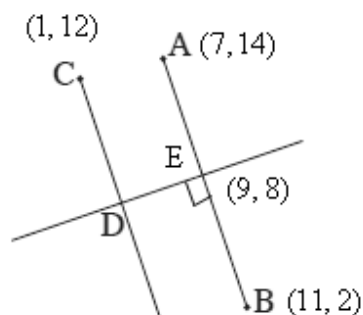


א. נתונות הנקודות: $A(7, 14)$, $B(11, 2)$, $C(1, 12)$.

(1) נמצא את השיעורים של אמצע הקטע AB .

$$\left. \begin{aligned} x_E &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{7+11}{2} = \frac{18}{2} = 9 \\ y_E &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{14+2}{2} = \frac{16}{2} = 8 \end{aligned} \right\} \boxed{E(9, 8)}$$

תשובה: $(9, 8)$



(2) אם שני ישרים מאונכים זה לזה אז $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$m_{AB} = \frac{14-2}{7-11} = \frac{12}{-4} = -3$$

$$-3 \cdot m_2 = -1 \rightarrow m_2 = \frac{-1}{-3} \rightarrow m_2 = \frac{1}{3}$$

או, כיוון השיפועים הפוכים ונגדיים, ומכאן ש- $m_{DE} = \frac{1}{3}$

$$E(9, 8), m_{ED} = \frac{1}{3}$$

$$y - 8 = \frac{1}{3}(x - 9)$$

$$y - 8 = \frac{1}{3}x - 3$$

$$y = \frac{1}{3}x + 5$$

תשובה: משוואת האנך האמצעי היא $y = \frac{1}{3}x + 5$

ב. נמצא את משוואת הישר המקביל לקטע AB ועובר דרך $C(1, 12)$

לישרים מקבילים שיפועים שווים, ולכן $m = m_{AB} = -3$

$$C(1, 12), m = -3$$

$$y - 12 = -3(x - 1)$$

$$y - 12 = -3x + 3$$

$$y = -3x + 15$$

תשובה: משוואת הישר המקביל לקטע AB היא $y = -3x + 15$.

ג. נמצא את שיעורי D , נקודת המפגש בין הישר המקביל והאנך האמצעי:

$$y = -3x + 15 \quad \text{ו-} \quad y = \frac{1}{3}x + 5$$

$$-3x + 15 = \frac{1}{3}x + 5 \rightarrow -3\frac{1}{3}x = -10$$

$$x = 3 \rightarrow y = -3 \cdot 3 + 15 = 6 \rightarrow \boxed{D(3, 6)}$$

תשובה: D(3, 6)

ד. (1) אם שני ישרים מאונכים אז $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$m_{AD} = \frac{14-6}{7-3} = \frac{8}{4} = 2$$

$$m_{BD} = \frac{2-6}{11-3} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$m_{AD} \cdot m_{BD} = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

לכן, משולש SADB הוא ישר זווית.

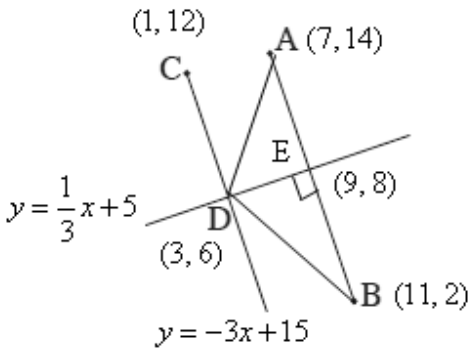
תשובה: משולש DAB ישר זווית ($\angle SADB = 90^\circ$)

(2) DE הוא תיכון וגובה לצלע AB במשולש DAB

לכן, משולש DAB הוא שווה שוקיים.

תשובה: משולש DAB שווה שוקיים ($AD = BD$)

(ניתן להוכיח כמובן על ידי חישוב אורכי הצלעות)



א. הישר $y = \frac{3}{4}x$ משיק למעגל בראשית הצירים

(1) המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה

$$\frac{3}{4}m_2 = -1 \rightarrow m_2 = -\frac{1}{\frac{3}{4}} \rightarrow m_2 = -1\frac{1}{3}$$

תשובה: השיפוע של MO הוא $-1\frac{1}{3}$.

(2) נמצא את משוואת הרדיוס MO לראשית הצירים.

$$O(0, 0), m = -1\frac{1}{3}$$

$$y - 0 = -1\frac{1}{3}(x - 0)$$

$$y = -1\frac{1}{3}x$$

תשובה: משוואת MO היא $y = -1\frac{1}{3}x$.

