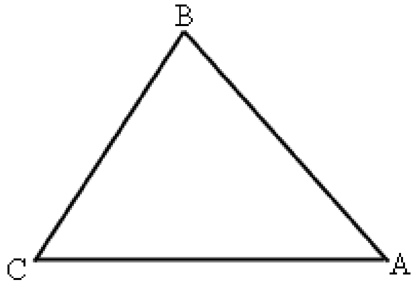


א. נשתמש במשפט הסינוסים

נתון: $\frac{\text{AB}}{R}=\sqrt{3}$

$\underline{\Delta\text{ABC}}$

$\frac{\text{AB}}{\sin\angle\text{C}}=2R$

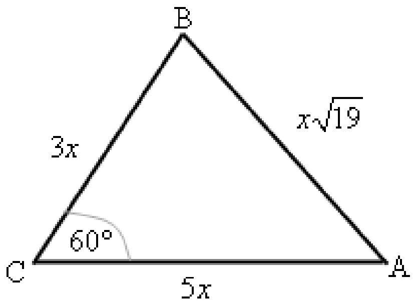
$\frac{\text{AB}}{R}=2\sin\angle\text{C}$

$\sqrt{3}=2\sin\angle\text{C}$

$\sin\angle\text{C}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\boxed{\angle\text{C}=60°} \leftarrow \quad 0°<\angle\text{C}<90°$

תשובה: $\angle\text{C}=60°$.



ב. נתון גם: $\frac{\text{BC}}{\text{AC}}=\frac{3}{5}$ **ובהתאם נסמן:** $\text{BC}=3x,\quad \text{AC}=5x$

נשתמש במשפט הקוסינוסים

$\underline{\Delta\text{ABC}}$

$(\text{AB})^2=(\text{BC})^2+(\text{AC})^2-2\text{BC}\cdot\text{AC}\cdot\cos\angle\text{C}$

$(\text{AB})^2=(5x)^2+(3x)^2-2\cdot5x\cdot3x\cdot\cos60°$

$(\text{AB})^2=19x^2$

$\boxed{\text{AB}=x\sqrt{19}}$

נשתמש במשפט הסינוסים

$\underline{\Delta\text{ABC}}$

$\frac{\text{AB}}{\sin\angle\text{C}}=\frac{\text{AC}}{\sin\angle\text{B}}$

$\frac{x\sqrt{19}}{\sin60°}=\frac{5x}{\sin\angle\text{B}} \quad /:x\neq0$

$\sin\angle\text{B}=\frac{5\sin60°}{\sqrt{19}}$

$\boxed{\angle\text{B}=83.41°} \leftarrow \quad 0°<\angle\text{B}<90°$

תשובה: $\angle\text{B}=83.41°$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\tan x-2x$ **בתחום** $0\le x\le p$

נמצא את תחום ההגדרה, לאור קיום פונקצית ה- $\tan$ **:** $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$

$0\ne\cos x$

$\boxed{x\ne\frac{p}{2}+pk}$

k	$x=\frac{p}{2}+pk$
0	$\frac{p}{2}$

עבור שיעורי x **אלה יתאפס מכנה הביטוי** $\dfrac{\sin x}{\cos x}$ **ולא המונה.**

לכן ערכי הפונקציה שואפים לישר: $x=\dfrac{p}{2}$ **שהוא אסימפטוטה האנכית**

תשובה: תחום ההגדרה: $\frac{p}{2}<x\le p$ **או** $0\le x<\frac{p}{2}$ **, אסימפטוטה אנכית** $x=\frac{p}{2}$

ב. נקודות קצה: $f(p)=\tan p-2\cdot p=-2p\quad\to(p,-2p)$, $f(0)=\tan 0-2\cdot 0=0\quad\to(0,0)$

$$f'(x)=\frac{1}{\cos^2 x}-2$$

$$f'(x)=\frac{1-2\cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-\cos 2x}{\cos^2 x}}$$

$$0=-\cos 2x$$

$$2x=\frac{p}{2}+2pk$$

$$x=\frac{p}{4}+pk\qquad x=-\frac{p}{4}+pk$$

k	$x=-\frac{p}{4}+pk$	$x=\frac{p}{4}+pk$
0	-	$x=\frac{p}{4}$
1	$x=\frac{3p}{4}$	-

$$f(\frac{p}{4})=\tan\frac{p}{4}-2\cdot\frac{p}{4}=-0.571\quad\to(\frac{p}{4},-0.571)$$

$$f(\frac{3p}{4})=\tan(\frac{3p}{4})-2\cdot(\frac{3p}{4})=-5.419\quad\to(\frac{3p}{4},-5.712)$$

נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה,

בעזרת ערכי הפונקציה והנגזרת (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(-\frac{\pi}{3})=\frac{-\cos 2(-\frac{\pi}{3})}{\cos^2(-\frac{\pi}{3})}>0,\quad f'(\frac{2\pi}{3})=\frac{-\cos 2(\frac{2\pi}{3})}{\cos^2(-\frac{\pi}{3})}>0$$

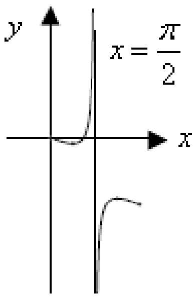
x	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{4}$		π
$f(x)$	0		-2.571				-5.712		-2π
$f'(x)$									
מסקנה		↘		↗		↗		↘	

תשובה:

עלייה: $\frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{4}$ **או** $-\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{2}$

ירידה: $\frac{3\pi}{4}<x<\pi$ **או** $0<x<\frac{\pi}{4}$

ג. הסקיצה המתאימה



א. (1) $f(x)=\sqrt{x+k}$

<u>תחום הגדרה</u>

$x+k\ge 0$

$\boxed{x\ge -k}$

$h(x)=\dfrac{\sqrt{x+k}}{x}$

<u>תחום הגדרה</u>

$x\ge -k,\quad x\ne 0$

$g(x)=x\sqrt{x+k}$

<u>תחום הגדרה</u>

$x\ge -k$

(2) שלושת הגרפים חותכים את ציר ה- x **, בחלקו השלילי, עבור** $x=-k$ **ולכן גם** $k>0$ **תשובה:** $x=-k$

ב. $f(x)=\sqrt{x+k}$ **חותך את ציר ה-** y **בנקודה** $(0,\sqrt{k})$

על פי נוסחת מרחק בין שתי נקודות:

$$\sqrt{6}=\sqrt{(0+k)^2+(\sqrt{k}-0)^2}$$

$$6=k^2+k$$

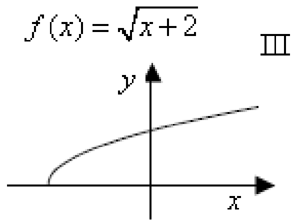
$$k^2+k-6=0$$

$$(k+3)(k-2)=0$$

$$\boxed{k=2}\quad \cancel{k=-3}\quad \leftarrow k>0$$

תשובה: $k=2$

ג. בציור מוצגים שלושה גרפים , I **,** II III **, שהם הגרפים של הפונקציות** $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$

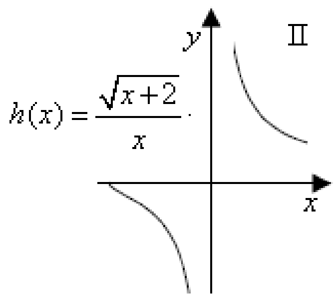


מתאים ל- $f(x)=\sqrt{x+2}$

כי $f(x)=\sqrt{x+2}\ge 0$

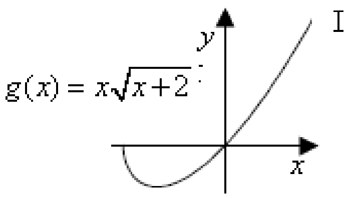
והפונקציה אי-שלילית

בתחום ההגדרה



מתאים ל- $h(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x}$

כי לא מוגדרת עבור $x=0$



מתאים ל- $g(x)=x\sqrt{x+2}$

כי $g(x)>0$ **עבור** $x>0$

וגם $g(x)<0$ **עבור** $x<0$

ד. (1)

$$\boxed{h(x)=\frac{\sqrt{x+2}}{x}}\ \rightarrow h'(x)=\frac{\frac{x}{2\sqrt{x+2}}-\sqrt{x+2}}{x^2}\ \rightarrow h'(x)=\frac{\frac{x-2(x+2)}{2\sqrt{x+2}}}{x^2}\ \rightarrow \boxed{h'(x)=\frac{-x-4}{2x^2\sqrt{x+2}}}$$

תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x\ge -2,\quad x\ne 0$ **,**

כאשר הנגזרת מתאפסת עבור $x=-4$ **שלא בתחום ההגדרה.**

$h'(1)=\frac{-5}{+}<0,\quad h'(-3)=\frac{-1}{+}<0,$ **ולכן <u>הנגזרת שלילית בתחום ההגדרה</u>** $x\ge -2,\quad x\ne 0$

(2) תשובה: הפונקציה יורדת עבור: $x>0$ **או** $-2<x<0$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\ln^3 x+\ln^2 x-2\ln x$.

