נסמן ב- x **את המהירות בה רכב מ-** B **ל-** C

וב- y **את הזמן שרכב מ-** B **ל-** C**,**

הרוכב רכב מ- A **ל-** B **במהירות הגדולה ב-** 20%

מהמהירות שלו בדרך מ- B **ל-** C

המהירות בה רכב מ- A **ל-** B $\quad \frac{100+20}{100}x=\frac{120}{100}x=1.2x$

הוא עבר את הדרך מ- A **ל-** B **בשעה אחת יותר**

מהזמן שעבר את הדרך מ- B **ל-** C

הזמן אותו רכב מ- A **ל-** B **הוא** $y+1$

$s=vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נשלים את הנתונים בטבלה.

	זמן - t **שעות**	**מהירות -** v **קמ"ש**	**דרך-מרחק -** s **ק"מ**
מ- A **ל-** B	$y+1$	$1.2x$	$1.2x(y+1)$
מ- B **ל-** C	y	x	xy

(1) המרחק מ- A **ל-** B **הוא** 240 **ק"מ, לכן** $1.2x(y+1)=240$

(2) והמרחק מ- B **ל-** C **הוא** 160 **ק"מ, לכן** $xy=160$

$$\begin{cases}1.2x(y+1)=240\\ xy=160\end{cases}$$

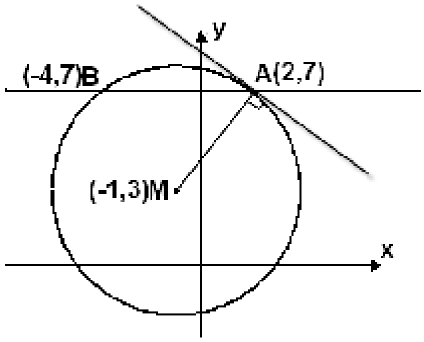
$$1.2\overset{160}{xy}+1.2x=240$$

$$1.2\cdot160+1.2x=240$$

$$1.2x=48$$

$$x=40$$

מהירות הרוכב בדרך מ- B **ל-** C **היא** 40 **קמ"ש**



א. הישר $y=7$ **חותך את המעגל** $(x+1)^2+(y-3)^2=25$

בנקודות A **ו-** B . **נציב** 7 **במקום** y **במשוואת המעגל**

$$(x+1)^2+(7-3)^2=25 \rightarrow (x+1)^2=9 \rightarrow x^2+2x+1=9$$

$$x^2+2x-8=0 \rightarrow x_1=2,\ x_2=-4$$

ובהתאם לציור הנתון $A(2,7)$, $B(-4,7)$

ב. שיפוע בין שתי נקודות ע"פ הנוסחה $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$$m_{MA}=\frac{7-3}{2-(-1)}=\frac{4}{3}$$

ולכן שיפוע MA **הוא** $\frac{4}{3}$

ג. הרדיוס MA **מאונך למשיק בנקודת ההשקה**

תנאי לניצבות $m_1\cdot m_2=-1$ **(שיפועים הופכים ונגדיים)**

לכן שיפוע המשיק שווה ל- $-\frac{3}{4}$,

הנוסחה למשוואת ישר $y-y_1=m(x-x_1)$

$$m=-\frac{3}{4},\quad (\overset{x_1}{2},\overset{y_1}{7})$$

$$y-7=-\frac{3}{4}(x-2)$$

$$y-7=-\frac{3}{4}x+1.5$$

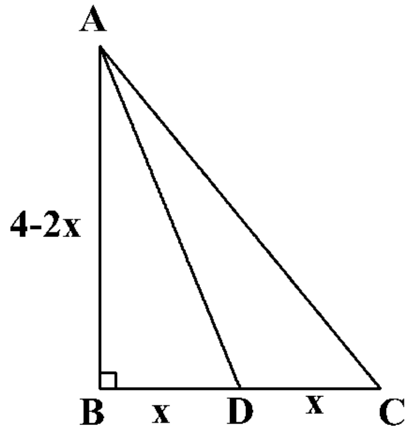
$$y=-\frac{3}{4}x+8.5$$

ומשוואת המשיק היא $y=-\frac{3}{4}x+8.5$

א. נשרטט את הציור הראשוני, כאשר נסמן $BD = x$

AD **תיכון, לכן** $CD = BD = x$

4 **ס"מ** $AB + BC$ **, לכן** $AB = 4 - 2x$



ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *אורך התיכון*

נמצא את התיכון בעזרת משפט פיתגורס, במשולש ABD

$$AD^2 = x^2 + (4-2x)^2 \quad \rightarrow AD^2 = x^2 + 16 - 16x + 4x^2$$

$$\rightarrow AD = \sqrt{5x^2 - 16x + 16}$$

נמצא את נקודת הקיצון

$$\boxed{f(x) = \sqrt{5x^2 - 16x + 16}}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{10x - 16}{2\sqrt{5x^2 - 16x + 16}}}$$

