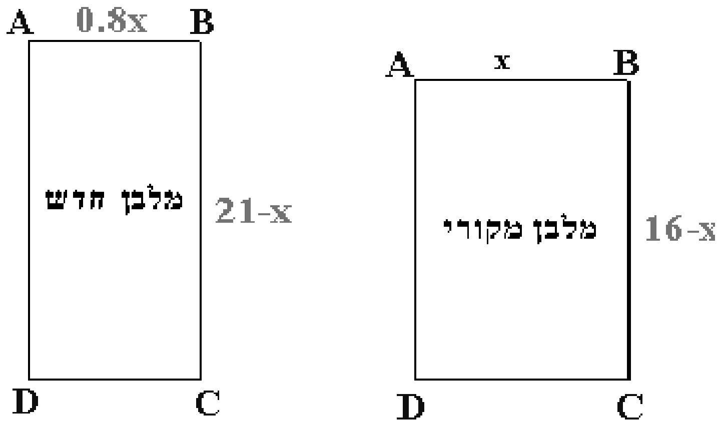
נעלה את הנתונים על המלבן המקורי והחדש ונסביר:



נתון: $AB+BC=16$ **ס"מ , כאשר** AB **מסומן ב-** x **.**

$$x+BC=16$$
$$BC=16-x$$

הגדילו את אורך הצלע BC **ב-** 5 **ס"מ**

$$BC=16-x+5$$
$$BC=21-x$$

הקטינו את אורך הצלע AB **ב-** 20% **,**

כלומר הגיעה ל- 80% **מגודלה המקורי**

$$80\%x=\frac{80}{100}x=0.8x$$
$$AB=0.8x$$

קיבלו מלבן חדש ששטחו 72 **סמ"ר**

שטח מלבן שווה למכפלת האורך ברוחב:

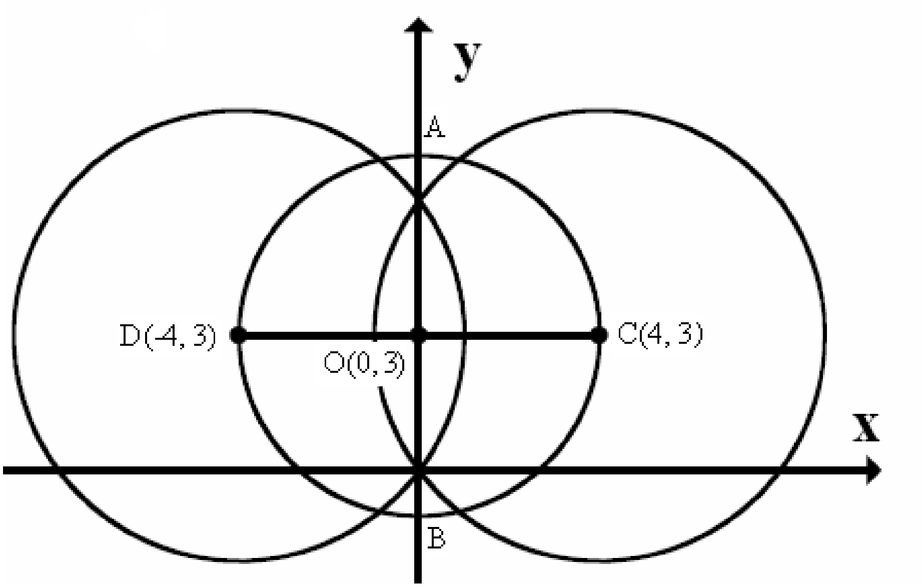
$$0.8x(21-x)=72$$
$$16.8x-0.8x^2=72$$
$$0=0.8x^2-16.8x+72$$
$$x_{1,2}=\frac{16.8\pm7.2}{1.6}$$
$$x_1=\frac{16.8+7.2}{1.6}=\frac{24}{1.6}=15$$
$$x_{1,2}=\frac{16.8-7.2}{1.6}=\frac{9.6}{1.6}=6$$

שתי התשובות הן בתחום האפשרי של הבעיה.

נכתב ע"י עפר ילין

תשובה: אורך הצלע AB הוא 15 ס"מ, או 6 ס"מ

נביא את הסרטוט המתאים והסברים בהמשך.



