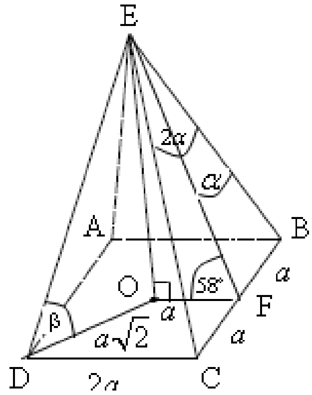
נעלה את הנתונים ודרכי הפתרונות על תרשים הפירמידה ונסביר



א. בסיס הפירמידה הוא ריבוע שכל זוויותיו ישרות.

גובה הפירמידה הישרה יורד למרכז המעגל החוסם – מפגש אלכסוני הריבוע.

O **מפגש אלכסוני הריבוע, החוצים זה את זה,**

F **אמצע הבסיס, לכן** OF **קטע אמצעים ב-** ΔBOD **ו-** $OF = a$ **.**

מקצועות הפירמידה הישרה שווים זה לזה - לכן, ΔEBC **שווה שוקיים**

הזווית EFO **היא הזווית בין הפאה לבסיס,**

כי היא מפגש בין האנך מהפאה EF **לישר החיתוך** BC **(**EF **הוא תיכון במש"ש לכן גם גובה),**

לבין האנך מהבסיס לישר החיתוך BC **(**OF **מקביל ל-**CD **לכן מאונך ל-** BC **).**

נמצא את EF **גובה הפאה**

$\underline{\Delta EOF}$

$$\cos 58° = \frac{a}{EF}$$

$$EF = \frac{a}{\cos 58°}$$

$$\boxed{EO = 1.887a}$$

EF **גובה לבסיס במש"ש לכן גם חוצה זווית הראש**

$\underline{\Delta EBF}$

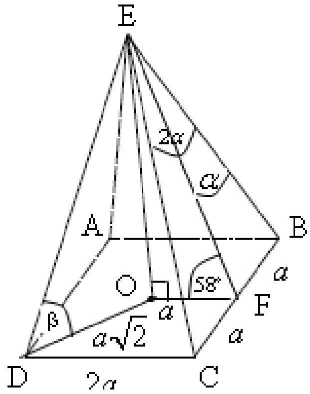
$$\tan a = \frac{BF}{BF}$$

$$\tan a = \frac{a}{1.887a}$$

$$\boxed{a = 27.92°}$$

תשובה: $a = 27.92°$

ב. הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס היא למשל זווית EDO **- מסומנת בציור ב-** b



נמצא את DO **שהוא חצי האלכסון** BD **:**

משפט פיתגורס:

$\underline{\Delta ABD}$

$BD^2 = AD^2 + AB^2$

$BD^2 = (2a)^2 + (2a)^2$

$BD^2 = 4a^2 + 4a^2$

$BD^2 = 8a^2$

$BD = a\sqrt{8}$

$DO = a\frac{\sqrt{8}}{2} = a\frac{2\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{DO = a\sqrt{2}}$

נמצא את גובה הפירמידה:

$\underline{\Delta EOF}$

$\tan 58° = \frac{EO}{a}$

$a \tan 58° = EO$

$\boxed{EO = 1.6a}$

נמצא את הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס:

$\underline{\Delta EDO}$

$\tan b = \frac{EO}{DO}$

$\tan b = \frac{1.6a}{a\sqrt{2}}$

$\boxed{b = 48.53°}$

תשובה: הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס היא 48.53°

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\cos 2x+2x\cdot\sin 2x$ **בתחום** $-\frac{p}{2}\le x\le 0$

<u>נמצא את נקודות הקיצון</u>

הפונקציה מוגדרת בתחום סגור $-\frac{p}{2}\le x\le 0$**,**

ולכן נבדוק את ערכי הפונקציה בקצוות,

במטרה לסייע באיתור נקודות הקיצון המוחלט.

$$f(-\frac{p}{2})=\cos(2\cdot(-\frac{p}{2}))+2\cdot(-\frac{p}{2})\sin(2\cdot(-\frac{p}{2}))=\cos(-p)-p\,\sin(-p)=-1$$
$$f(0)=\cos(2\cdot(0))+2\cdot(0)\sin(2\cdot(0))=\cos(0)-0\sin(0)=1$$