$$0 = \frac{10x - 16}{2\sqrt{5x^2 - 16x + 16}} \rightarrow 0 = 10x - 16 \rightarrow 10x = 16 \rightarrow x = 1.6$$

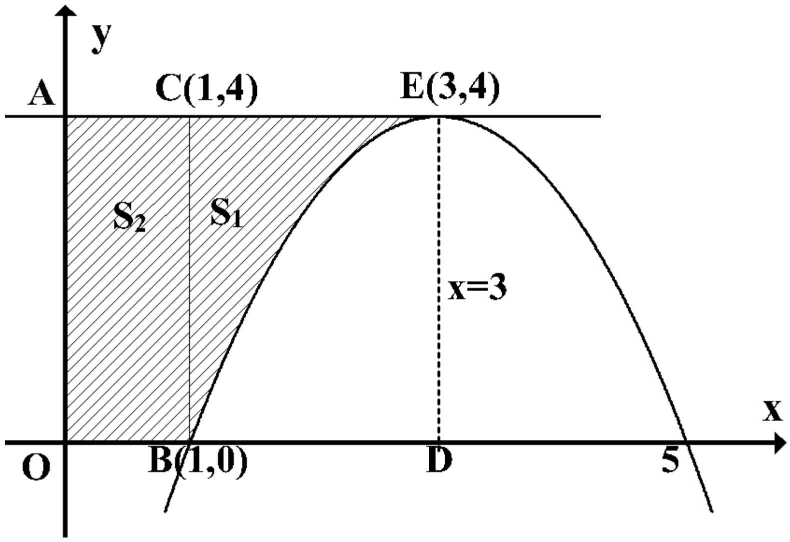
נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(1.5) = 10 \cdot 1.5 - 16 < 0, \quad f'(1.7) = 10 \cdot 1.7 - 16 > 0$$

x	1.7	1.6	1.5
y'	+	0	-
מסקנה	↗	**Min**	↘

תשובה: עבור $x = 1.6$ **ס"מ אורך התיכון יהיה מינימלי.**

א. נחלק את השטח המבוקש לשני שטחים, כמסומן בציור הבא:



הפונקציה היא ריבועית וניתן למצוא את שיעור ה- x **של קודקוד הפרבולה ולאחר מכן להציב תבנית הפונקציה ולקבל את שיעור ה-** y **:**

$$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{6}{2\cdot(-1)}=3 \rightarrow y=-3^2+6\cdot 3-5=4$$

לכן שיעורי נקודת המקסימום הם $(3,4)$

ב. משוואת המשיק בנקודת קיצון, היא משוואה של פונקציה קבועה. ערך הפונקציה בנקודת המקסימום הוא 4 **ולכן משוואת המשיק היא** $y=4$ **.**

ג. נמצא את שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x **, בעזרת נוסחת השורשים,**

ונקבל: $x_1 = 1,\ x_2 = 5$ **ולכן שיעורי הנקודה** B **הם** $(1,0)$

S_2 **הוא מלבן:** $S_2 = S_{OACB} = OB \cdot BC = 1 \cdot 4 = 4$

	S_1
פונקציה עליונה	$y = 4$
פונקציה תחתונה	$y = -x^2 + 6x - 5$
x **גדול**	$x_D = 3$
x **קטן**	$x_B = 1$

$$S_1 = \int_1^3 (4 - (-x^2 + 6x - 5)dx = \int_1^3 (x^2 - 6x + 9)dx$$

$$S_1 = \frac{x^3}{3} - \frac{\cancel{6}^{3} x^2}{\cancel{2}} + 9x\Big]_1^3$$

$$S_1 = (\frac{3^3}{3} - 3 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3) - (\frac{1^3}{3} - 3 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1) = 9 - 6\frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$$

$$S = S_1 + S_2 = 2\frac{2}{3} + 4 = 6\frac{2}{3}$$

גודל השטח המקווקו הוא $6\frac{2}{3}$