א. נתונים שני ישרים שמשוואותיהם הן: $(m+1)x+y=2m^2-4$

$(m+1)x-y=-m^2-2m+1$

(1) נביע את שיעורי נקודת החיתוך בין הישרים באמצעות m

ותוך כדי כך את התנאים לחיתוך ולהתלכדות.

$$+\begin{cases}(m+1)x+y=2m^2-4\\(m+1)x-y=-m^2-2m+1\end{cases}$$

$$2(m+1)x-=m^2-2m-3$$

$$2(m+1)x=(m-3)(m+1)$$

נציב $m=-1$ **במשוואה הראשונה ונקבל :** $y=2\cdot(-1)^2-4 \quad \to y=-2$ **.**

נציב $m=-1$ **במשוואה השנייה ונקבל :** $-y=-(-1)^2-2\cdot(-1)+1 \quad \to y=-2$ **.**

נמשיך לפתור את מערכת המשוואות:

$$x=\frac{m-3}{2}$$

$$(m+1)\frac{m-3}{2}+y=2m^2-4$$

$$y=2m^2-4-\frac{(m-3)(m+1)}{2}$$

$$y=\frac{4m^2-8-m^2+2m+3}{2}$$

$$y=\frac{3m^2+2m-5}{2}$$

$$\left(\frac{m-3}{2},\frac{3m^2+2m-5}{2}\right)$$

לא התגלו תנאים נוספים למציאת נקודת חיתוך אחת בין הישרים, ומכאן התשובות לשלושת הסעיפים.

תשובה: $m=-1$

(2) אף m **(3)** $m\neq-1$

ב. נמצא מתי $\left(\frac{m-3}{2},\frac{3m^2+2m-5}{2}\right)$ **נמצאת ברביע השני, כלומר** $x<0,\ y>0$ **.**

$$\frac{m-3}{2}<0 \quad \to m<3$$

$$\frac{3m^2+2m-5}{2}>0 \quad \to 3m^2+2m-5>0$$

$$m_{1,2}=\frac{-2\pm8}{6} \quad m=1,-1\frac{2}{3}$$

ומתקבלת פרבולה בעלת מינימום, לכן $m>1$ **או** $m<-1\frac{2}{3}$

תשובה: $1<m<3$ **או** $m<-1\frac{2}{3}$

סדרת ההוצאות של העסק מהווה סדרה חשבונית.

כאשר: $d = 50 \quad a_1 = 75,$ **, ואת הסכום הכולל של ההוצאות נקבל על ידי נוסחת סכום של סדרה חשבונית**

$$S_n = \frac{n(2 \cdot a_1 + (n-1)d)}{2}$$
$$S_n = \frac{n(2 \cdot 75 + 50(n-1))}{2}$$
$$S_n = n(75 + 25(n-1))$$
$$S_n = n(75 + 25n - 25)$$
$$S_n = 25n^2 + 50n$$

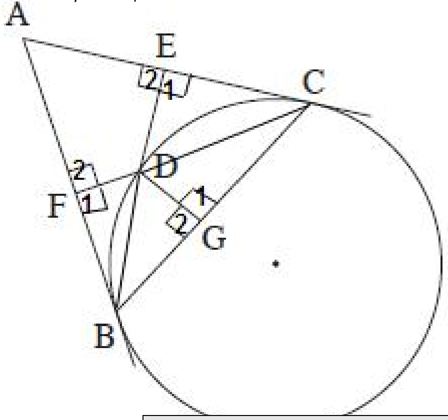
היקף ההכנסות הכולל, במשך n **ימים, הוא** $2,000n$ **.**

הרווח הכולל של העסק, במשך n **ימים, הוא** $2,000n - (25n^2 + 50n) = 38,025$

$$2,000n - 25n^2 - 50n = 38,025$$
$$25n^2 - 1,950n + 38,025 = 0$$
$$n_{1,2} = \frac{1950 \pm 0}{50}$$
$$\boxed{n = 39}$$

תשובה: כעבור 39 **ימים יגיע הרווח הכולל של העסק ל-** $38,025$ **שקל.**

עב ינואר 12 מועד חורף שאלון 35005



נתונים

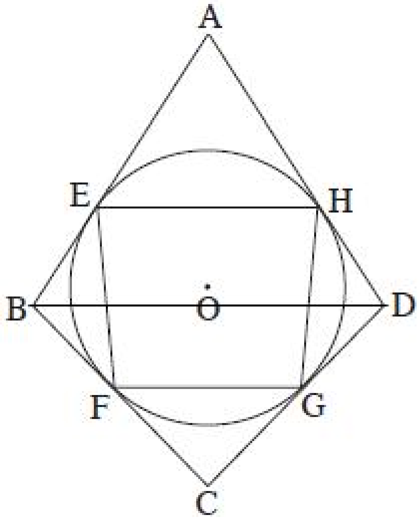
.1 AB **משיק למעגל בנקודה** B **.2** AC **משיק למעגל בנקודה** C

.3 $\sphericalangle F_1 = \sphericalangle F_2 = 90°$ **.4** $\sphericalangle E_1 = \sphericalangle E_2 = 90°$ **.5** $\sphericalangle G_1 = \sphericalangle G_2 = 90°$

צ"ל: א. $\Delta DFB \sim \Delta DGC$ **ג.** $DF \cdot DE = DG^2$.

