

א. נסמן ב-  $x$  את מספר העפרונות שקנה הסוחר.

לכן, מספר העפרונות שמכר הסוחר הוא  $x-4$ .

נסמן ב-  $y$  את המחיר ששילם הסוחר עבור כל עפרון (ש),

לכן  $y = 1.75y \cdot \frac{100+75}{100}$  הוא המחיר שבו מכר הסוחר את העפרונות (ש)

נכניס את הנתונים לטבלה מתאימה.

סך הכל של התקבולים או התשלומים שווה למחיר כפול כמות.

סך הכול ש	מחיר ליחידה ש	כמות	
$xy$	$y$	$x$	קנייה
$1.75y(x-4)$	$1.75y$	$x-4$	מכירה

(1) הסוחר קנה את העפרונות ב- 80 ש, לכן  $xy = 80$

(2) הסוחר הרוויח 46 ש, לכן  $1.75y(x-4) - xy = 46$

$$\begin{cases} xy = 80 \\ 1.75y(x-4) - xy = 46 \end{cases}$$

$$1.75xy - 6y - xy = 46$$

$$1.75 \cdot 80 - 6y - 80 = 46 \quad \leftarrow xy = 80$$

$$140 - 6y - 80 = 46$$

$$-7y = -14 \quad /: (-7)$$

$$\boxed{y = 2}$$

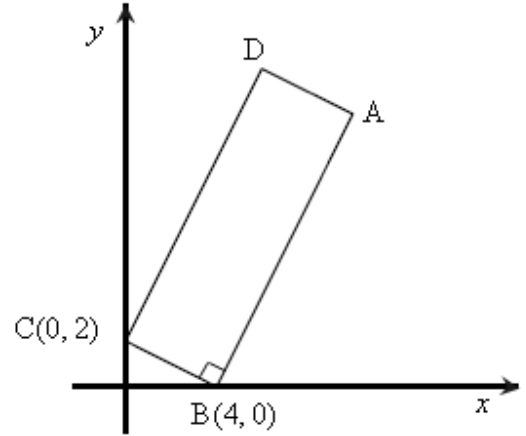
$$x \cdot 2 = 80 \quad /: 2$$

$$\boxed{x = 40}$$

תשובה: הסוחר קנה 40 עפרונות.

ב. תשובה: מחיר הקנייה של כל עפרון הוא 2 ש.

א. נעלה ציור מתאים ונסביר בהמשך



כיוון שצלעות המלבן ניצבות זו לזו -

שיפוע הצלע BC, הוא הופכי לנגדי של שיפוע הצלע AB, שהמשוואה שלה היא  $y = 2x - 8$ .

$$m_{AB} = 2 \rightarrow m_{BC} = -0.5$$

תשובה: שיפוע הצלע BC הוא  $-0.5$ .

ב. קדקוד B של המלבן מונח על ציר ה- $x$

נציב  $y = 0$  במשוואת הצלע AB  $y = 2x - 8$

$$0 = 2x - 8 \rightarrow 8 = 2x \rightarrow x = 4$$

מכאן ששיעורי קדקוד B הם:  $B(4, 0)$

נמצא את משוואת הצלע BC

$$y - 0 = -0.5(x - 4) \rightarrow y = -0.5x + 2$$

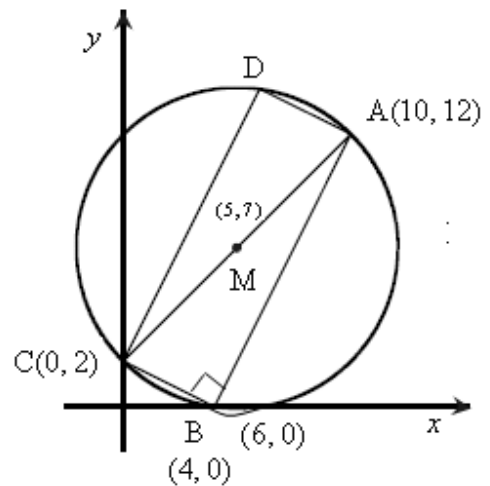
קדקוד C מונח על ציר ה- $y$

נציב  $x = 0$  במשוואת הצלע BC  $y = -0.5x + 2$

מכאן ששיעורי קדקוד C הם:  $C(0, 2)$

תשובה:  $C(0, 2)$ ,  $B(4, 0)$

ג. נעלה ציור מתאים ונסביר בהמשך:



שיעור ה- $x$  של קדקוד  $A$  הוא 10

נציב  $x=10$  במשוואת הצלע  $AB$   $y=2x-8$

$$y = 2 \cdot 10 - 8 \rightarrow y = 12$$

ובהתאם:  $A(10, 12)$

כיוון שזווית  $B$  ישרה, הרי שקוטר המעגל הוא האלכסון  $AC$

(ההיגד כי זה קוטר המעגל נתון בשאלה כהקלה, אך הוא תמיד נכון)

