

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
מועד הבחינה: קיץ תש"ע, 2010  
מספר השאלון: 307,035007  
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### שאלון ז'

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.  
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים –  $33\frac{1}{3} \times 2$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
פרק שני – מספרים מרוכבים,  
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:  
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.  
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:  
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.  
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.  
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים** ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נקודה A נמצאת על ציר ה- $y$ , ונקודה B נמצאת על ציר ה- $x$ .

נקודה P נמצאת על הקטע AB. אורך הקטע AB הוא  $\ell$  ( $\ell \neq 0$ ).

א. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות P המקיימות  $\frac{AP}{BP} = 3$

(מובע באמצעות  $\ell$ ).

(2) מהי הצורה של המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת?

ב. נתון:

רדיוס המעגל החוסם את המשולש AOB הוא 4 ו-  $\frac{OA}{OB} = 3$

(O – ראשית הצירים).

חיברו את כל הנקודות P המתקבלות במקרה זה כך שנוצר מצולע.

מצא את ההיקף של המצולע (ערך מספרי).

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

2. א. נתונה היפרבולה שמשוואתה  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ . אחד המוקדים של ההיפרבולה

הוא  $(8, 0)$ . נקודה B נמצאת על ההיפרבולה הנתונה.

אנך מ-B לאחת האסימפטוטות של ההיפרבולה חותך את האסימפטוטה

בנקודה F. אנך מ-B לאסימפטוטה השנייה של ההיפרבולה חותך את

האסימפטוטה השנייה בנקודה K. O – ראשית הצירים.

מצא את שטח המרובע OFBK (ערך מספרי).

ב. הוכח כי ישר המקביל לאסימפטוטה של ההיפרבולה שמשוואתה  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,

חותך את ההיפרבולה בנקודה אחת בלבד.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

3. נתונה קובייה ABCDA'B'C'D' במערכת צירים,

כמתואר בציור.

אורך מקצוע הקובייה הוא a.

נקודה K על המקצוע A'D',

ונקודה I על המקצוע BC

כך ש-  $A'K = \frac{2}{3}A'D'$ ,  $BI = \frac{2}{3}BC$ .

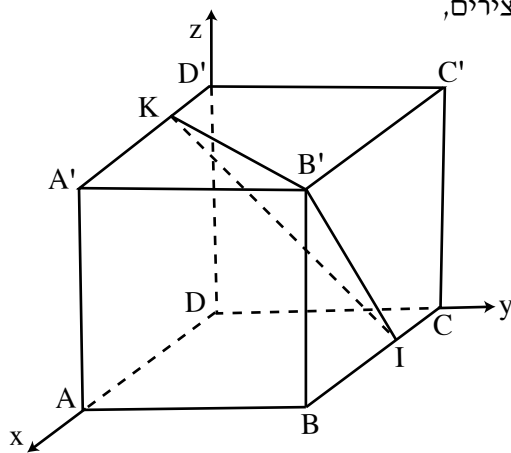
אנך מקדקוד C' למישור KB'I חותך

את מישור הבסיס ABCD בנקודה N.

א. הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה N.

ב. מרחק הנקודה N מהמישור KB'I הוא  $\frac{22}{\sqrt{17}}$ .

חשב את נפח הפירמידה NDCC'D' (ערך מספרי).



**פרק שני – מספרים מרוכבים,****פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות** ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. נתונה מערכת המשוואות  $z + \bar{w}^3 = 0$

$z \cdot w^5 = 1$

ו-  $z$  הם מספרים מרוכבים, ונתון  $|z| = |w| = 1$ .היעזר בערך של המכפלה  $\bar{w} \cdot w$ , ופתור את מערכת המשוואות הנתונה.

ב. פתור את האי-שוויון  $|4i - 1 - \log_2 x|^2 \geq 25$ ,  $x$  הוא מספר ממשי.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ ,

ונתון גם:  $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3}\right)^2$ ,  $f''(x) = \frac{12e^x(e^x - 3)}{(e^x + 3)^3}$ .

- א. (1) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות קיצון? נמק.  
 (2) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות פיתול? נמק.
- ב. (1) האם לפונקציית הנגזרת  $f'(x)$  יש נקודות קיצון? נמק.  
 (2) מה הן האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  המקבילות לצירים (אם יש כאלה)?  
 (3) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- ג. (1) מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות החיתוך בין הגרפים של  $f'(x)$  ו- $f''(x)$ .  
 השאר  $\ell$  בתשובתך או דייק עד שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.  
 (2) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f'(x)$ , על ידי הגרף של  $f''(x)$  ועל ידי ציר ה- $y$  (השטח מציר ה- $y$  ועד לנקודת החיתוך בין שני הגרפים, הסמוכה לציר ה- $y$ ).

## בהצלחה!