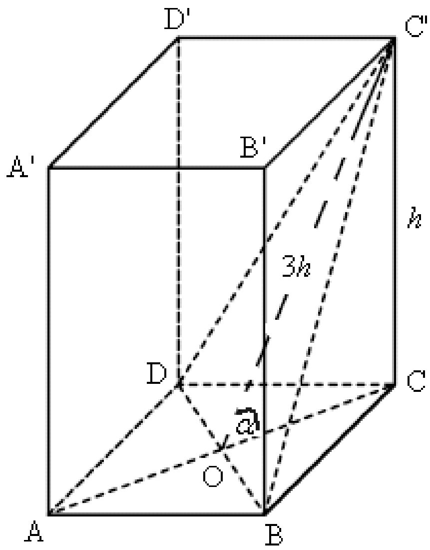
נעלה את הנתונים והפתרונות על תרשים התיבה ונסביר



א. בסיס התיבה הוא ריבוע, שזוויותיו ישרות.

משולש BDC' **שווה שוקיים – אלכסוני התיבה שווים זה לזה,**

כי מקצועות הבסיס שווים זה לזה.

הזווית בין מישור המשולש BDC' **ובין הבסיס** $ABCD$ **היא** a

a **היא הזווית** $\mathbf{R}COC'$ **, זווית בין שני אנכים לישר החיתוך:**

CO **הוא אנך – אלכסוני הריבוע מאונכים זה לזה (וחוצים)**

$C'O$ **הוא אנך – התיכון הוא גובה במש"ש**

משולש COC' **הוא ישר זווית שכן המקצוע הצדדי מאונך לבסיס,**

ולכן לכל ישר העובר דרך עקבו ומונח על הבסיס.

נמצא את אלכסון הבסיס

$\underline{\Delta COC'}$

$$\tan \mathbf{R}COC' = \frac{CC'}{OC}$$

$$\tan a = \frac{h}{OC}$$

$$OC = \frac{h}{\tan a}$$

$$\boxed{AC = \frac{2h}{\tan a}}$$

תשובה: אורך אלכסון הבסיס הוא $\frac{2h}{\tan a}$

ב. נמצא את OC' **גובה המשולש**

$\underline{\Delta COC'}$

$$\sin \mathbf{R}COC' = \frac{CC'}{OC'}$$

$$\sin a = \frac{h}{OC'}$$

$$\boxed{OC' = \frac{h}{\sin a}}$$

נמצא את שטח המשולש BDC'

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{2h}{\tan a} \cdot \frac{h}{\sin a}$$

$$\boxed{S = \frac{h^2}{\tan a \sin a}}$$

תשובה: שטח המשולש BDC' **הוא** $\frac{h^2}{\tan a \sin a}$

ג. נתון כי הגובה ל- DB **במשולש** BDC' **הוא** $3h$

$\underline{\Delta COC'}$

$$\sin \mathbf{R}COC' = \frac{CC'}{OC'}$$

$$\sin a = \frac{h}{3h}$$

$$\sin a = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{a = 19.47^\circ} \quad \leftarrow a < 90^\circ$$

תשובה: $a = 19.47^\circ$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=3-6\sin 2x$ **בתחום** $0\le x\le p$

נציב $f(0)=3-6\sin 2\cdot 0=3$

ולכן $(0,3)$ **חיתוך עם ציר ה-** y

$$0=3-6\sin 2x$$
$$6\sin 2x=3$$
$$\sin 2x=0.5$$

$$2x=\frac{p}{6}+2pk \qquad 2x=\frac{5p}{6}+2pk$$

$$\boxed{x=\frac{p}{12}+pk} \qquad \boxed{x=\frac{5p}{12}+pk}$$

k	$x=\frac{p}{12}+pk$		$x=\frac{5p}{12}+pk$	
0	$x=\frac{p}{12}$	$(\frac{p}{12},0)$		$(\frac{5p}{12},0)$

תשובה: $(0,3)$ **,** $(\frac{p}{12},0)$ **,** $(\frac{5p}{12},0)$

ב. <u>נמצא את נקודות הקיצון המוחלט</u>

הפונקציה מוגדרת בתחום סגור $0\le x\le p$**,**

ולכן נבדוק את ערכי הפונקציה בקצוות,

במטרה לסייע באיתור תחומי העלייה והירידה.