(3) מרכז המעגל נמצא על הישר $x = 3$ ועל הישר $y = -1\frac{1}{3}x$.

$$y_M = -\frac{4}{3} \cdot 3 = -4 \rightarrow M(3, -4)$$

תשובה: $M(3, -4)$

ב. נמצא את אורך הרדיוס MO

$$d = \sqrt{(3-0)^2 + (-4-0)^2} = 5$$

ולכן משוואת המעגל שמרכזו $M(3, -4)$ ורדיוסו 5 היא: $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 5^2$

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$$

ג. (1) הישר $x = 3$ עובר דרך מרכז המעגל, כי $x_M = 3$ ולכן BC הוא קוטר ואורכו 10.

תשובה: האורך של הקטע BC הוא 10.

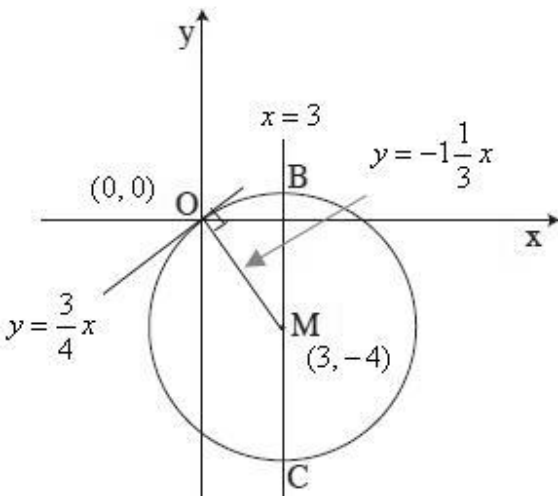
(2) כיוון שהישר $x = 3$ מאונך לציר ה- x ,

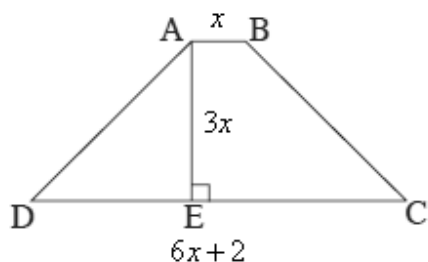
הרי שאורך הגובה מראשית הצירים לצלע BC הוא $3-0=3$

שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.

$$S_{\Delta OBC} = \frac{10 \cdot 3}{2} = 15 \rightarrow \boxed{S_{\Delta OBC} = 15}$$

תשובה: שטח המשולש OBC הוא 15 יח"ר.





א. (1) נציג את הנתונים על ציור מתאים משמאל.

נסמן סמן ב- x את אורך הבסיס AB (ס"מ).

הגובה AE של הטרפז גדול פי 3 מהבסיס AB.

לכן: $AE = 3x$.

תשובה: $AE = 3x$

(2) הבסיס DC גדול ב- 2 ס"מ מ- $2 \cdot AE$,

$$DC = 2 \cdot AE + 2 = 2 \cdot 3x + 2 \rightarrow DC = 6x + 2$$

תשובה: $DC = 6x + 2$

ב. לפי נוסחת שטח טרפז: $S_{ABCD} = \frac{(DC + AB) \cdot AE}{2}$

נפתור את המשוואה המתאימה:

$$48 = \frac{(6x + 2 + x) \cdot 3x}{2} \quad / \cdot 2$$

$$96 = (7x + 2) \cdot 3x$$

$$96 = 21x^2 + 6x$$

$$0 = 21x^2 + 6x - 96$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 90}{42}$$

$$x_1 = \frac{-6 + 90}{42} = \frac{84}{42} = 2$$

$$x_2 = \frac{-6 - 90}{42} = \frac{-96}{42} < 0$$

$$\boxed{x = 2} \quad \leftarrow x > 0$$

תשובה: האורך של הבסיס AB הוא 2 ס"מ.

$$S_{ABCD} = \frac{(14 + 2) \cdot 6}{2} = 48 \quad \text{בדיקה:}$$

$$f(x) = x + \frac{1}{x-3} \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

א. תחום ההגדרה הוא $x \neq 3$, כי עבור $x = 3$ המכנה מתאפס.

תשובה: $x \neq 3$

ב. נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ושיעור ה- y שלה הוא 1.

$$1 = x + \frac{1}{x-3} \quad / \cdot (x-3)$$

$$x-3 = x(x-3)+1$$

$$x-3 = x^2 - 3x + 1$$

$$0 = x^2 - 4x + 4$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2$$

תשובה: שיעור ה- x של הנקודה A הוא 2.

