א. נרכז את הנתונים בטבלה מתאימה.

x **- מחיר שולחן בקניית הסוחר (שקלים).**

$\frac{100-10}{100}\cdot x=0.9x$ **המחיר לאחר הפסד של** 10% **.**

$\frac{100+20}{100}\cdot x=1.2x$ **המחיר לאחר רווח של** 20% **.**

סך הכול של התשלומים שווה למחיר כפול כמות .

	כמות	מחיר ליחידה ₪	סך הכול ₪
קנייה	$\frac{2,400}{x}$	x	$2,400$
מכירה בהפסד	5	$0.9x$	$5\cdot 0.9x=4.5x$
מכירה ברווח	$\frac{2,400}{x}-5$	$1.2x$	$(\frac{2,400}{x}-5)\cdot 1.2x$

הסוחר קיבל עבור המכירה סכום כולל של $2,700$ **שקל**

והמשוואה המתאימה: $4.5x+(\frac{2,400}{x}-5)\cdot 1.2x=2,700$

נפתור את המשוואה:

$$4.5x+(\frac{2,400}{x}-5)\cdot 1.2x=2,700$$
$$4.5x+2,880-6x=2,700$$
$$-1.5x=-180 \quad / :(-1.5)$$
$$\boxed{x=120}$$

תשובה: הסוחר שילם 120 **שקלים עבור כל שולחן.**

ב. הסוחר שילם $2,400$ **עבור כלל השולחנות, לכן כמות השולחנות שקנה הייתה** $2,400:120=20$ **.**

תשובה: הסוחר קנה 20 **שולחנות.**

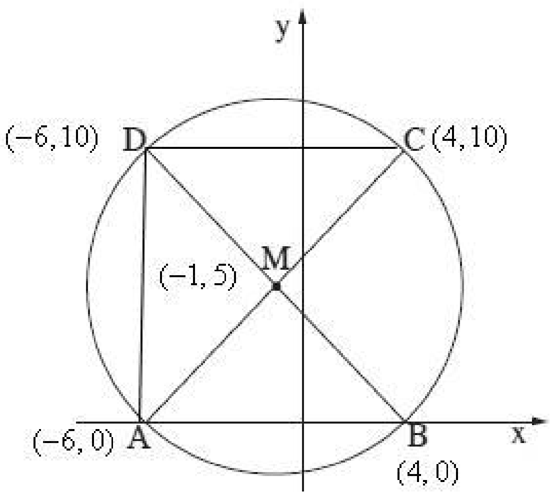
א. (1) הנקודה M **היא מרכז המעגל** $(x+1)^2+(y-5)^2=50$ **.**

שיעורי מרכז המעגל הם $M(-1,5)$ **ורדיוסו** $\sqrt{50}$ **.**

A **ו-** B **מונחים על ציר ה-** x **, ולכן מתקיים** $y=0$ **.**

$$(x+1)^2+(0-5)^2=50$$
$$(x+1)(x+1)+25=50$$
$$x^2+x+x+1-25=0$$
$$x^2+2x-24=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm10}{2}$$
$$x_1=\frac{-2+10}{2}=\frac{8}{2}=4 \quad \rightarrow \boxed{B(4,0)}$$
$$x_2=\frac{-2-10}{2}=\frac{-12}{2}=-6 \quad \rightarrow \boxed{A(-6,0)}$$

תשובה: $A(-6,0)$ **,** $B(4,0)$ **,** $M(-1,5)$ **.**



(2) מרכז המעגל $M(-1,5)$ **הוא אמצע כל אחד מהקטרים.**

$$\left.\begin{aligned}-1&=\frac{4+x_D}{2} \rightarrow -2=4+x_D \rightarrow x_D=-6\\ 5&=\frac{0+y_D}{2} \rightarrow 10=y_D\end{aligned}\right\} \boxed{D(-6,10)}$$

$$\left.\begin{aligned}-1&=\frac{-6+x_C}{2} \rightarrow -2=-6+x_C \rightarrow x_C=4\\ 5&=\frac{0+y_C}{2} \rightarrow 10=y_C\end{aligned}\right\} \boxed{C(4,10)}$$

תשובה: $C(4,10)$ **,** $D(-6,10)$.