תשובה: תחום ההגדרה $x>0$

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=\ln^3 x+\ln^2 x-2\ln x$$

$$0=\ln x(\ln^2 x+\ln x-2)$$

$$\ln x=0 \quad (\ln x+2)(\ln x-1)=0$$

$$x=e^0 \qquad x=e^{-2} \qquad x=e^1$$

$$x=1 \qquad x=\frac{1}{e^2} \qquad x=e$$

$$\boxed{(1,0)} \qquad \boxed{(\frac{1}{e^2},0)} \qquad \boxed{(e,0)}$$

תשובה: $(1,0)$ **,** $(\frac{1}{e^2},0)$ **,** $(e,0)$

ג. נמצא נקודות קיצון וסוגן

$$f'(x)=\frac{3\ln^2 x}{x}+\frac{2\ln x}{x}-\frac{2}{x} \rightarrow \boxed{\frac{3\ln^2 x+2\ln x-2}{x}}$$

$$0=3\ln^2 x+2\ln x-2 \rightarrow (\ln x)_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{28}}{6}$$

$$\ln x=0.5486 \quad x=1.73$$

$$\ln x=-1.2152 \quad x=0.30$$

$$f(1.73)=\ln^3 1.73+\ln^2 1.73-2\ln 1.73=-0.63$$

$$f(0.3)=\ln^3 0.3+\ln^2 0.3-2\ln 0.3=2.11$$

נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה,

בעזרת ערכי הפונקציה

x	0	$\frac{1}{e^2}$	0.3	1	1.73	e
$f(x)$		0	2.11	0	–0.63	0
$f'(x)$			0		0	
מסקנה		↗	Max	↘	Min	↗

תשובה:

מקסימום: $x=0.3$

מינימום: $x=1.73$

ד. (1) תחום ההגדרה של $f'(x)$ **הוא** $x>0$

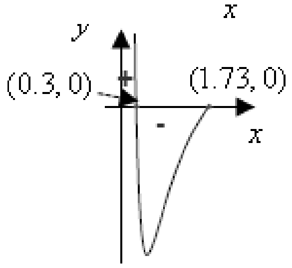
(2) $f'(x)>0$ **כאשר** $f(x)$ **עולה .** $f'(x)<0$ **כאשר** $f(x)$ **יורדת**

תשובה: $f'(x)$ **חיובית עבור** $x>1.73$ **או** $0<x<0.3$

$f'(x)$ **שלילית עבור** $0.3<x<1.73$

(3) הסקיצה המתאימה

$$f'(x)=\frac{3\ell n^2 x+2\ell n x-2}{x}$$



א. נתונה הפונקציה $y=e^{2x}-2$

$\boxed{y'=2e^{2x}}$

נגזרת הפונקציה חיובית לכל x

תשובה: עלייה – כל x **, ירידה – אף** x **.**

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$0=e^{2x}-2$

$e^{2x}=2$

$2x=\ln 2$

$x=0.5\ln 2$

$\boxed{(\ln\sqrt{2},\,0)}$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$

$y=e^{2\cdot 0}-2=-1$

$\boxed{(0,-1)}$

תשובה: $(\ln\sqrt{2},\,0)$ **,** $(0,-1)$

ג.

$$S=\int_0^{\ln\sqrt{2}}(0-(e^{2x}-2))dx$$

$$S=\int_0^{\ln\sqrt{2}}(-e^{2x}+2)dx$$

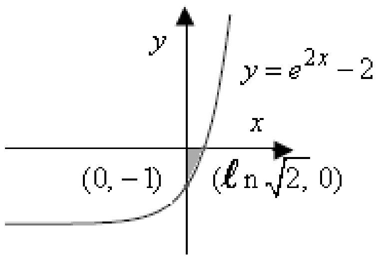
$$S=-\frac{e^{2x}}{2}+2x\Big]_0^{\ln\sqrt{2}}$$

$$S=(-\frac{e^{2\ln\sqrt{2}}}{2}+2\ln\sqrt{2})-(-\frac{e^{2\cdot 0}}{2}+2\cdot 0)$$

$$S=(\ln 2-1)-(-0.5)$$

$$\boxed{S=\ln 2-0.5=0.1931}$$

הסקיצה המתאימה



תשובה: גודל השטח הוא $\ln 2-0.5=0.1931$ **יח"ר.**