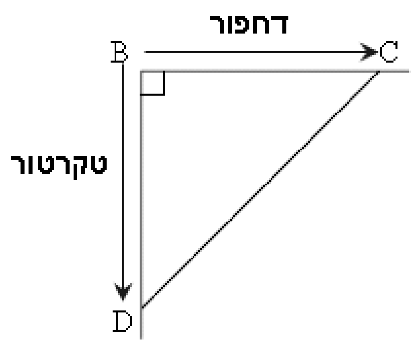
א. נשים לב שהציור מראה משולש ישר זווית.



נסמן ב- x **(שעות) את זמן הנסיעה של הדחפור.**

בהתאם, זמן נסיעת הטרקטור $x+2$ **.**

$s=vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נשלים את הנתונים בטבלה.

משתתפים	זמן t שעות	מהירות v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
הדחפור	x	4.5	$4.5x$
הטרקטור	$x+2$	3	$3(x+2)$

המרחקים שעברו כלי הרכב שווים –

על פי הנתון: הנקודות C **ו-** D **נמצאות במרחקים שווים מ-** B **.**

לכן המשוואה המתאימה: $4.5x=3(x+2)$

נפתור את המשוואה:

$$4.5x=3(x+2)$$
$$4.5x=3x+6$$
$$1.5x=6 \quad /:4$$
$$\boxed{x=4}$$

כלומר, הדחפור נסע במשך 4 **שעות.**

מכיוון שיצא בשעה 8^{00}**, הרי שעצר בשעה** 12^{00}

תשובה: הדחפור עצר בנקודה C **בשעה** 12^{00}**.**

ב. נמצא את המרחק DC **באמצעות משפט פיתגורס.**

הדחפור נסע במשך 4 **שעות, במהירות של** 4.5**,**

כלומר המרחק BD **שווה ל:** $4 \cdot 4.5 = 18$ **ק"מ,**

שזה גם המרחק BC

$$\underline{\Delta BCD}$$

$$CD^2 = BD^2 + BC^2$$

$$CD^2 = 18^2 + 18^2$$

$$CD^2 = 648$$

$$CD = \sqrt{648}$$

$$\boxed{CD = 25.46}$$

תשובה: המרחק שבין הטרקטור לדחפור (DC**)**

שווה ל- 25.46 **ק"מ**

א. משוואת AC **היא** $y=\frac{4}{3}x+1$

נקודה A **על ציר ה-** y **, לכן נציב** $x=0$ **ונקבל:** $A(0,1)$

משוואת DB **היא** $y=-\frac{4}{3}x+9$

נקודה D **על ציר ה-** y **, לכן נציב** $x=0$ **ונקבל:** $D(0,9)$

מרכז המעגל הוא מפגש הקטרים:

$$\begin{cases} y=\frac{4}{3}x+1 \\ y=-\frac{4}{3}x+9 \end{cases}$$

$$\frac{4}{3}x+1=-\frac{4}{3}x+9 \quad /\cdot 3$$

$$4x+3=-4x+27$$

$$8x=24 \quad /:8$$

$$x=3 \quad \rightarrow y=\frac{4}{3}\cdot 3+1=5$$

ולכן שיעורי מרכז המעגל $M(3,5)$

תשובה: $A(0,1)$ **,** $D(0,9)$ **,** $M(3,5)$

ב. שיעורי מרכז המעגל $M(3,5)$ **, לכן**

משוואת המעגל היא: $(x-3)^2+(y-5)^2=R^2$

נציב את $A(0,1)$ **למציאת ריבוע הרדיוס, הפרמטר החסר.**

$$(0-3)^2+(1-5)^2=R^2 \quad \rightarrow R^2=25$$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-3)^2+(y-5)^2=25$

ג. נשתמש בנוסחת אמצע קטע, מרכז המעגל הוא אמצע הקוטר,

על מנת ולמצוא את שיעורי הנקודות B **ו-** C

$$x_M = \frac{x_D + x_B}{2} \to 3 = \frac{0 + x_B}{2} \to x_B = 6$$

$$y_M = \frac{y_D + y_B}{2} \to 5 = \frac{9 + y_B}{2} \to y_B = 1$$

ובהתאם: $A(0,1)$ **,** $B(6,1)$ **ו-** AB **מקביל לציר ה-** x **(משוואתו:** $y = 1$ **)**

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \to 3 = \frac{0 + x_C}{2} \to x_C = 6$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} \to 5 = \frac{1 + y_C}{2} \to x_C = 9$$

ובהתאם: $C(6,9)$ **,** $D(0,9)$ **ו-** DC **מקביל לציר ה-** x **(משוואתו:** $y = 9$ **)**