ב. (1) כיוון ש- $M(-1,5)$ **הוא אמצע הצלע/ הקוטר** AC **הרי ש-** DM **הוא התיכון.**

$$m_{DC}=\frac{10-5}{-6-(-1)}=\frac{5}{-5}=-1$$

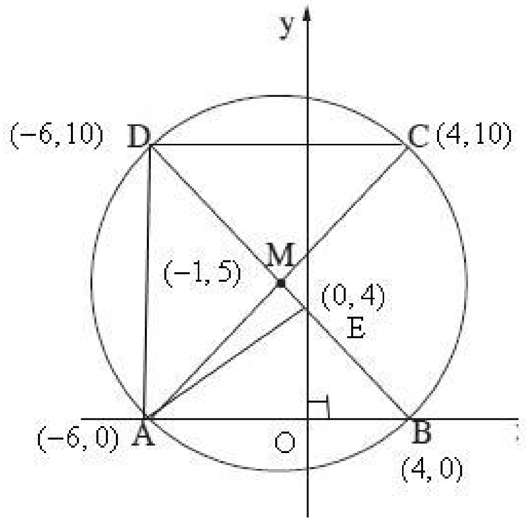
נמצא את משוואת התיכון DM **, בהתאם לשיעור הנקודה** $M(-1,5)$ **והשיפוע** $m_{DC}=-1$ **.**

$$y-5=-1(x-(-1))$$
$$y-5=-x-1$$
$$\boxed{y=-x+4}$$

תשובה: משוואת התיכון לצלע AC **היא** $y=-x+4$ **.**

(2) הנקודה E **היא נקודת החיתוך של הישר** $y=-x+4$

עם ציר ה- y **לכן שיעוריה** $(0,4)$



שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה,

כאשר EO **הוא הגובה לצלע** AB **, כי הצירים מאונכים זה לזה.**

$$\text{AB}=x_{\text{B}}-x_{\text{A}}=4-(-6)=10$$

$$\text{EO}=y_{\text{E}}-y_{\text{O}}=4-0=4$$

$$S_{\Delta\text{AEB}}=\frac{\text{AB}\cdot\text{OE}}{2}=\frac{10\cdot 4}{2}=20 \quad\rightarrow \boxed{S_{\Delta\text{AEB}}=20}$$

תשובה: שטח המשולש AEB **הוא** 20 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{a}{x}+x-2$

הפונקציה עוברת דרך הנקודה $(2,8)$ **.**

נציב את שיעורי הנקודה בתבנית הפונקציה.

$$8=\frac{a}{2}+2-2$$

$$8=\frac{a}{2} \quad /\cdot 2$$

$$\boxed{a=16}$$

תשובה: $a=16$

ב. נציב $a=16$ **בתבנית הפונקציה ונקבל:** $y=\frac{16}{x}+x-2$ **.**

תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: תחום הגדרה: $x\neq 0$.

ג. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=\frac{16}{x}+x-2 \quad /\cdot x$$

$$0=16+x^2-2x$$

$$0=x^2-2x+16$$

$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{-60}}{2}$$

אין פתרון ולכן אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x .

אין חיתוך עם ציר ה- y **, כי תחום ההגדרה הוא** $x\neq 0$.

תשובה: לגרף הפונקציה אין נקודות חיתוך עם הצירים.

ד. נמצא את נקודות קיצון ואת סוגן.

$$\boxed{y=\frac{16}{x}+x-2}$$

$$\boxed{y'=-\frac{16}{x^2}+1}$$

$$0=-\frac{16}{x^2}+1 \quad \rightarrow 0=-16+x^2$$

$$x^2=16 \quad \rightarrow x=\pm 4$$

$$y(4)=\frac{16}{4}+4-2 \quad \rightarrow (4,\ 6), \quad y(-4)=\frac{16}{-4}-4-2 \quad \rightarrow (-4,\ -10)$$