לכן נקודות הקצה הנן: $(0,1)$, $(-\frac{p}{2},-1)$

נמצא נקודות קיצון פנימיות:

$$\boxed{f(x)=\cos 2x+2x\cdot\sin 2x}$$
$$f'(x)=-2\sin 2x+2\sin 2x+2x\cdot 2\cos 2x$$
$$\boxed{f'(x)=4x\cos 2x}$$
$$0=4x\cos 2x$$
$$4x=0 \qquad \cos 2x=0$$
$$\cancel{x=0} \qquad 2x=\frac{p}{2}+pk$$
$$\boxed{x=\frac{p}{4}+\frac{p}{2}k}$$

$x=0$ **נבדק כנקודת קצה, ולא באמצעות הנגזרת ולכן נפסל**

k	$x=\frac{p}{4}+\frac{p}{2}k$	
0	-	
-1	$x=-\frac{p}{4}$	

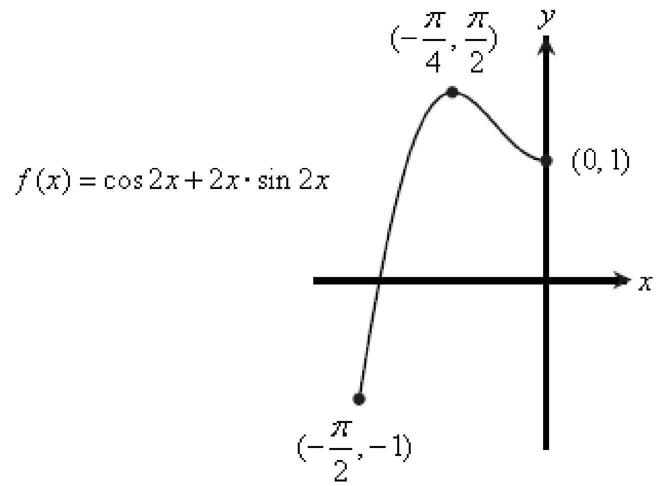
$$f(-\frac{p}{4})=\cos(2\cdot(-\frac{p}{4}))+2\cdot(-\frac{p}{4})\sin(2\cdot(-\frac{p}{4}))=\cos(-\frac{p}{2})-\frac{p}{2}\sin(-\frac{p}{2})=\frac{p}{2}$$

והנקודה החשודה כקיצון היא $(-\frac{p}{4},\frac{p}{2})$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (בעזרת ערכי הפונקציה)

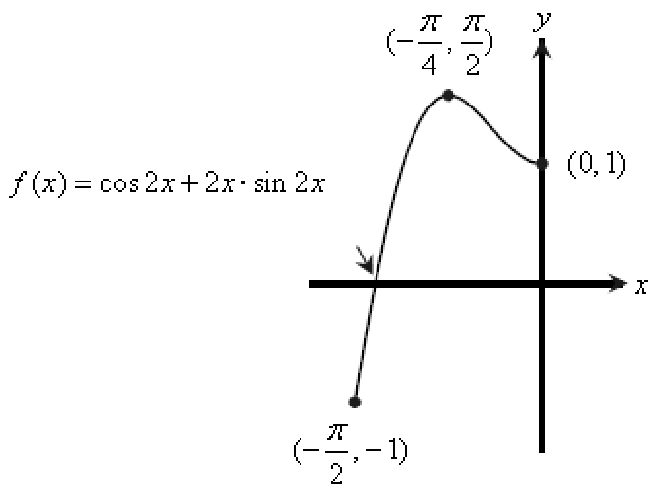
$-\frac{p}{2}$		$-\frac{p}{4}$		0	x
-1		$\frac{p}{2}$		1	y
Min	↗	**Max**	↘	**Min**	**מסקנה**

ניעזר גם בגרף פונקציה למתן התשובה הסופית, של נקודות הקיצון <u>המוחלט</u>:



תשובה:מינימום מוחלט $(-\frac{p}{2},-1)$ **, מקסימום מוחלט** $(-\frac{p}{4},\frac{p}{2})$

ב. נסמן בגרף הפונקציה את נקודת החיתוך היחידה עם ציר ה- x **:**



לגרף הפונקציה נקודת חיתוך אחת בלבד עם ציר ה- x .

