

א. נתונות הפונקציה  $y = (2m+1)x^2 - 4mx + 10m + 3$

יש למצוא לאילו ערכי  $m$  הפרבולה חותכת את ציר ה- $x$  בשתי נקודות שונות, הנמצאות מאותו צד של ציר ה- $y$ .

התנאים הנדרשים:  $\Delta > 0$ ,  $\frac{c}{a} > 0$ , (למעשה גם  $a \neq 0$ ,  $m \neq -0.5$ , שיהיה גם נכון עקב השימוש ב-  $\frac{c}{a} > 0$ )

$\Delta > 0$  (שתי נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ )

$$\Delta = b^2 - 4ac > 0$$

$$(-4m)^2 - 4 \cdot (2m+1)(10m+3) > 0$$

$$16m^2 - 4(20m^2 + 6m + 10m + 3) > 0$$

$$16m^2 - 80m^2 - 24m - 40m - 12 > 0$$

$$-64m^2 - 64m - 12 > 0$$

$$m_{1,2} = \frac{64 \pm 32}{-128}$$

$$m = -0.75, m = -0.25$$

ועל פי הציור משמאל  $-0.75 < m < -0.25$

(שורשים שווי סימן)  $\frac{c}{a} > 0$

$$\frac{10m+3}{2m+1} > 0 \quad / (2m+1)^2$$

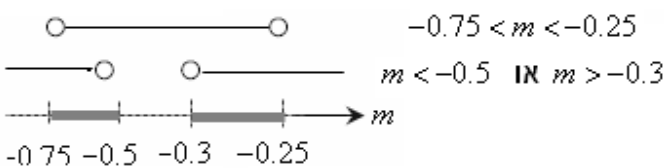
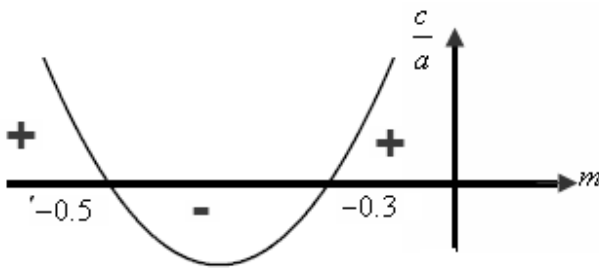
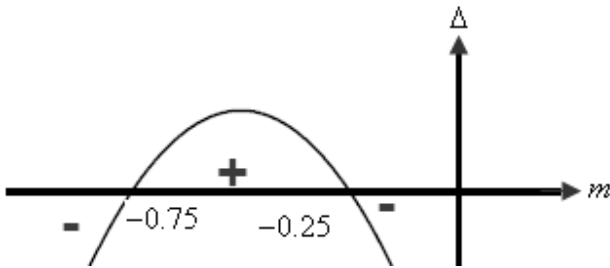
$$(10m+3)(2m+1) > 0$$

$$m = -0.3, m = -0.5$$

ובהתאם לסקיצה:  $m < -0.5$  או  $m > -0.3$

חיתוך של שני התנאים גם יחד:

$$-0.75 < m < -0.5 \quad \text{או} \quad -0.3 < m < -0.25$$



תשובה:  $-0.75 < m < -0.5$  או  $-0.3 < m < -0.25$

ב. ישר  $a = 0 \rightarrow m = -0.5$  ואם נציב  $m = -0.5$  נקבל  $y = 2x - 2$ , וחיתוך עם ציר ה- $x$  בנקודה  $(1, 0)$

פרבולה  $\Delta = 0$ ,  $a \neq 0$

נציב  $m = -0.25$  ונקבל  $y = 0.5x^2 + x + 0.5$  וחיתוך ציר ה- $x$  בקדקוד  $(x = -\frac{b}{2a})$  יתקבל בנקודה  $(-1, 0)$

נציב  $m = -0.75$  ונקבל  $y = -0.5x^2 + 3x - 4.5$  וחיתוך ציר ה- $x$  יתקבל בקדקוד, בנקודה  $(3, 0)$

תשובה:  $(3, 0)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$

א. כמות המים שנכנסה לבריכה במשך 3 השעות הראשונות גדולה פי  $2\frac{1}{4}$

מכמות המים שנכנסה ב- 3 השעות האחרונות, כלומר:  $S_3 = 2\frac{1}{4} S_{3-5}$

סדרת 3 האיברים האחרונים	סדרה מקורית	
$a_3 = a_1 q^2$	$a_1$	איבר ראשון
$q$	$q$	מנה
3	5	מספר איברים

נפתור את המשוואה

$$S_3 = 2\frac{1}{4} S_{3-5}$$

$$\frac{a_1 (q^3 - 1)}{q - 1} = 2\frac{1}{4} \cdot \frac{a_1 q^2 (q^3 - 1)}{q - 1}$$

$$1 = \frac{9}{4} q^2$$

$$q^2 = \frac{4}{9}$$

$$\boxed{q = \frac{2}{3}} \leftarrow q > 0$$

תשובה: מנת הסדרה היא  $\frac{2}{3}$

ב. נמצא את נפח הבריכה

נתון גם כי ב- 2 השעות הראשונות נכנסו לבריכה 1215 מ"ק מים.

