+48\cdot 4)$$

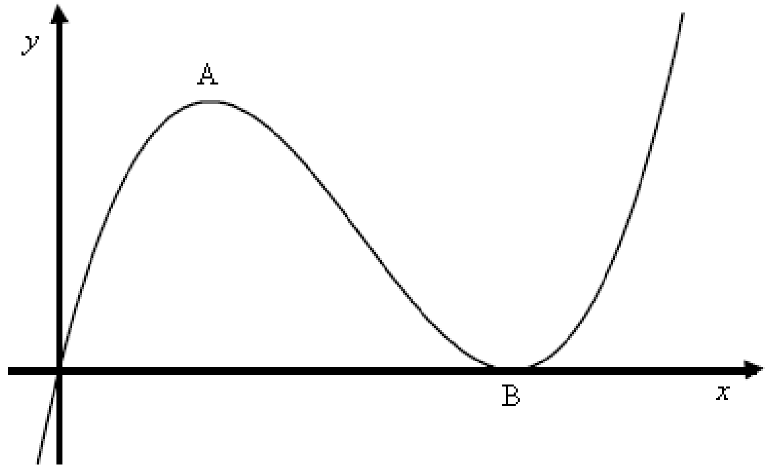
$$S_1=170\frac{2}{3}-117\frac{1}{3} \quad\rightarrow \boxed{S_1=53\frac{1}{3}}$$

$$S_2=\int_0^4 (16-(-x^2+16))\,dx=\int_0^4 (16+x^2-16)\,dx=$$

$$\int_0^4 x^2\,dx \;=\; \frac{x^3}{3}\Big]_0^4 \;=\; \frac{4^3}{3}-\frac{0^3}{3} \quad\rightarrow \boxed{S_2=21\frac{1}{3}}$$

והשטח המבוקש: $S=S_1+S_2=53\frac{1}{3}+21\frac{1}{3}=74\frac{2}{3}$

תשובה: $74\frac{2}{3}$ **יח"ר.**



א. נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)=x(2-x)^2$

$f(x)=x(2-x)(2-x)$

$f(x)=x(4-2x-2x+x^2)$

$f(x)=4x-2x^2-2x^2+x^2$

$f(x)=x^3-4x^2+4x$

$\boxed{f'(x)=3x^2-8x+4}$

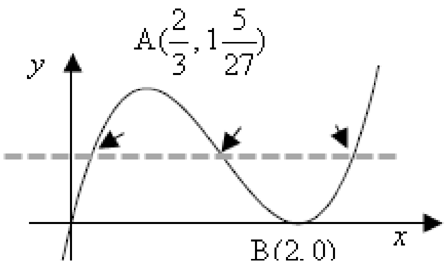
$0=3x^2-8x+4$

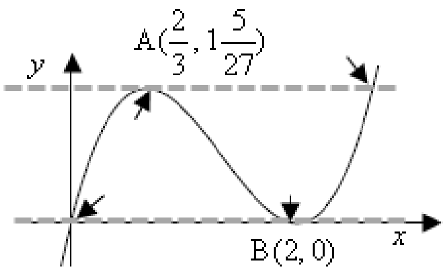
$x_{1,2}=\dfrac{8\pm 4}{6}$

$x=2 \quad \rightarrow \boxed{B(2,0)} \quad \leftarrow y=2\cdot(2-2)^2=0$

$x=\dfrac{2}{3} \quad \rightarrow \boxed{A(\frac{2}{3},1\frac{5}{27})} \quad \leftarrow y=\dfrac{2}{3}\cdot(2-\dfrac{2}{3})^2=1\dfrac{5}{27}$

תשובה: $A(\frac{2}{3},1\frac{5}{27})$ **,** $B(2,0)$ **.**



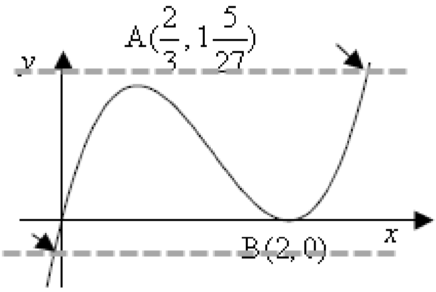


ב. עבור $0<k<1\frac{5}{27}$ **הישר** $y=k$ **חותך את גרף הפונקציה ב-** 3 **נקודות**