נמצא את שיעורי מרכז המעגל באמצעות נוסחת אמצע קטע:

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{0 + 10}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 + 12}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

ובהתאם שיעורי מרכז המעגל:  $M(5, 7)$ .

$$R^2 = d_{CM}^2 = (0-5)^2 + (2-7)^2 = 50$$

ולכן משוואת המעגל:  $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 50$

נציב  $y=0$  במשוואת המעגל, לקבלת נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- $x$

(אחת מהן נתונה כבר  $B(4, 0)$ )

$$(x-5)^2 + (0-7)^2 = 50$$

$$x^2 - 10x + 25 + 49 = 50$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = 6, \quad x_2 = 4$$

ושיעורי נקודת החיתוך השנייה הם:  $(6, 0)$

תשובה:  $(4, 0)$ ,  $(6, 0)$ .

א. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{x}$

לפונקציה יש מינימום בנקודה שבה  $x = 3$ , כלומר  $f'(3) = 0$

$$f(x) = 2x + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 2 + \frac{a}{2} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)$$

$$f'(x) = 2 - \frac{a}{2x^2}$$

$$0 = 2 - \frac{a}{2 \cdot 3^2} \rightarrow 0 = 2 - \frac{a}{18} \quad / \cdot 18$$

$$0 = 36 - a$$

$$\boxed{a = 36}$$

תשובה:  $a = 36$

ב. נציב  $a = 36$  בתבנית הפונקציה ונקבל

$$f(x) = 2x + \frac{36}{2} \cdot \frac{1}{x}$$

$$\boxed{f(x) = 2x + \frac{18}{x}}$$

נמצא את נקודת ההשקה, בה השיפוע הוא  $-2.5$

$$f'(x) = 2 - \frac{18}{x^2}$$

$$-2.5 = 2 - \frac{18}{x^2}$$

$$\frac{18}{x^2} = 4.5 \quad / \cdot x^2$$

$$18 = 4.5x^2 \quad / : 4.5$$

$$4 = x^2 \rightarrow x = \pm 2$$

כיוון שעל פי הציור נקודה A נמצאת ברביע הראשון,

הרי ש:  $x = 2$

נמצא את ערך הפונקציה עבור  $x = 2$ :  $f(2) = 2 \cdot 2 + \frac{18}{2} = 13$

בהתאם:  $A(2, 13)$ , כאשר השיפוע הוא  $-2.5$  ונמצא את משוואת המשיק:

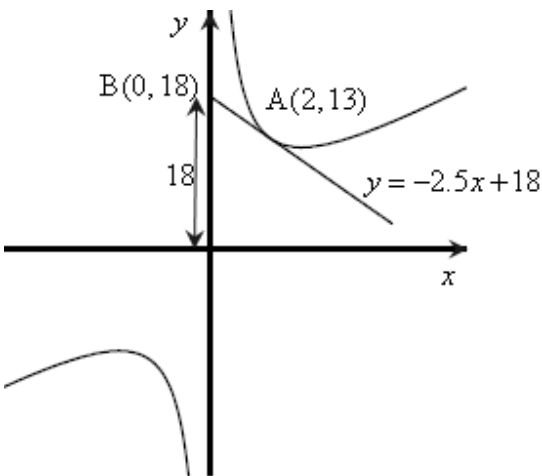
$$y - 13 = -2.5(x - 2)$$

$$y - 13 = -2.5x + 5$$

$$y = -2.5x + 18$$

לכן, שיעורי הנקודה B, הנמצאת על ציר ה- $y$ ,  $B(0, 18)$  ומרחק הנקודה מראשית הצירים הוא 18.

תשובה: מרחק הנקודה מראשית הצירים הוא 18 יחידות.



א הפרבולה  $y = x^2 - 10x + 21$  חותכת את ציר ה- $x$  בנקודות A ו-B.

נציב  $y = 0$  בתבנית הפונקציה:

$$0 = x^2 - 10x + 21$$

$$x_{A,B} = \frac{10 \pm 4}{2}$$

$$x_B = 7 \rightarrow \boxed{B(7, 0)}$$

$$x_A = 3 \rightarrow \boxed{A(3, 0)}$$

תשובה:  $A(3, 0)$ ,  $B(7, 0)$

ב. נמצא את נקודת המינימום

$$\boxed{y' = 2x - 10}$$

$$0 = 2x - 10$$

$$-2x = -10$$

$$x = 5$$

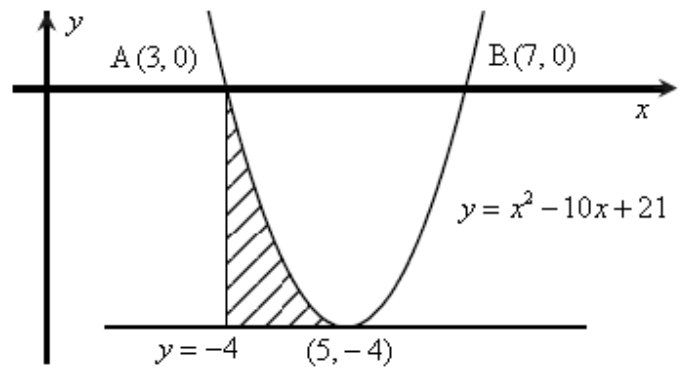
$$y = 5^2 - 10 \cdot 5 + 21 = -4$$

נקודת המינימום היא  $(5, -4)$

משוואת הישר בנקודת קיצון היא של פונקציה קבועה (שיפוע 0), לכן  $y = -4$

תשובה: משוואת המשיק בנקודת המינימום היא  $y = -4$ .