שני הישרים מקבילים לציר ה- x **, שיפועיהם** 0 **.**

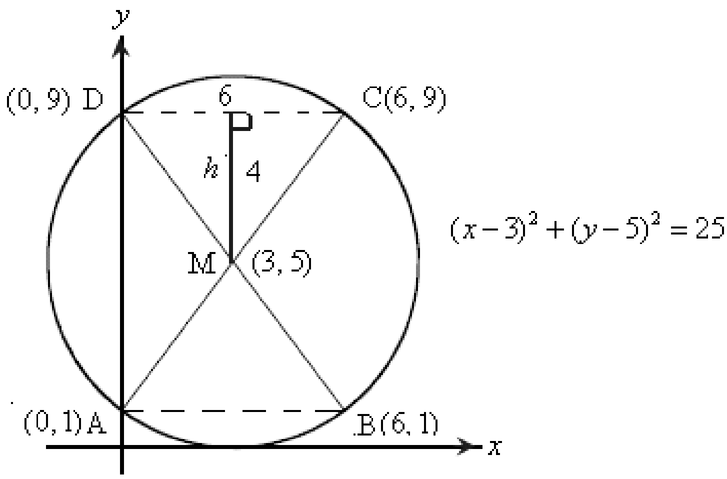
<u>הוכחנו</u>

ד. אורך הצלע DC **הוא** 6 $(6 - 0 = 6)$ **-**

אורך הגובה (h **)ממרכז המעגל לצלע זה הוא** 4 $(9 - 5 = 4)$

שטח המשולש: $S = \frac{DC \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12$

תשובה: שטח המשולש DMC **הוא** 12 **יח"ר**



א. לגרף הפונקציה של $\frac{1}{f(x)}$ **יש מקסימום**

לכן לגרף הפונקציה של $f(x)$ **יש מינימום**

תשובה: ל- $f(x)$ **יש מינימום**

ב. הערך של נקודת הקיצון של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ **הוא** -2

שתי נקודות הקיצון קיימות עבור $x = 3$

לכן, ערך הקיצון של $f(x)$ **עבור אותו** x **הוא:** $\frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

תשובה: שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$ **הם:** $(3, -\frac{1}{2})$

ג. לגרף הפונקציה של $\frac{1}{f(x)}$ **יש אסימפטוטות אנכיות:** $x = 2$ **ו-** $x = 4$

לכן עבור $x = 2$ **ו-** $x = 4$ **הערך של** $f(x)$ **צריך להיות** 0

ובהתאם שיעורי נקודות החיתוך של $f(x)$ **עם ציר ה-**x **הם:** $(4, 0)$ $(2, 0),$

הערך של נקודת החיתוך הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ **עם ציר ה-** y **הוא** 0.25

לכן, הערך של $f(x)$ **עבור אותו** $x = 0$ **הוא:** $\frac{1}{0.25} = 4$

ובהתאם שיעורי נקודות החיתוך של $f(x)$ **עם ציר ה-**y **הם:** $(0, 4)$

תשובה: חיתוך עם ציר ה- x **:** $(4, 0)$ $(2, 0),$

חיתוך עם ציר ה- y **:,** $(0, 4)$

א. נתונות שתי הפונקציות:

$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x+3$$

$$g(x)=\frac{1}{2}x^3$$

נמצא את נקודת החיתוך בין שתי הפונקציות:

$$\begin{cases} f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x+3 \\ g(x)=\frac{1}{2}x^3 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}x^3-3x+3=\frac{1}{2}x^3$$

$$-3x+3=0$$

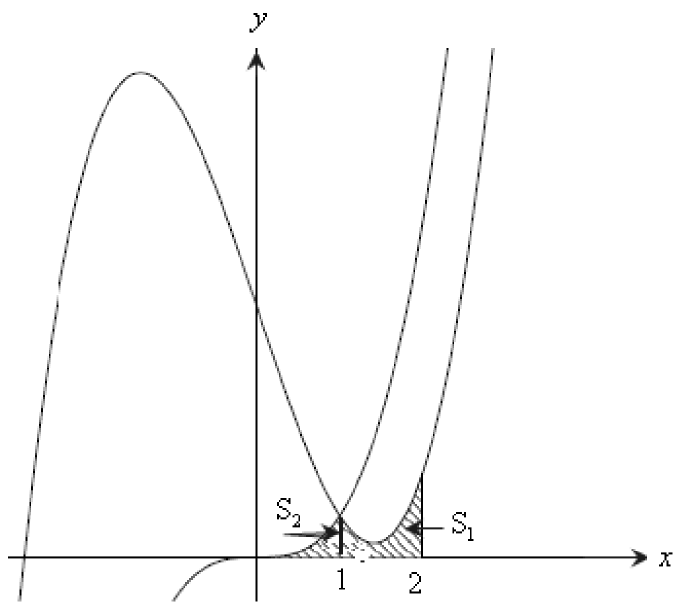
$$-3x=-3 \quad /:(-3)$$

$$x=1 \quad \to y=\frac{1}{2}\cdot 1^3=0.5$$

ובהתאם שיעורי נקודת החיתוך הם $(1,0.5)$

תשובה: $(1,0.5)$

ב. נציג את הציור המתאים והסברים בהמשך:



נחלק את השטח לשני חלקים: S_1 **ו-** S_2**,**

על ידי הורדת אנך מנקודת החיתוך $(1, 0.5)$

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטחים:

	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x+3$	$g(x)=\frac{1}{2}x^3$
פונקציה תחתונה	$y=0$	$y=0$
x **גדול**	$x=2$	$x=1$
x **קטן**	$x=1$	$x=0$

נחשב את S_1

$$S_1=\int_1^2(\frac{1}{2}x^3-3x+3-0)dx$$

$$S_1=\frac{1}{2}\cdot\frac{x^4}{4}-\frac{3x^2}{2}+3x\Big]_1^2=\frac{x^4}{8}-\frac{3x^2}{2}+3x\Big]_1^2$$

$$S_1=(\frac{2^4}{8}-\frac{3\cdot 2^2}{2}+3\cdot 2)-(\frac{1^4}{8}-\frac{3\cdot 1^2}{2}+3\cdot 1)$$

$$S_1=2-1.625$$

$$\boxed{S_1=0.375}$$

נחשב את S_2

$$S_2=\int_0^1(\frac{1}{2}x^3-0)dx$$

$$S_2=\frac{1}{2}\cdot\frac{x^4}{4}\Big]_0^1=\frac{x^4}{8}\Big]_0^1$$

$$S_2=(\frac{1^4}{8})-(\frac{0^4}{8})$$

$$S_2=0.125-0$$

$$\boxed{S_2=0.125}$$

ובהתאם: $S=S_1+S_2=0.375+0.125=0.5$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא 0.5 **יח"ר**

נסמן ב- x את אורך החזית BC ,

ובהתאם לנתון ששטח החלקה 4500 מ"ר

נקבל שאורך צדי החלקה AB ו- CD הם $\frac{4500}{x}$.

10 שקלים למטר

16 שקלים למטר

הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *מחיר התקנת הגדר*

עלות בניית החזית - $16x$ שקלים

עלות בנית צד אחד - $\frac{45,000}{x} = 10 \cdot \frac{4500}{x}$ ושני הצדדים: $\frac{90,000}{x}$ כלומר: $\boxed{f(x) = 16x + \frac{90,000}{x}}$

נמצא את נקודת הקיצון

$$f'(x) = 16 - \frac{90,000}{x^2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{16x^2 - 90,000}{x^2}}$$

$$0 = \frac{16x^2 - 90,000}{x^2}$$

$$0 = 16x^2 - 90,000 \quad \to 16x^2 = 90,000 \quad \to x^2 = 5625 \quad \to x = \pm 75$$

אורך החזית BC , חיובי, לכן BC = 75

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(50) = 16 \cdot 50^2 - 90,000 = -50,000 < 0$$

$$f'(80) = 16 \cdot 80^2 - 90,000 = 12,400 > 0$$

x		75	
y'	+	0	-
מסקנה	↗	**Min**	↘

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום

תשובה: אורך חזית החלקה 75 מ' יביא את מחיר התקנת הגדר למינימום.

א. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 1 + \frac{16}{x}$

תחום ההגדרה של הפונקציה $x \neq 0$

נמצא את נקודת הקיצון

$$y' = 2x - \frac{16}{x^2}$$

$$\boxed{y' = \frac{2x^3 - 16}{x^2}}$$

$$0 = \frac{2x^3 - 16}{x^2}$$

$$0 = 2x^3 - 16$$

$$2x^3 = 16 \quad / : 2$$

$$x^3 = 8$$

$$x = \sqrt[3]{8}$$

$$\boxed{x = 2} \quad y = 2^2 - 1 + \frac{16}{2} \quad \rightarrow \boxed{y = 11}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

ותחומי עלייה וירידה

$$y'(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 16 = -18 < 0$$

$$y'(1) = 2 \cdot 1^3 - 16 = -14 < 0$$

$$y'(3) = 2 \cdot 3^3 - 16 = 38 > 0$$

x	$x > 2$	2	$0 < x < 2$	0	$x < 0$
y'	+	0	-		-
מסקנה	↗	**Min**	↘		↘

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה עבור $x = 2$ **,**

ולכן $(2, 11)$ **נקודת מינימום .**

תשובה: $(2, 11)$ **מינימום**

ב. על פי הטבלה בסעיף הקודם:

עליה: $x > 2$ **, ירידה:** $0 < x < 2$ **או** $x < 0$