$x=p \;\rightarrow\; f(p)=3-6\sin(2p)=3$ **לכן נקודות הקצה הנן:** $(0,3)$, $(p,3)$

נמצא נקודות קיצון פנימיות:

$$\boxed{f(x)=3-6\sin 2x}$$
$$\boxed{f'(x)=-12\cos 2x}$$
$$0=\cos 2x$$
$$2x=\frac{p}{2}+pk$$
$$\boxed{x=\frac{3p}{4}+\frac{p}{2}k}$$

k	$x=\frac{p}{4}+\frac{p}{2}k$	
0	$x=\frac{p}{4}$	$(\frac{p}{4},-3)$
1	$x=\frac{3p}{4}$	$(\frac{3p}{2},9)$

$$x=\frac{p}{4}\rightarrow f(\frac{p}{4})=3-6\sin(2\cdot\frac{p}{4})=-3$$

$$x=\frac{3p}{4}\rightarrow f(\frac{3p}{4})=3-6\sin(2\cdot\frac{3p}{4})=9$$

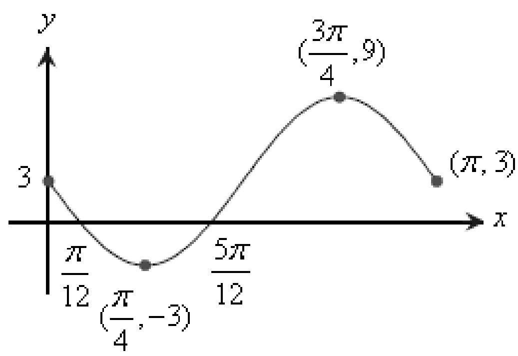
נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (בעזרת ערכי הפונקציה)

0		$\frac{p}{4}$		$\frac{3p}{4}$		p	x
3		-3		9		0	y
Max	↘	**Min**	↗	**Max**	↘	**Min**	**מסקנה**

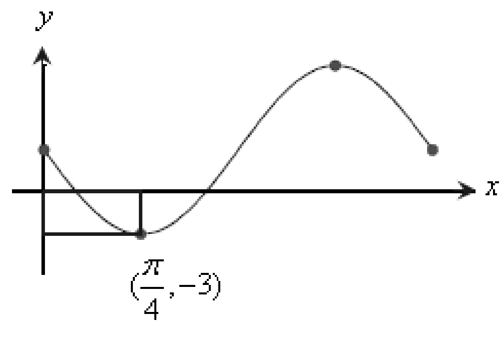
תשובה: $(\frac{3p}{4},9)$ **מקסימום מוחלט ,** $(\frac{p}{4},-3)$ **מינימום מוחלט**

ג. נעלה סקיצה מתאימה, בהתאם לנקודות שקבלנו,

$f(x)=3-6\sin 2x$



ד. <u>**נמצא את שטח המלבן המבוקש**</u>



אורך המלבן: 3 **, רוחב המלבן:** $\frac{p}{4}$ **ושטחו:** $\frac{3p}{4}$

תשובה: שטח המלבן הוא $\frac{3p}{4}$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{5+2x}{4-x^2}$

(1) נמצא את תחום ההגדרה

$$4-x^2\neq 0$$
$$(2-x)(2+x)\neq 0$$
$$x\neq 2,\quad x\neq -2$$

תשובה: $x\neq 2,\quad x\neq -2$

(2) חיתוך עם ציר y $x=0$: $f(0)=\dfrac{5+2\cdot 0}{4-0^2}=1\dfrac{1}{4}$

חיתוך ציר x $y=0$:

$$0=\frac{5+2x}{4-x^2}$$
$$0=5+2x$$
$$x=-2.5$$

תשובה: $(-2.5,0)$ **,** $(0,1.25)$

(3) אסימפטוטות אנכיות:

$x=2,\ \ x=-2$ **מאפסים את המכנה אך לא את מונה הפונקציה.**

אסימפטוטה אופקית: מעלת פולינום מונה (1)