ג. נמצא את שיפוע המשיק בנקודה $A(2, 1)$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-3)^2}$$

$$f'(2) = 1 - \frac{1}{(2-3)^2} = 1 - 1 = 0$$

ולכן משוואת המשיק, ששיפועו 0, היא פונקציה קבועה: $y = 1$

תשובה: $y = 1$

ד. נמצא את נקודות הקיצון ואת סוגן :

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-3)^2}$$

$$0 = 1 - \frac{1}{(x-3)^2} \rightarrow 0 = (x-3)^2 - 1$$

$$0 = (x-3)(x-3) - 1 \rightarrow 0 = x^2 - 3x - 3x + 9 - 1$$

$$0 = x^2 - 6x + 8 \rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow y = 4 + \frac{1}{4-3} = 5 \rightarrow \boxed{(4, 5)}$$

$$x_2 = \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow \boxed{A(2, 1)}$$

נבנה טבלה לדיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה

$$f'(1.5) = 1 - \frac{1}{(1.5-3)^2} > 0, \quad f'(2.5) = 1 - \frac{1}{(2.5-3)^2} < 0$$

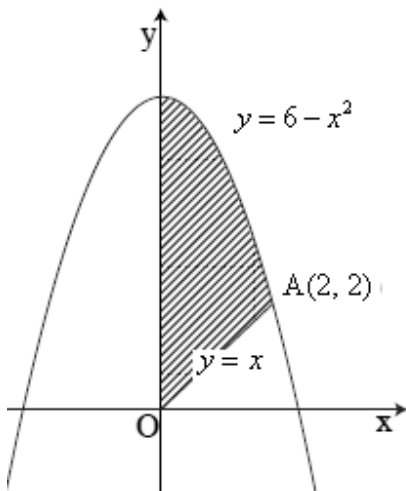
$$f'(3.5) = 1 - \frac{1}{(3.5-3)^2} < 0, \quad f'(4.5) = 1 - \frac{1}{(4.5-3)^2} > 0$$

1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	x
+	0	-		-	0	+	y'
↖	Max	↘		↘	Min	↖	מסקנה

ב- $x = 2$ עוברים מעלייה לירידה ולכן מקסימום .

ב- $x = 4$ עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום .

תשובה: (2,1) מקסימום , (4,5) מינימום.



א. נתונה הפונקציה $y = 6 - x^2$.

נתון כי שיעור ה- y של הנקודה A שווה לשיעור ה- x שלה.

(1) נציב x במקום y בתבנית הפונקציה

$$x = 6 - x^2$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad x_2 = \frac{-1-5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

כיוון שנקודה A נמצאת ברביע הראשון, הרי שיעוריה הם $A(2, 2)$.

תשובה: $A(2, 2)$

(2) נמצא את המשוואה של הישר OA , כאשר $O(0, 0)$

$$m_{OA} = \frac{2-0}{2-0} = \frac{2}{2} = 1$$

$$m_{OA} = 1, O(0, 0)$$

$$y - 0 = 1(x - 0)$$

$$y = x$$

תשובה: משוואת הישר OA היא $y = x$

ב. נחשב את השטח המקווקו

$$S = \int_0^2 (6 - x^2 - x) dx$$

$$S = \left[6x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_0^2$$

$$S = \left(6 \cdot 2 - \frac{2^3}{3} - \frac{2^2}{2} \right) - \left(6 \cdot 0 - \frac{0^3}{3} - \frac{0^2}{2} \right)$$

$$S = 7\frac{1}{3} - (0) \rightarrow \boxed{S = 7\frac{1}{3}}$$

תשובה: $7\frac{1}{3}$ יח"ר.

S	
$y = 6 - x^2$	פונקציה עליונה
$y = x$	פונקציה תחתונה
$x = 2$	x גדול
$x = 0$	x קטן

א. נתון כי $x, y > 0$ כאשר $xy = 75$, כלומר $y = \frac{75}{x}$

הפונקציה שיש להביא לאינזימאט היא הסכום $3x + y$.

$$f(x) = 3x + \frac{75}{x}$$

$$f'(x) = 3 - \frac{75}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 75}{x^2}$$

$$0 = \frac{3x^2 - 75}{x^2} \quad / \cdot x^2$$

$$0 = 3x^2 - 75$$

$$-3x^2 = -75 \quad / : (-3)$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5 \quad \leftarrow x > 0$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(4) = 3 \cdot 4^2 - 75 < 0, \quad f'(6) = 3 \cdot 6^2 - 75 > 0$$

0	4	5	6	x
	-	0	+	y'
	↘	Min	↗	מסקנה

ב- $x = 5$ עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום, כאשר $y = \frac{75}{5} = 15$

תשובה: $x = 5, y = 15$, עבורם הסכום $3x + y$ הוא מינימלי.

ב. הסכום המינימלי הוא $3 \cdot 5 + 15 = 30$

תשובה: הערך המינימלי של הסכום הוא 30.