, $f(t)=K\cdot a^t$

כאשר K **- הכמות ההתחלתית**

a **הוא גורם הגידול,** $f(t)$ **הכמות לאחר זמן** t**.**

א. בתרבית הראשונה - $K=32,000$ **- הכמות בשעה** 08^{00} **,** $t=2$ **,** $f(2)=38,720$ **.**

$$38,720=32,000\cdot a^2 \quad /:32,000$$
$$1.21=a^2$$
$$\sqrt[2]{1.21}=a$$
$$\boxed{a=1.1}$$

בתרבית השנייה - $K=8,000$ **- הכמות בשעה** 08^{00} **,** $t=2$ **,** $f(2)=11,520$ **.**

$$11,520=8,000\cdot a^2 \quad /:8,000$$
$$1.44=a^2$$
$$\sqrt[2]{1.44}=a$$
$$\boxed{a=1.2}$$

יש למצוא באיזו שעה בקירוב יהיה מספר החיידקים בתרבית הראשונה

גדול פי 2 **, ממספר החיידקים בתרבית השנייה :**

$$32,000\cdot 1.1^t=2\cdot 8,000\cdot 1.2^t$$
$$32,000\cdot 11^t=16,000\cdot 1.2^t \quad /:16,000\cdot 1.1^t$$
$$2=\frac{1.2^t}{1.1^t}$$
$$2=(\frac{1.2}{1.1})^t$$
$$2=1.0909^t$$
$$\ln 2=\ln 1.0909^t$$
$$\ln 2=t\ln 1.0909$$
$$\frac{\ln 2}{\ln 1.0909}=t$$
$$\boxed{t=7.966}$$

כלומר, כעבור 8 **שעות בערך, מהשעה** 08^{00}

תשובה: בשעה 16^{00} **יהיה מספר החיידקים בתרבית השנייה כפול מזו שבראשונה.**

ב. בתרבית הראשונה, לאחר שעה אחת: $f(1)=32,000\cdot 1.1^1=35,200$ **יהיו** $35,200$ **חיידקים.**

בתרבית השנייה, לאחר שעה אחת: $f(1)=8,000\cdot 1.2^1=9,600$ **יהיו** $9,600$ **חיידקים.**

סה"כ מספר החיידקיים לאחר שעה הוא: $35,200+9,600=44,800$ **, כלומר** $44,800$ **חיידקים.**

סה"כ מספר החיידקיים בהתחלה הוא: $32,000+8,000=40,000$ **, כלומר** $40,000$ **חיידקים.**

מספר החיידקים גדל פי: $\frac{44,800}{40,000}=1.12$,

נסמן P **אחוז הגידול המשותף, ובהתאם:** $1.12=1+\frac{P}{100}$

נפתור את המשוואה המתאימה:

$$1.12=1+\frac{P}{100}$$

$$0.12=\frac{P}{100}$$

$$\boxed{P=12}$$

כלומר מספר החיידקים בשתי התרביות ביחד גדל ב- 12%**.**

תשובה: מספר החיידקים בשתי התרביות ביחד גדל ב- 12%**.**

יש לפתור את המשוואה $(\ln x)^2+\ln\frac{x}{e}=3+\ln(e^2\cdot x^2)$

תחום הגדרה: $x>0$ **,**

(ולכן בהמשך $\ln x^2=2\ln x$ **ללא הפסד של פתרונות שליליים)**

$$(\ln x)^2+\ln\frac{x}{e}=3+\ln(e^2\cdot x^2)$$
$$(\ln x)^2+\ln x-\ln e=3+\ln e^2+\ln x^2$$
$$(\ln x)^2+\ln x-1=3+2\ln e+2\ln x \quad \leftarrow \log_a x^n=n\log_a x$$
$$(\ln x)^2+\ln x-1=3+2+2\ln x$$
$$(\ln x)^2-\ln x-6=0$$
$$(\ln x)_{1,2}=\frac{1\pm 5}{2}$$
$$\ln x=-2 \quad \ln x=3$$
$$x=e^{-2} \qquad \boxed{x=e^3}$$
$$\boxed{x=\frac{1}{e^2}}$$