תשובה: $0<k<1\frac{5}{27}$

ג. **עבור** $k=0$ **או** $k=1\frac{5}{27}$ **הישר** $y=k$ **חותך את הגרף ב-** 2 **נקודות**

תשובה: $k=0$ או $k=1\frac{5}{27}$



ד. **עבור** $k>1\frac{5}{27}$ **או** $k<0$ **הישר** $y=k$ **חותך את הגרף בנקודה אחת.**

תשובה: $k>1\frac{5}{27}$ **או** $k<0$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{a}{x}-a$ **, בתחום** $x\neq 0$, a **הוא פרמטר.**

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=2$ **הוא** -1**, כלומר** $f'(2)=-1$

$$f'(x)=-\frac{a}{x^2}$$

$$-1=-\frac{a}{2^2} \qquad \leftarrow f'(2)=-1$$

$$-1=-\frac{a}{4} \quad /\cdot(-4)$$

$$\boxed{a=4}$$

תשובה: $a=4$

נציב $a=4$ **ובהתאם** $\boxed{f(x)=\frac{4}{x}-4}$ **בתחום** $x\neq 0$ **.**

ב. נמצא את השיעורים של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x

$$0=\frac{4}{x}-4 \quad /\cdot x$$

$$0=4-4x$$

$$4x=4 \quad /:4$$

$$x=1 \quad \rightarrow \boxed{(1,0)}$$

תשובה: $(1,0)$

ג. נמצא האם נגזרת הפונקציה מתאפסת בתחום $x\neq 0$

$$f'(x)=-\frac{4}{x^2}$$

המכנה חיובי לכל $x\neq 0$ **ולכן הנגזרת שלילית לכל** $x\neq 0$

מכאן שהפונקציה יורדת עבור $x>0$ **ועבור** $x<0$.

ולכן לפונקציה אין נקודות קיצון.

תשובה: הוּכַח.

ד. על פי הסעיף הקודם: הפונקציה יורדת עבור $x>0$ **או** $x<0$.

תשובה: הפונקציה יורדת עבור $x>0$ **או** $x<0$ ..

6 למבחן מותאם בלבד

א. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ **היא** $f'(x)=-x^2+6x$.

נמצא את שיעורי ה- x **של הנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת**

$$0=-x^2+6x$$
$$0=x(-x+6)$$
$$\boxed{x=0} \quad -x+6=0 \to \boxed{x=6}$$

תשובה: $x=0$ **,** $x=6$

ב. (1) נמצא את סוג הקיצון בעזרת נגזרת שנייה

$$f'(x)=-x^2+6x$$
$$\boxed{f''(x)=-2x+6}$$
$$f''(0)=-2\cdot 0+6=6>0 \to \min$$
$$f''(6)=-2\cdot 6+6=-6<0 \to \max$$

נמצא את הפונקציה הקדומה של $f'(x)$ **, כלומר את** $f(x)$ **:**

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$
$$f(x)=\int(-x^2+6x)\,dx$$
$$f(x)=-\frac{x^3}{3}+\frac{6x^2}{2}+c$$
$$f(x)=-\frac{x^3}{3}+3x^2+c$$

נתון כי שיעור ה- y **של נקודת המינימום של הפונקציה הוא** 1**.**

נציב את שיעורי נקודת המינימום $(0,1)$ **בתבנית הפונקציה הקדומה:**

$$1=-\frac{0^3}{3}+3\cdot 0^2+c$$
$$1=0+c$$
$$c=1$$
$$\boxed{f(x)=-\frac{x^3}{3}+3x^2+1}$$

תשובה: $f(x)=-\frac{x^3}{3}+3x^2+1$

(2) נמצא את שיעור ה- y **של נקודת המקסימום של הפונקציה.**

$$f(6)=-\frac{6^3}{3}+3\cdot 6^2+1=37$$

תשובה: $y_{\max}=37$ **.**