נסמן ב- x את מחיר "שירי ביאליק"
וב- y את מחיר "סיפור פשוט".

את "שירי ביאליק" קיבל המורה <u>בהנחה</u> של 15%,
מחיר הקניה בפועל $\frac{100-15}{100}x=\frac{85}{100}x=0.85x$

את "סיפור פשוט" קיבל המורה <u>בהנחה</u> של 10%,
מחיר הקניה בפועל $\frac{100-10}{100}y=\frac{90}{100}y=0.9y$

נכניס את הנתונים לטבלה מתאימה
סך הכל של התשלומים שווה למחיר כפול כמות .

		כמות	מחיר לספר שקלים	סך הכל שקלים
מחיר מחירון	"שירי ביאליק"	4	x	$4x$
	"סיפור פשוט"	5	y	$5y$
מחיר בפועל	"שירי ביאליק"	4	$0.85x$	$4\cdot 0.85x=3.4x$
	"סיפור פשוט"	5	$0.9y$	$5\cdot 0.9y=4.5y$

(1) סך התשלום שתוכנן 320, שקלים לכן $4x+5y=320$

(2) סך התשלום ששולם 282 שקלים, לכן $3.4x+4.5y=282$

$$\begin{cases}4x+5y=320 & /\cdot(-4.5)\\ 3.4x+4.5y=282 & /\cdot 5\end{cases}$$

$$\begin{cases}-18x-22.5y=-1440\\ 17x+22.5y=1410\end{cases}$$

$$-x=-30$$

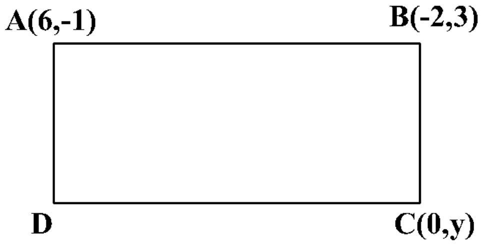
$$x=30\rightarrow 4\cdot 30+5y=320\rightarrow 5y=200\rightarrow y=40$$

על פי המחירון:

מחיר "שירי ביאליק": 30 שקלים

מחיר "סיפור פשוט": 40 שקלים.

C על ציר ה- y לכן $x_C=0$. נסמן: $C(0,y)$



א. נמצא את שיפוע AB , בעזרת הנוסחה $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$$m_{AB}=\frac{-1-3}{6-(-2)}=\frac{-4}{8}=-\frac{1}{2}$$

זוויות המלבן ישרות, לכן AB מאונך ל- BC

תנאי לניצבות $m_1\cdot m_2=-1$ **(שיפועים הופכים ונגדיים)**

לכן שיפוע BC שווה ל- 2 .

ב. ניעזר, פעם נוספת בנוסחת השיפוע, הפעם עבור BC

$$m_{BC}=2\rightarrow 2=\frac{3-y_C}{-2-0}\rightarrow 2=\frac{3-y_C}{-2}$$

$$-4=3-y_C\rightarrow y_C=7$$

לכן, שיעורי נקודה C הם $C(0,7)$

ג. האלכסונים במלבן חוצים זה את זה

נמצא את שיעורי נקודה E , מפגש האלכסונים, אמצע AC :

$$x_E=\frac{6+0}{2}=\frac{6}{2}=3, y_E=\frac{-1+7}{2}=\frac{6}{2}=3$$

לכן, שיעורי הנקודה E הם: $E(3,3)$

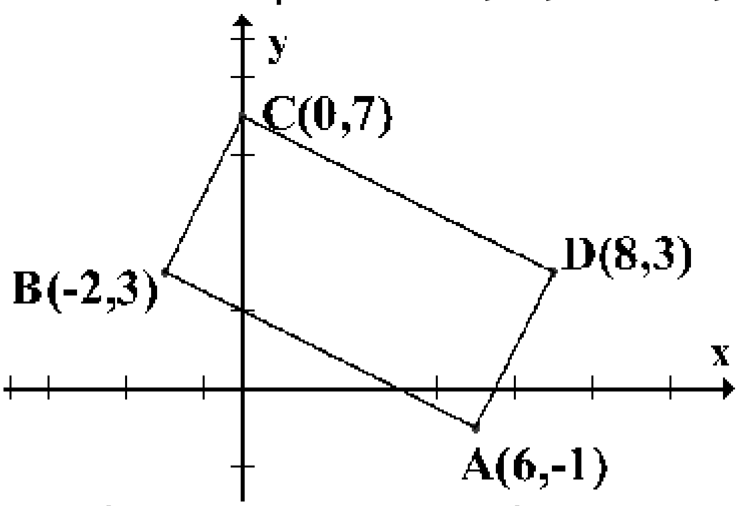
ניעזר באותה נוסחה, הפעם עבור E כאמצע BD

$$3=\frac{x_D-2}{2}\rightarrow 6=x_D-2\rightarrow x_D=8$$

$$3=\frac{y_D+3}{2}\rightarrow 6=y_D+3\rightarrow y_D=3$$

לכן, שיעורי הנקודה D הם: $D(8,3)$ **.**

נעלה הנתונים על מערכת צירים מדויקת



ואכן, קבלנו מלבן (בדיקה זו לא חובה, אבל מומלצת)