ג.



נכין טבלה לסייע בחישוב השטח:

$y = x^2 - 10x + 21$	פונקציה עליונה
$y = -4$	פונקציה תחתונה
$x = 5$	גדול $x$
$x = 3$	קטן $x$

$$S = \int_3^5 (x^2 - 10x + 21 - (-4)) dx$$

$$S = \int_3^5 (x^2 - 10x + 21 + 4) dx$$

$$S = \int_3^5 (x^2 - 10x + 25) dx$$

$$S = \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{10x^2}{2} + 25x \right]_3^5$$

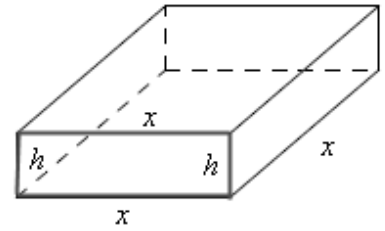
$$S = \left( \frac{5^3}{3} - \frac{10 \cdot 5^2}{2} + 25 \cdot 5 \right) - \left( \frac{3^3}{3} - \frac{10 \cdot 3^2}{2} + 25 \cdot 3 \right)$$

$$S = 41 \frac{2}{3} - 39$$

$$S = 2 \frac{2}{3}$$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא  $2 \frac{2}{3}$  יח"ר.

א. ההיקף של הפאה הצדדית שווה ל- 18 ס"מ  
 כל הפאות זהות (חופפות) כי בסיס התיבה ריבוע



לכן, המשוואה המתאימה:  $x + h + x + h = 18$

נביע באמצעות  $x$  את גובה התיבה  $h$

$$x + h + x + h = 18$$

$$2x + 2h = 18$$

$$2h = 18 - 2x \quad /:2$$

$$\boxed{h = 9 - x}$$

תשובה:  $h = 9 - x$

ב. הפונקציה שיש להביא לאקסטרמום היא נפח התיבה .

$$V = x \cdot x \cdot h$$

$$V = x^2 \cdot (9 - x)$$

$$\boxed{V = 9x^2 - x^3}$$

נמצא את נקודת הקיצון:

$$\boxed{V' = 18x - 3x^2}$$

$$0 = 18x - 3x^2 /:3$$

$$0 = 6x - x^2$$

$$0 = x(6 - x)$$

$$\boxed{x = 6} \quad \leftarrow x > 0$$

אורך צלע של בסיס התיבה חייב להיות חיובי.

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון:

$$V'(5) = 18 \cdot 5 - 3 \cdot 5^2 > 0, \quad V'(7) = 18 \cdot 7 - 3 \cdot 7^2 < 0$$

5	6	7	$x$
+	0	-	$V'$
↗	Max	↘	מסקנה

לכן  $x = 6$  מקסימום.

תשובה: עבור אורך צלע בסיס של 6 ס"מ – נפח התיבה יהיה מקסימלי.

א. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{x} + 3\sqrt{2x}$

בתוך שורש חייב להיות ביטוי אי-שלילי, לכן  $2x \geq 0 \rightarrow x \geq 0$

המכנה אינו יכול להתאפס, לכן  $x \neq 0$

בהתאם: תחום ההגדרה של הפונקציה הוא  $x > 0$

תשובה:  $x > 0$

ב. נמצא את נקודת ההשקה:

$$f(0.5) = \frac{1}{0.5} + 3\sqrt{(2 \cdot 0.5)} = 5$$

ולכן שיעורי נקודת ההשקה הם:  $(0.5, 5)$

נמצא את שיפוע המשיק:

$$f(x) = \frac{1}{x} + 3\sqrt{2x}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{3 \cdot 2}{2\sqrt{2x}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{3}{\sqrt{2x}}$$

$$m = f'(0.5) = -\frac{1}{0.5^2} + \frac{3}{\sqrt{(2 \cdot 0.5)}} = -1$$

נמצא את משוואת המשיק:

$$y - 5 = -1(x - 0.5)$$

$$y - 5 = -x + 0.5$$

$$y = -x + 5.5$$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- $y$  מתקיים  $x = 0$

לכן:  $y = -0 + 5.5 = 5.5$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- $x$  מתקיים  $y = 0$ , לכן:

$$0 = -x + 5.5$$

$$x = 5.5$$

תשובה:  $(0, 5.5)$ ,  $(5.5, 0)$