א. המעגל עובר בראשית הצירים $(0,0)$

נציב $(0,0)$ **במשוואת המעגל** $(x+k)^2+(y-3)^2=25$

$$(0+k)^2+(0-3)^2=25$$
$$\Leftrightarrow k^2+9=25$$
$$\Leftrightarrow k^2=16$$
$$\Leftrightarrow \boxed{k=\pm 4}$$

ב. בהתאם, שיעורי מרכזי המעגלים הם : $C(4, 3), D(-4, 3)$

מכיוון ושיעורי ה- y **זהים, הרי שהמרחק הוא** $8=(-4)-4$

ג. מרכז המעגל החדש הוא אמצע הקוטר CD

נמצא את שיעור ה- x **, באמצעות נוסחת אמצע קטע**

$$x_O=\frac{4+(-4)}{2}=0$$

כלומר, שיעורי מרכז המעגל החדש הם $O(0,3)$

רדיוס מעגל הוא 4 **, חצי מהקוטר (** 8 **)**

ומשוואת המעגל החדש היא: $x^2+(y-3)^2=16$

ד. מכיוון ומרכז המעגל על ציר ה- y **, הרי שהקטע** AB **הוא קוטר**

ולכן אורכו 8

א. נתונה הפונקציה $\boxed{f(x)=2\sqrt{x}-x}$ **.**

תחום ההגדרה: $x \geq 0$ **(ביטוי בתוך השורש אי-שלילי)**

ב. נמצא את שיעורי הנקודה שבה נגזרת הפונקציה מתאפסת

$$f'(x)=\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{x}}-1$$

$$\boxed{y'=\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}}$$

$$0=\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \quad \to 0=1-\sqrt{x} \quad \to \sqrt{x}=1 \quad \to x=1$$

$$y(1)=2\sqrt{1}-1=1$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(0.5)=1-\sqrt{0.5}>0, \quad f'(4)=1-\sqrt{4}<0$$

x	4	1	0.5	0
y'	-	0	+	
מסקנה	↘	**Max**	↗	

בנקודה שבה $x=1$ **עוברים מעליה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום.**

תשובה: $(1,1)$ **מקסימום.**

ג. נציב $x=0$ **בפונקציה** $f(0)=2\sqrt{0}-0=0$ **ולכן עוברת ב-** $(0,0)$

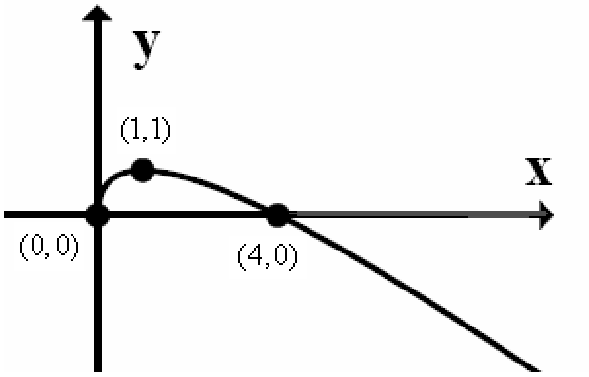
נציב $x=4$ **בפונקציה** $f(4)=2\sqrt{4}-4=0$ **ולכן עוברת ב-** $(4,0)$

ד. <u>הסקיצה המתאימה</u>

נכין טבלת ערכים קטנה, שתעזור גם לציור הסקיצה (בסיוע מחשבון)

הטבלה גם מאששת את היות נקודת הקיצון מקסימום!

0	1	4	1000	x
0	1	0	-937	y



ה. הפונקציה שלילית כאשר $x>4$

(גרף הפונקציה מתחת לציר ה- x והיא מקבלת ערכים שליליים)

א. נמצא את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך

$$\begin{cases} y=-x^2+18 \\ y=x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x^2=-x^2+18$$