נבנה טבלה לזיהוי ותחומי עלייה וירידה

$$y'(-5)=\frac{-16}{(-5)^2}+1=0.36>0,\quad y'(-3)=\frac{-16}{(-3)^2}+1=-0.78<0$$

$$y'(3)=\frac{-16}{3^2}+1=-0.78<0,\quad y'(5)=\frac{-16}{5^2}+1=0.36>0$$

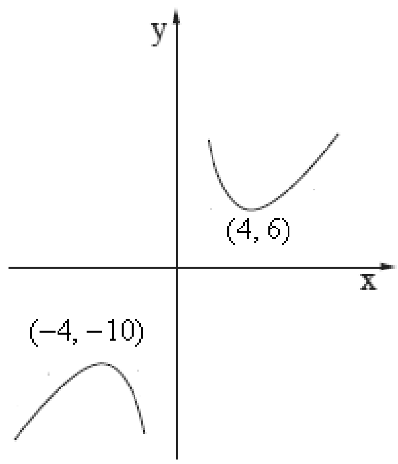
x	5	4	3	0	-3	-4	-5
y'	**+**	0	**-**		**-**	0	**+**
מסקנה	**Z**	**Min**	**]**		**]**	**Max**	**Z**

תשובה: $(-4,-10)$ **מקסימום ,** $(4,6)$ **מינימום.**

ה. תחומי עלייה וירידה על פי הטבלה בסעיף הקודם.

תשובה: עלייה: $x>4$ **או** $x<-4$ **, ירידה:** $0<x<4$ **או** $-4<x<0$ **.**

ו. הסקיצה המתאימה על פי סעיפים ב-ה:



4

א. (1) נתונה הפונקציה $f(x)=x^3+4$ **.**

נמצא את משוואת המשיק בנקודה שבה $x=2$ **.**

נקודת ההשקה: $f(2)=2^3+4$ **ולכן שיעוריה** $(2,12)$ **.**

שיפוע: $f'(x)=3x^2$ **,** $f'(2)=3\cdot 2^2=12$ **, והשיפוע** $m=12$

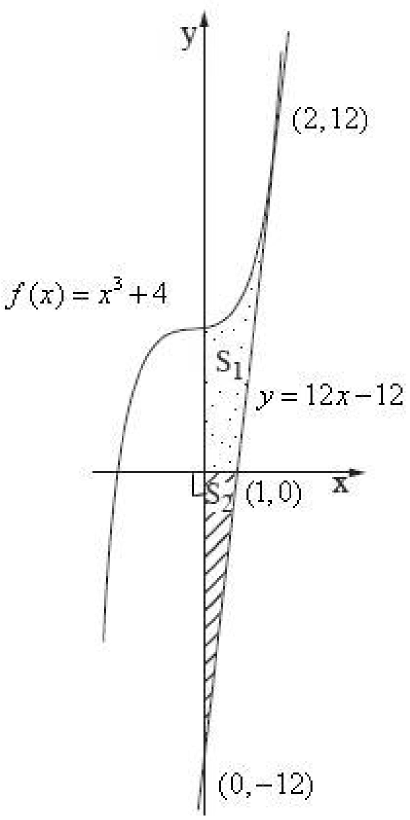
$$y-12=12(x-2)$$
$$y-12=12x-24$$
$$\boxed{y=12x-12}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=12x-12$ **.**

(2) בנקודה שעל ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ולכן** $0=12x-12$

$12=12x \rightarrow x=1 \rightarrow \boxed{(1,0)}$**.**

תשובה: שיעורי נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x **הם** $(1,0)$ **.**



ב. נחשב תחילה את השטח S_1 **שהוא שטח משולש ישר זווית.**

שיעור נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- y **הם** $(0,-12)$

$S_1=\frac{1\cdot 12}{2}=$ 6 **יח"ר**

נחשב את השטח המשותף S_1+S_2**.**

הפרש הפונקציות הוא :

$$x^3+4-(12x-12)=x^3+4-12x+12=x^3-12x+16$$

$$S_1+S_2=\int_0^2 (x^3-12x+16)\,dx$$

$$S_1+S_2=\frac{x^4}{4}-\frac{12x^2}{2}+16x\Big]_0^2$$

$$S_1+S_2=(\frac{2^4}{4}-6\cdot 2^2+16\cdot 2)-(\frac{0^4}{4}-6\cdot 0^2+16\cdot 0)$$

$$\boxed{S_1+S_2=12}$$

ולכן $S_1=12-6=$ 6 **יח"ר**

תשובה: $S_1=S_1=$ 6 **יח"ר.**

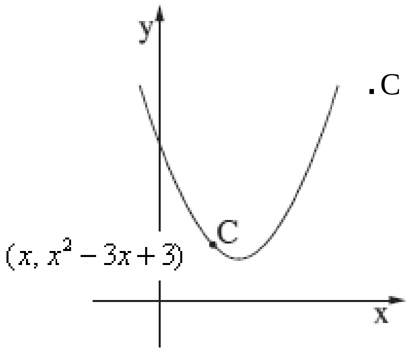
	S_1+S_2
פונקציה עליונה	$y=x^3+4$
פונקציה תחתונה	$y=12x-12$
x **גדול**	$x=2$
x **קטן**	$x=0$