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	6	AB **משיק למעגל בנקודה** B	**נתון**
6	7	$\sphericalangle FBD = \sphericalangle DCG$ **(ז)**	**זווית בין משיק למיתר שווה לזווית היקפית הנשענת על המיתר מצידו השני**
3	8	$\sphericalangle F_1 = 90°$	**נתון**
5	9	$\sphericalangle G_1 = 90°$	**נתון**
9 ,8	10	$\sphericalangle F_1 = \sphericalangle G_1$ **(ז)**	**כלל המעבר**
10 ,7	11	$\Delta DFB \sim \Delta DGC$	**משפט דמיון זווית זווית**
מש.ל. א			
2	12	AC **משיק למעגל בנקודה** C	**נתון**
12	13	$\sphericalangle ECD = \sphericalangle DBG$ **(ז)**	**זווית בין משיק למיתר שווה לזווית היקפית הנשענת על המיתר מצידו השני**
4	14	$\sphericalangle E_1 = 90°$	**נתון**
5	15	$\sphericalangle G_2 = 90°$	**נתון**
15 ,14	16	$\sphericalangle F_1 = \sphericalangle G_1$ **(ז)**	**כלל המעבר**
16 ,13	17	$\Delta CED \sim \Delta BGD$	**משפט דמיון זווית זווית**
17	18	$\frac{CE}{BG} = \frac{CD}{BD} = \frac{ED}{GD}$	**יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים**
11	19	$\frac{DG}{DF} = \frac{DC}{DB} = \frac{GC}{FB}$	**יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים**
19 ,18	20	$\frac{ED}{GD} = \frac{DG}{DF}$	**כלל המעבר**
20	21	$DF \cdot DE = DG^2$	**חישוב**
מ.ש.ל. ב			

נכתב ע"י עפר ילין



נתונים

1. $ABCD$ דלתון 2. $AB = AD$
3. AB משיק למעגל בנקודה E
4. AD משיק למעגל בנקודה H
5. CD משיק למעגל בנקודה G
6. CB משיק למעגל בנקודה F

צ"ל: א. $EF = GH$ ג. $EH \parallel FG$.

הסבר	מס'	טענה	נימוק
2	7	$AB = AD$	נתון
3	8	AB משיק למעגל בנקודה E	נתון
4	9	AD משיק למעגל בנקודה H	נתון
9 ,8	10	$AE = AH$	שני משיקים היוצאים למעגל מנקודה אחת שווים זה לזה
10 ,7	11	$EB = HD$ (צ)	חיסור קטעים שווים מקטעים שווים והפרש קטעים
1	12	$ABCD$ דלתון	נתון
12 ,7	13	$CB = CD$	בדלתון שני זוגות של צלעות סמוכות שוות
5	14	CD משיק למעגל בנקודה G	נתון
6	15	CB משיק למעגל בנקודה F	נתון
15 ,14	16	$CF = CG$	שני משיקים היוצאים למעגל מנקודה אחת שווים זה לזה
16 ,13	17	$FB = GD$ (צ)	חיסור קטעים שווים מקטעים שווים והפרש קטעים
12	18	$\sphericalangle EBF = \sphericalangle HDG$ (ז)	זוויות בסיס שוות בדלתון
17 ,18 ,11	19	$\Delta EBF \cong \Delta HDG$	משפט חפיפה צלע זווית צלע
19	20	$EF = GH$	צלעות מתאימות במשולשים חופפים
מש.ל. א			
11 ,10	21	$\frac{AE}{EB} = \frac{AH}{HD}$	חישוב
21	22	$EH \parallel BD$	משפט תאלס ההפוך
17 ,16	23	$\frac{CF}{FB} = \frac{CG}{GD}$	חישוב
23	24	$EH \parallel BD$	משפט תאלס ההפוך

הסבר	מס'	טענה	נימוק
22, 24	25	$EH \parallel FG$	אם שני ישרים מקבילים לישר שלישי אז מקבילים ביניהם
מ.ש.ל. ב (עוד דרך לפתרון בעמוד הבא)			