קטנה ממעלת פולינום מכנה (2)**, לכן** $y=0$

תשובה: $x=2,\ \ x=-2$ **,** $y=0$

(4) <u>נקודות קיצון וסוגן</u>

$$\boxed{f(x)=\frac{5+2x}{4-x^2}}$$

$$f'(x)=-\frac{2(4-x^2)+2x(5+2x)}{(4-x^2)^2}$$

$$f'(x)=-\frac{8-2x^2+10x+4x^2}{(4-x^2)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2x^2+10x+8}{(4-x^2)^2}}$$

$$0=2x^2+10x+8$$

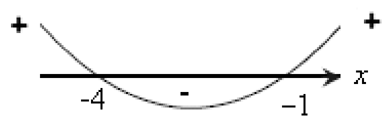
$$x_{1,2}=\frac{-10\pm 6}{4}$$

$$x=-4\rightarrow f(-4)=\frac{5+2\cdot(-4)}{4-(-4)^2}=0.25$$

$$x=-1\rightarrow f(-1)=\frac{5+2\cdot(-1)}{4-(-1)^2}=-1$$

חשודות כנקודות קיצון $(-4,\ 0.25),(-1,\ 1)$

נצייר את סימני הנגזרת (מכנה הנגזרת חיובי)

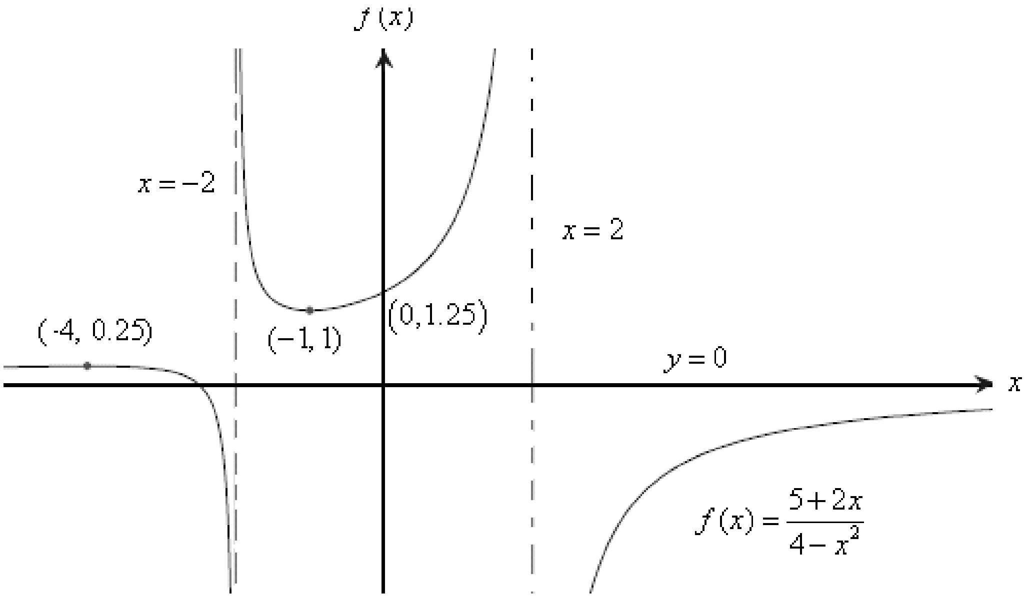


נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה

x		2		-1		-2		-4	
y'	+		+	0	-		-	0	+
מסקנה	↗		↗	**Min**	↘		↘		↗

תשובה: $(-1,1)$ **נקודת מינימום ,** $(-4,\ 0.25)$ **נקודת מקסימום**

ב. **<u>הסקיצה המתאימה</u>**



ג. הישר $f(x)=m$ **המקביל לציר ה-** x **לא חותך את הגרף**

בין נקודות הקיצון, כלומר כאשר $0.25<m<1$

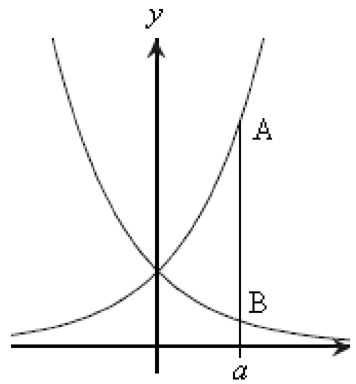
תשובה: $0.25<m<1$

א. $f(x)=e^x$ **היא פונקציה עולה, (המעריך גדל כאשר** x **גדל)**

החותכת את ציר ה- y **בנקודה** $(0,1)$

$g(x)=e^{-x}$ **היא פונקציה יורדת, (המעריך קטן כאשר** x **גדל)**

החותכת את ציר ה- y **בנקודה** $(0,1)$



$\mathrm{AB}=1.5$ **לכן:** $f(x)-g(x)=1.5$

$$e^x-e^{-x}=1.5$$

$$e^x-\frac{1}{e^x}=1.5 \quad \boxed{t=e^x}$$

$$t-\frac{1}{t}=1.5 \quad /\cdot t$$

$$t^2-1=1.5t$$

$$t^2-1.5t-1=0$$

$$t_{1,2}=\frac{1.5\pm 2.5}{2}$$

$$t=-0.5 \quad \rightarrow \cancel{e^x=-0.5} \quad \leftarrow e^x>0$$

$$t=2 \quad \rightarrow e^x=2$$

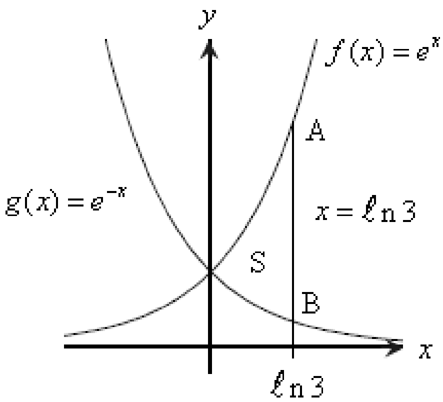