א. נתונה הפונקציה $y=x^2-3x+3$ **.**

א. נסמן את שיעור ה- x **של הנקודה** C **ב-** x **.**

לכן שיעורי הנקודה C **הנמצאת על גרף הפונקציה**

$y=x^2-3x+3$ **הם** $C(x,\ x^2-3x+3)$ **.**



הפונקציה שיש להביא ל*מינימום* היא *סכום שיעורי הנקודה* C**.**

$$f(x)=x+x^2-3x+3$$

$$\boxed{f(x)=x^2-2x+3}$$

נמצא את נקודת הקיצון:

$$\boxed{f'(x)=2x-2}$$

$$0=2x-2$$

$$-2x=2 \quad /:(-2)$$

$$x=1$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$f'(0)=2\cdot 0-1=-1<0, \quad f'(2)=2\cdot 2-1=3>0$$

x	2	1	0
$f'(x)$	+	0	-
מסקנה	↗	**Max**	↘

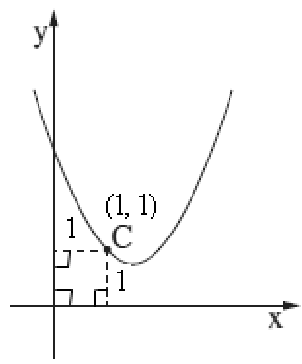
עבור $x=1$ **הפונקציה** f **עוברת מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

תשובה: $x=1$ **, עבורו שיעורי הנקודה** C **הוא מינימלי**.

ב. $y(1)=1^2-3\cdot 1+3=1$ **, לכן שיעורי הנקודה** $C(1,1)$

המרובע המתקבל על ידי הורדת שני האנכים, הוא ריבוע,

שאורך צלעו 1 **ושטחו בהתאם הוא** 1 **יח"ר** = 1^2 **.**



תשובה: שטח המרובע הוא 1 **יח"ר.**

6 למבחן מותאם בלבד

א. נתונה נגזרת הפונקציה $f'(x)=ax+18$ **.**

משוואת המשיק לפונקציה בנקודה $(-1,5)$ **היא** $y=12x+17$ **, ושיפועו בהתאם הוא** 12**.**

שיפוע המשיק שווה לערך הנגזרת בנקודה, לכן $f'(-1)=12$ **.**

$$12=a\cdot(-1)+18$$
$$-6=-a$$
$$\boxed{a=6}$$

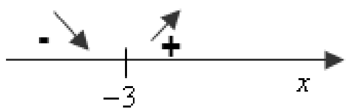
תשובה: $a=6$

נציב $a=6$ **בתבנית הנגזרת ונקבל** $f'(x)=6x+18$ **.**

ב. בנקודת הקיצון מתקיים $f'(x)=0$

$$0=6x+18$$
$$-6x=18 \quad /:(-6)$$
$$x=-3$$

$$f'(-4)=6\cdot(-4)+18=-6<0,\quad f'(-2)=6\cdot(-2)+18=6>0$$



הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן מינימום.

תשובה: $x=-3$ **, מינימום.**

ג. נקודת ההשקה $(-1,5)$ **נמצאת גם על גרף הפונקציה** $f(x)$ **.**

נמצא את הפונקציה הקדומה של $f'(x)$ **, כלומר את** $f(x)$ **:**

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$
$$f(x)=\int(6x+18)\,dx$$
$$f(x)=\frac{6x^2}{2}+18x+c$$
$$f(x)=3x^2+18x+c$$

נציב את שיעורי הנקודה $(-1,5)$ **בתבנית הפונקציה הקדומה:**

$$5=3\cdot(-1)^2+18\cdot(-1)+c$$
$$5=-15+c$$
$$c=20$$
$$\boxed{f(x)=3x^2+18x+20}$$

תשובה: $f(x)=3x^2+18x+20$.