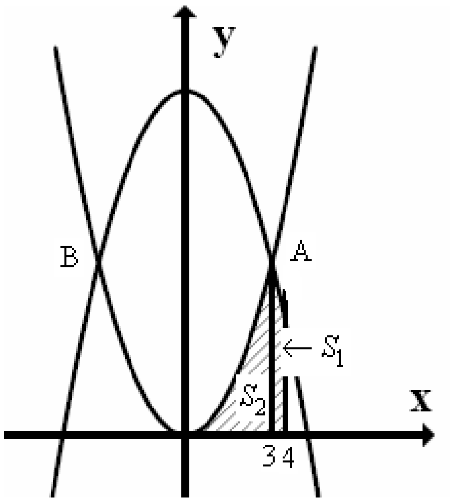
$$\Leftrightarrow 2x^2=18$$

$$\Leftrightarrow x^2=9$$

$$\Leftrightarrow x=\pm 3$$

לכן, על פי הציור, $x_A=3$ **, ו-** $x_B=-3$

ב. נחלק את השטח המבוקש לשני שטחים, כמסומן בציור הבא:



נכין טבלה לסיוע בחישוב השטחים

	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$y=-x^2+18$	$y=x^2$
פונקציה תחתונה	$y=0$	$y=0$
x **גדול**	$x=4$	$x_A=3$
x **קטן**	$x_A=3$	$x_O=0$

נחשב את שני השטחים ולאחר מכן נחבר את התוצאות

$$S_1=\int_3^4(-x^2+18-0)dx=-\frac{x^3}{3}+18x\Big]_3^4=$$

$$=(\frac{4^3}{3}+18\cdot 4)-(\frac{3^3}{3}+18\cdot 3)=(50\frac{2}{3})-(45)=5\frac{2}{3}$$

$$S_2=\int_0^3(x^2-0)dx=\frac{x^3}{3}\Big]_0^3=(\frac{3^3}{3})-(\frac{0^3}{3})=(9)-(0)=9$$

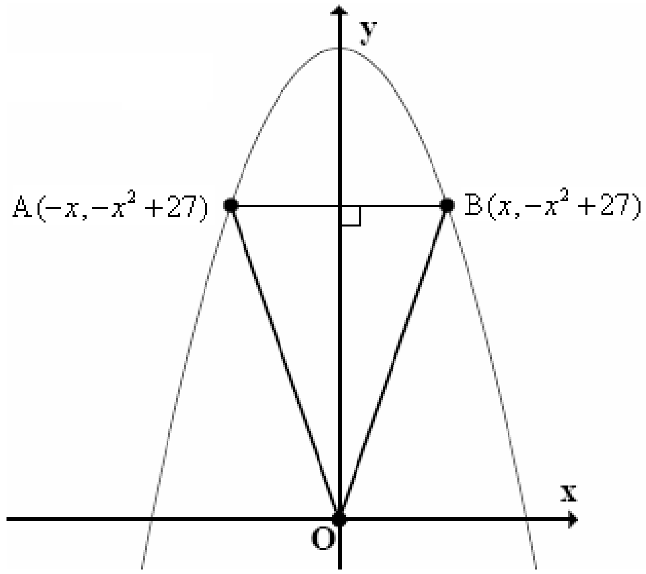
$$S=S_1+S_2=5\frac{2}{3}+9=14\frac{2}{3}$$

גודל השטח המקווקו הוא $14\frac{2}{3}$

א. שיעורי הנקודה B **הנמצאת על גרף הפרבולה הם** $B(x,-x^2+27)$.

הפרבולה סימטרית לציר ה- y **(** x **קודקוד שווה לאפס)**

כך שאורך הצלע AB **הוא** $2x$ **ואורך הגובה לצלע זו** OB **הוא** $-x^2+27$.



שטח משולש AOB

$$S=\frac{2x(-x^2+27)}{2}$$

$$\boxed{S_{\Delta ABO}=-x^3+27x}$$

ב. נמצא את נקודת הקיצון

$$\boxed{f(x)=-x^3+27x}$$

$$\boxed{f'(x)=-3x^2+27}$$

$$0=-3x^2+27 \quad \rightarrow 3x^2=27 \quad \rightarrow x^2=9 \rightarrow x=\pm 3$$

נתון, על-פי הציור, כי B **היא נקודה על הפרבולה ברביע הראשון**

לכן $x_B=3$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$f'(2)=-3\cdot 2^2+27>0, \quad f'(4)=-3\cdot 4^2+27<0$$

2	3	4	x
-	0	+	y'
↗	**Max**	↘	**מסקנה**

תשובה: $x=3$ **יביא את שטח משולש** AOB **למקסימום**

נכתב ע"י עפר ילין