שני הפתרונות בתחום ההגדרה: $x>0$

תשובה: $x=e^3$ **,** $x=\frac{1}{e^2}$

יש לפתור את האי-שוויון: $5^{2+x}-0.2^{-1-x}>0.8$

$$5^{2+x}-0.2^{-1-x}>0.8$$
$$5^{2+x}-(\frac{1}{5})^{-1-x}>0.8$$
$$5^{2+x}-(5^{-1)})^{-1-x}>0.8 \quad \leftarrow \frac{1}{x^n}=x^{-n}$$
$$5^{2+x}-5^{1+x}>0.8 \quad \leftarrow (a^x)^y=a^{xy}$$
$$5^2\cdot 5^x-5^1\cdot 5^x>0.8 \quad \leftarrow a^{x+y}=a^x\cdot a^y$$
$$25t-5t>0.8 \quad \leftarrow \boxed{5^x=t}$$
$$20t>0.8 \quad \leftarrow :20>0$$
$$t>\frac{1}{25}$$
$$5^x>5^{-2}$$

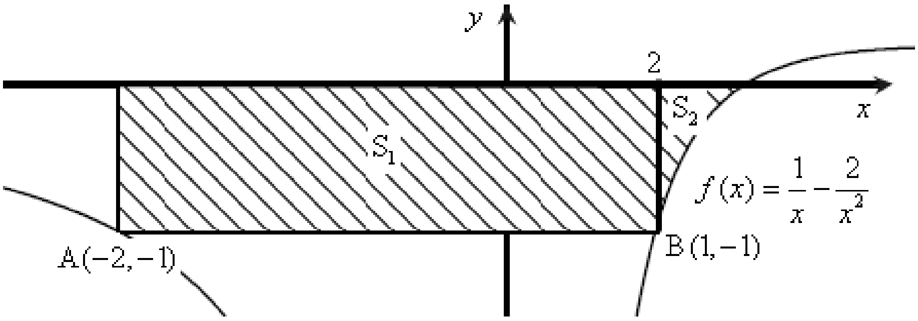
הבסיס גדול מ- 1 **לכן** 5^x **פונקציה עולה**

$$\boxed{x>-2}$$

תשובה: $x>-2$

נחלק את השטח לשני חלקים.

נביא את הציור המלא, שיוסבר בהמשך:



הישר $y=-1$ **חותך את גרף הפונקציה** $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}$ **בנקודות** A **ו-** B**.**

נמצא שיעורי נקודות אלה:

$$-1=\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}$$
$$-x^2=x+2$$
$$x^2+x-2=0$$
$$(x+2)(x-1)=0$$
$$x=-2,1$$

ובהתאם: $A(-2,-1),\quad B(1,-1)$

את S_1 **נחשב כשטח של מלבן:** $S_1=(1-(-2))\cdot(0-(-1))=3\cdot 1=3$

נמצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x

$$0=\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}$$
$$0=x-2$$
$$x=2$$

נכין טבלה לסיוע בחישוב S_2:

	S_2
פונקציה עליונה	$y=0$
פונקציה תחתונה	$f(x)=\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}$
x גדול	$x=2$
x קטן	$x=1$

$$S_2=\int_1^2 (0-(\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}))\,dx$$
$$S_2=\int_1^2 (-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2})\,dx$$
$$S_2=(-\ln|x|-\frac{2}{x})\Big]_1^2$$
$$S_2=(-\ln|2|-\frac{2}{2})-(-\ln|1|-\frac{2}{1})$$
$$\boxed{S_2=-\ln 2+1}$$

נמצא את גודל השטח המקווקו:

$$S=S_1+S_2=-\ln 2+1$$
$$S=3-\ln 2+1$$
$$\boxed{S=4-\ln 2}$$

תשובה: $4-\ln 2$ **יח"ר.**