$$\ln e^x=\ln 2$$

$$x\ln e=\ln 2$$

$$\boxed{x=\ln 2}$$

תשובה: $a=\ln 2$

ג. נחשב את השטח המקווקו, המסומן בציור ב- S



נתון כי הישר $x=a$ **הוא הישר** $x=\ln 3$

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח

	S
פונקציה עליונה	$f(x)=e^x$
פונקציה תחתונה	$g(x)=e^{-x}$
x **גדול**	$x=\ln 3$
x **קטן**	$x=0$

$$S=\int_0^{\ln 3}(e^x-e^{-x})dx$$

$$S=e^x+e^{-x}\Big]_0^{\ln 3}=$$

$$S=(e^{\ln 3}+e^{-\ln 3})-(e^0+e^{-0})$$

$$S=(3+\frac{1}{3})-(1+1)\quad\leftarrow e^{-\ln 3}=e^{\ln 3^{-1}}=e^{\ln\frac{1}{3}}$$

$$\boxed{S=1\frac{1}{3}}$$

תשובה: גודל השטח הוא $1\frac{1}{3}$

$f(t) = K \cdot a^t$,

כאשר K **- הכמות ההתחלתית**

a **הוא גורם הגידול,** $f(t)$ **הכמות לאחר זמן** t..

נחשב את גורם הדעיכה, ב- 12 **השנים הראשונות.**

כמות התושבים בעיר קטנה כל שנה ב- 5%.

$\frac{100\%-5\%}{100\%} = 0.95$ **, כלומר** $a = 0.95$

נתון: $t = 12$ **,** $a = 0.95$

נציב בנוסחה

$$f(12) = k \cdot 0.95^{12}$$

נשאיר את החישוב למשוואה הסופית.

נחשב את גורם הגידול, בשנים שלאחר 12 **השנים הראשונות.**

כמות התושבים בעיר גדלה כל שנה ב- 3.8%.

$\frac{100\%+3.8\%}{100\%} = 1.038$ **, כלומר** $a = 1.05$

נתון: $a = 1.038$ **, כמות התחלתית** $k \cdot 0.95^{12}$ **,** $f(t) = k$

נציב בנוסחה

$$k = k \cdot 0.95^{12} \cdot 1.038^t \quad / : k \neq 0$$
$$1 = 0.95^{12} \cdot 1.038^t \quad / : 0.95^{12}$$
$$\frac{1}{0.95^{12}} = 1.038^t$$
$$0.95^{-12} = 1.038^t$$
$$\ln 0.95^{-12} = \ln 1.038^t$$
$$\ln 0.95^{-12} = t \ln 1.038$$
$$t = \frac{\ln 0.95^{-12}}{\ln 1.038}$$
$$\boxed{t = 16.5}$$

כלומר שלאחר 16.5 **נוספות, יחזור מספר התושבים לכמות הראשונית.**

תשובה: לאחר 28.5 **שנים.**