$$\text{כלומר } a_1 + a_2 = 1215$$

$$a_1 + a_1 q = 1215$$

$$a_1 \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 1215 \quad / : 1\frac{2}{3}$$

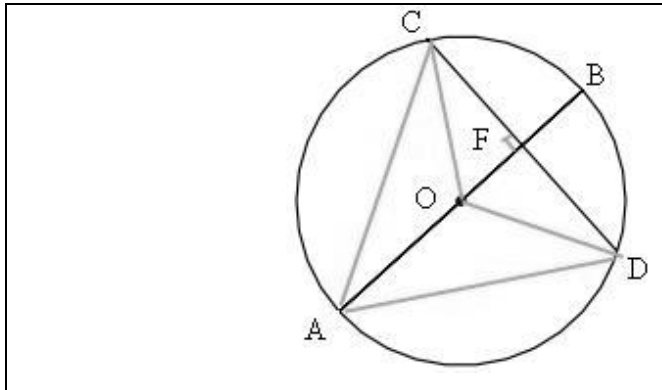
$$\boxed{a_1 = 729}$$

את הברכה ממלאים במשך 5 שעות

$$S_5 = \frac{729 \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^5 - 1\right)}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{-633}{-\frac{1}{3}}$$

$$\boxed{S_5 = 1899}$$

תשובה: נפח הברכה 1,899 מ"ק מים.



**נתונים**

1. AB הוא קוטר

2.  $CD \perp AB$

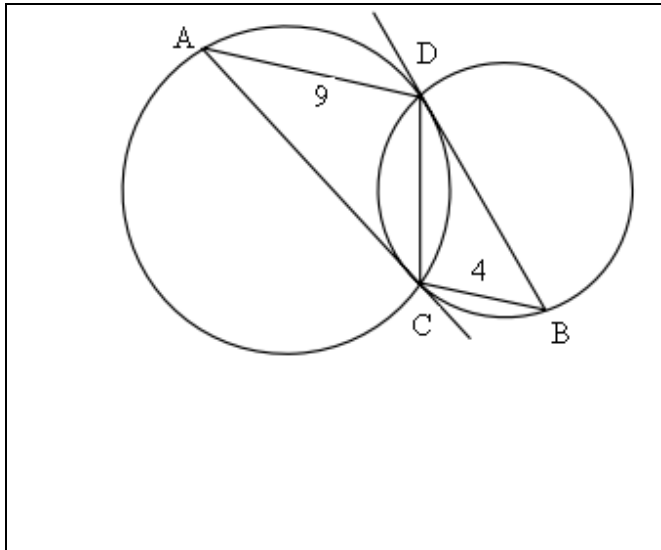
3.  $OF = BF$

צ"ל: א. המרובע CBDO הוא מעוין

ב.  $\angle CAD = 60^\circ$

**הוכחה**

נימוק	טענה	הסבר
נתון	AB הוא קוטר שמרכזו O	1, 4
נתון	$CD \perp AB$	2, 5
ישר העובר דרך מרכז המעגל ומאונך למיתר חוצה אותו	$CF = DF$	4, 5, 6
נתון	$OF = BF$	3, 7
מרובע עם אלכסונים חוצים ונחצים	CBDO מקבילית	6, 7, 8
מקבילית עם אלכסונים מאונכים זה לזה	CBDO מעוין	5, 8, 9
<b>מ.ש.ל. א</b>		
רדיוסים במעגל	$OB = OC = OD$	4, 10
צלעות המעוין שוות זו לזו וכלל מעבר	$CB = BD = OD = OC = OB$	9, 10, 11
זוויות שוות ל- $60^\circ$ במשולשים שווי צלעות $\triangle BOD, \triangle BOC$	$\angle BOD = \angle BOC = 60^\circ$	11, 12
סכום זוויות	$\angle COD = 120^\circ$	12, 13
זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית שנשענת על אותה קשת	$\angle CAD = 60^\circ$	4, 13, 14
<b>מ.ש.ל. ב</b>		



**נתונים**

1. משיק למעגל הימני, בנקודה C AC

2. משיק למעגל השמאלי, בנקודה D BD

עבור ב'