נכתב ע"י עפר ילין

א. $y=(x-1)(x-3)$

בנקודות החיתוך עם ציר ה- x , $y=0$ **ולכן** $x=1,\ \ x=3$

נקודות החיתוך הן $(1,0),\ \ (3,0)$

למציאת השיפוע של המשיק יש לגזור את הפונקציה
ולפני כן מומלץ לפתוח את הסוגריים

$$\boxed{y=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3}$$

$$\boxed{y'=2x-4}$$

$$m(1)=y'(1)=2\cdot1-4=-2$$

$$m(3)=y'(3)=2\cdot3-4=2$$

נמצא את משוואת המשיק עבור $(1,0),\ \ m=-2$

$$y-0=-2(x-1)\quad\rightarrow y=-2x+2$$

משוואת המשיק $y=-2x+2$

נמצא את משוואת המשיק עבור $(3,0),\ \ m=2$

$$y-0=2(x-3)\quad\rightarrow y=2x-6$$

משוואת המשיק $y=2x-6$

ב. למציאת שיעור ה- x **בנקודת חיתוך המשיקים,**
נפתור מערכת של שתי משוואות בשני נעלמים

$$\begin{cases}y=-2x+2\\ y=2x-6\end{cases}\rightarrow -2x+2=2x-6\quad\rightarrow -4x=-8\quad\rightarrow x=-2$$

ומכאן ששיעור ה- x **בנקודת חיתוך המשיקים הוא** 2

ג.(1) למציאת הקיצון יש להשוות את הנגזרת לאפס

$$y'=2x-4$$

$$0=2x-4\quad\rightarrow 2x=4\quad\rightarrow x=2$$

$$y''=2>0\quad\rightarrow \min$$

ומכאן ששיעור ה- x **בנקודת הקיצון הוא** 2

(לא נדרש סוג הקיצון, אולם הנגזרת השנייה נעשתה
על-מנת לוודא שיש קיצון)

דרך חלופית, המתבססת על כך שזו פרבולה בעלת מינימום

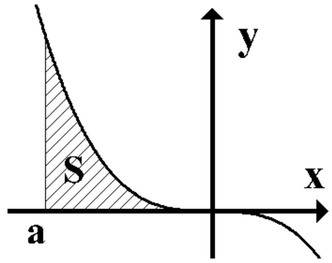
$$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\cdot1}=2$$

וגם יש לזכור שציר הסימטרייה עובר בדיוק באמצע
של הקטע בין נקודות החיתוך עם ציר ה- x **.**

(2) בנקודת הקיצון, משוואת המשיק היא של פונקציה קבועה
נמצא את שיעור ה- y **של נקודת הקיצון**

$$y=(2-1)(2-3)=-1$$

ולכן משוואת המשיק היא $y=-1$



א. נחשב את גודלו של השטח, בעזרת הפרמטר a

	S
פונקציה עליונה	$y=-x^3$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x גדול	0
x קטן	a

$$S=\int_a^0(-x^3-0)dx=-\frac{x^4}{4}\Big]_a^0$$

$$S=(-\frac{0^4}{4})-(-\frac{a^4}{4})=0+\frac{a^4}{4}=\frac{a^4}{4}$$

גודל השטח המקווקו הוא $\frac{a^4}{4}$

ב. נתון כי גודל השטח המקווקו הוא $-a^3$, לכן

$$-a^3=\frac{a^4}{4} \quad /\cdot 4$$

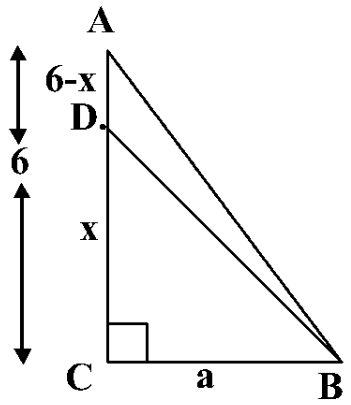
$$\Leftrightarrow -4a^3=a^4 \quad /:a\neq 0$$

$$\Leftrightarrow -4=a$$

$$\Leftrightarrow a=-4$$

והתשובה $a=-4$.

א. נשרטט את המשולש, כאשר נסמן את CD ב- x
ולכן אורך AD הוא $6-x$ ואת BC ב- a .



ריבועי המרחקים המבוקשים:

$$DC^2 = (6-x)^2 = 36-12x+x^2$$

$$DC^2 = x^2$$

ובעזרת משפט פיתגורס ΔCDB $\qquad DB^2 = x^2 + a^2$

לכן <u>סכום ריבועי המרחקים</u>: $3x^2 - 12x + 36 + a^2$

ב. נמצא את נקודת הקיצון

$$\boxed{f(x) = 3x^2 - 12x + 36 + a^2}$$

$$\boxed{f'(x) = 6x - 12}$$

$$0 = 6x - 12 \quad \to 6x = 12 \quad \to x = 2$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$f'(1) = 6\cdot 1 - 12 < 0, \quad f'(3) = 6\cdot 3 - 12 > 0$$

x	3	2	1
y'	+	0	-
מסקנה	↗	Min	↘

תשובה: $x = 2$ יביא את סכום ריבועי המרחקים למינימום

(ניתן לדעת גם מתוך הבנה שהפונקציה היא פרבולה בעלת מינימום)