הוכחה אפשרית נוספת לסעיף ב ללא כל תלות במהלכי ההוכחה שבסעיף א,
כאשר לוקחים את תוצאת סעיף א כעובדה נתונה לסעיף ב :

GE **מיתר – בניית עזר.**

$EF = GH$ **- הוכח בסעיף א.**

$\Downarrow$

$\overset{\frown}{EF} = \overset{\frown}{GH}$ **- למיתרים שווים שייכות קשתות שוות (הקשתות הקטנות בסרטוט).**

$\Downarrow$

$\sphericalangle EGF = \sphericalangle GEH$ **- זוויות היקפיות ,הנשענות על קשתות שוות, שוות זו לזו.**

$\Downarrow$

$EH \parallel FG$ **- אם בין שני ישרים, הנחתכים ע"י ישר שלישי, יש זוג זוויות מתחלפות שוות, הרי הישרים מקבילים.**

מ.ש.ל. ב

א. (1) בקופסה A יש 4 חרוזים כחולים ו- 2 חרוזים לבנים – סה"כ 6 חרוזים.

המאורע להוציא לפחות חרוז אחד לבן מקופסה A, אחרי שלוש הוצאות בלתי תלויות, עם החזרה,

הוא המאורע המשלים להוצאת 0 חרוזים לבנים : $P(\text{at least 1 white}) = 1 - P(0\ \text{white}) = 1 - (\frac{2}{3})^3 = \frac{19}{27}$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{19}{27}$.

(2) כיוון שבקופסה B יש אותו מספר חרוזים כולל (6) כמו בקופסה A, וגם בה שני צבעי חרוזים זהים,

והסיכוי להוצאת לפחות חרוז אחד כחול מקופסה B שווה לסיכוי להוצאת לפחות חרוז אחד לבן מקופסה A,

הרי שבקופסה B יהיה מספר החרוזים הכחולים כמו מספר החרוזים הלבנים בקופסה A -

כלומר 2, ומכאן ש- 4 חרוזים לבנים.

תשובה: בקופסה B 4 חרוזים לבנים.

ב. (1) אסף מוציא שני חרוזים עם החזרה, לאחר בחירה אקראית בקופסה.

נחשב את ההסתברות להוצאת שני כדורים שוני צבע מאחת הקופסאות.

$$P(\text{2 at different colour}) = \frac{1}{2}(\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{6}+\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{6})+\frac{1}{2}(\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{6}) = \frac{4}{9}$$

תשובה: ההסתברות שאסף יוציא שני חרוזים בצבעים שונים היא $\frac{4}{9}$.

(2) מהלך הוצאת החרוזים של רונן שונה ממהלך הוצאת החרוזים של אסף.

רונן מוציא חרוז אחד מכל קופסה.

$$P(\text{2 at different colour}) = \frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} = \frac{5}{9}$$

תשובה: ההסתברות שרונן יוציא שני חרוזים בצבעים שונים היא $\frac{5}{9}$.

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - קבוצת הנבחנים בסקר N - קבוצת העוברים את בחינות המועצה $\overline{N}$ - קבוצת הנכשלים בבחינות המועצה

M - קבוצת הנבחנים שלמדו מנהל עסקים (התיאור של אבחנת המקצוע שיש לבחון את אמינותו)

$\overline{M}$ - קבוצת הנבחנים שלמדו חוגים אחרים בכלכלה.

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(M/N)=0.72 \quad \rightarrow P(\overline{M}/N)=0.28$$
$$P(M/\overline{N})=0.56 \quad \rightarrow P(\overline{M}/\overline{N})=0.44$$
$$P(N/M)=0.75 \quad \rightarrow P(\overline{N}/M)=0.25$$

$$\frac{P(N/M)}{P(\overline{N}/M)}=\frac{0.75}{0.25}=3$$

תשובה: היחס הוא 3.

ב. יש למצוא את השיעור הבסיסי $\frac{P(N)}{P(\overline{N})}$ **, כך ש** $P(N/M)>0.75$

נמצא את היחס המעודכן R הנדרש:

$$P(N/M)=\frac{R}{1+R}$$
$$\frac{R}{1+R}>0.75$$
$$R>0.75+0.75R$$
$$0.25R>0.75$$
$$R>3$$

$$R=\frac{P(M/N)}{P(M/\overline{N})}\cdot\frac{P(N)}{P(\overline{N})}>3$$
$$\frac{0.72}{0.56}\cdot\frac{P(N)}{P(\overline{N})}>3$$
$$\frac{P(N)}{P(\overline{N})}>2\frac{1}{3}$$

תשובה: היחס צריך להיות גדול מ- $2\frac{1}{3}$.