3.  $CB = 4$  ס"מ

4.  $AD = 9$  ס"מ

צ"ל: א.  $AD \parallel CB$

ב.  $\frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\Delta DCB}}$

**הוכחה**

נימוק	טענה	הסבר
נתון	AC משיק למעגל הימני	1
זווית בין משיק למיתר	$\angle ACD = \angle B$	5
נתון	BD משיק למעגל השמאלי	2
זווית בין משיק למיתר	$\angle BDC = \angle A$	7
אם שני זוגות של זוויות שוות בין שני משולשים, אז גם הזוג השלישי שווה, כי משלים ל- $180^\circ$	$\angle ADC = \angle BCD$	8, 6
אם זוויות מתחלפות שוות אז הישרים מקבילים	$AD \parallel CB$	9
<b>מ.ש.ל. א</b>		
מרחקים שווים בין ישרים מקבילים	$h_{AD} = h_{BC}$ ב- $\Delta ADC, \Delta DCB$	10
נתון	$CB = 4$ ס"מ	3
נתון	$AD = 9$ ס"מ	4
הצבה	$\frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\Delta DCB}} = \frac{\frac{9h_{AD}}{2}}{\frac{4h_{BC}}{2}}$	11, 12, 13
חישוב	$\frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\Delta DCB}} = \frac{9}{4}$	14
חישוב	$\frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\Delta DCB}} = 2\frac{1}{4}$	15
<b>מ.ש.ל. ב</b>		

**הערה:** ניתן למצוא את יחס השטחים, גם ע"י דמיון  $\Delta ADC : \Delta DCB$ , כאשר יחס הצלעות המתאימות 3:2

א. לפנינו טבלת הכדורים, הנמצאים בשלוש קופסאות

מספר הכדורים האדומים	מספר הכדורים הלבנים	מספר הכדורים השחורים	הקופסה
2	6	3	A
4	3	4	B
3	5	5	C

$$P(\text{box C} / \text{white ball}) = \frac{P(\text{box C} \cap \text{white ball})}{P(\text{white ball})} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{13}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{11} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{11} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{13}} = \frac{\frac{5}{39}}{\frac{172}{149}} = \frac{55}{172}$$

תשובה: ההסתברות היא  $\frac{55}{172}$ .

ב. נמצא מהי ההסתברות שהכדור הראשון שמוציאים יהיה אדום, והכדור השלישי יהיה שחור,

בהינתן שבקופסה 12 כדורים שחורים ו- 9 כדורים אדומים.

$$P(1st - red, 3rd - black) = P(red, red, black) + P(red, black, black)$$

$$p = \frac{9}{21} \cdot \frac{8}{20} \cdot \frac{12}{19} + \frac{9}{21} \cdot \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} = \frac{9}{35}$$

תשובה: ההסתברות היא  $\frac{9}{35}$ .

ג. נמצא מהי ההסתברות שהכדור השלישי שמוציאים יהיה אדום, אם ידוע כי הכדור הראשון שהוצא הוא אדום.

לאחר ההוצאה של הכדור האדום הראשון נשארו בקופסה 12 כדורים שחורים ו- 8 כדורים אדומים,

$$P(3rd - red) = P(red, red) + P(black, red)$$

$$p = \frac{12}{20} \cdot \frac{8}{19} + \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} = 0.4$$

תשובה: ההסתברות היא 0.4.

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

D - קבוצת הוורדים הנבולים,  $\bar{D}$  - קבוצת הוורדים הלא נבולים

A - קבוצת הוורדים שנקנו ממשתלה B, B - קבוצת הוורדים שנקנו ממשתלה C

C - קבוצת הוורדים שנקנו ממשתלה C

**נתונים ומשמעויות**

$$P(D) = 0.178 \rightarrow P(\bar{D}) = 0.822$$

$$P(B/D) = \frac{35}{89} \rightarrow P(\bar{B}/D) = \frac{54}{89}$$

$$P(D/B) = \frac{7}{20} \rightarrow P(\bar{D}/B) = \frac{13}{20}$$

$$N(A) = 1.5N(C) \rightarrow P(A) = 1.5P(C)$$

**פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית**

על פי נוסחת בייס

$$P(D/B) = \frac{P(B/D) \cdot P(D)}{P(B)}$$

$$\frac{7}{20} = \frac{\frac{35}{89} \cdot 0.178}{P(B)}$$

$$P(B) = 0.2$$

ובהתאם  $P(A) = 0.8 - P(C)$

$$0.8 - P(C) = 1.5P(C)$$

$$0.8 = 2.5P(C)$$

$$P(C) = 0.32 \rightarrow P(A) = 0.48$$

תשובה: אחוז הוורדים- ממשתלה B - 20%, ממשתלה C - 32%, ממשתלה A - 48%

ב. נשתמש בנתון שהוסף:

$$P(A \cap \bar{D}) = 5P(A \cap D)$$

$$P(A \cap D) = \frac{5}{6} P(A) = \frac{5}{6} \cdot 0.24 = 0.2$$

$$P(A) \cdot P(D) = 0.48 \cdot 0.178 = 0.08544$$

$$\rightarrow P(A) \cdot P(D) \neq P(A \cap D)$$

ולכן קיים קשר סטטיסטי

תשובה: קיים קשר סטטיסטי בין איכות הוורדים ובין המשתלה שממנה הוזמנו הוורדים.