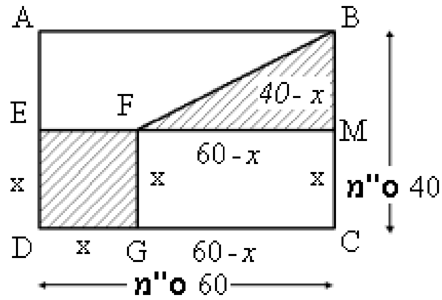
.1

נעלה את הנתונים על הציור ונסביר:



נסמן את הצלע DG **ב-** x **כמתואר בציור**

EFGD **ריבוע, לכן שטחו** x^2

$DC = 60$ **ס"מ, לכן** $GC = 60 - x$

ומכיוון וגם FMCG **מלבן, הרי ש-** $FM = 60 - x$ **(צלעות נגדיות שוות במלבן)**

$FG = x$ **ולכן גם** $MC = x$

$BC = 40$ **ס"מ ומכאן ש:** $BM = 40 - x$

שטח משולש, ישר זווית, BMF **הוא:** $S_{\Delta BMF} = \frac{(60-x)(40-x)}{2}$

הסכום של שטח הריבוע ושטח המשולש (השטח המקווקו בציור)

הוא 784 **סמ"ר :**

$$x^2 + \frac{(60-x)(40-x)}{2} = 784 \quad / \cdot 2$$

$$2x^2 + (60-x)(40-x) = 1568$$

$$2x^2 + 2400 - 60x - 40x + x^2 = 1568$$

$$3x^2 - 100x + 832 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{100 \pm 4}{6}$$

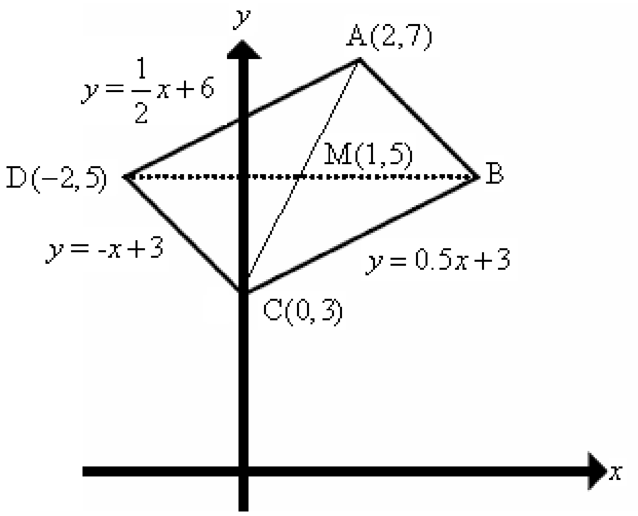
$$x_1 = 17\frac{1}{3}, \quad x_2 = 16$$

תשובה: 16 **ס"מ או** $17\frac{1}{3}$ **ס"מ .**

נכתב ע"י עפר ילין

.2

נביא את הציור המעודכן והסברים בהמשך:



א. הקדקוד C **נמצא על הצלע** DC **המונחת על הישר** $y=-x+3$

C **נמצא גם על ציר ה-** y **ולכן שיעור ה-** x **שלו** 0

נציב 0 **במשוואת הישר (הצלע):** $3=3+0-=y$

לכן שיעורי הקדקוד $C(0,3)$

ב. הצלעות הנגדיות במקבילית מקבילות זו לזו, ולכן שיפועיהם שווים.

משוואת הצלע AD היא $y=\frac{1}{2}x+6$ **ולכן השיפוע** $\frac{1}{2}$

נשתמש בנוסחה $y-y_1=m(x-x_1)$ $\quad (\overset{x_1}{0},\overset{y_1}{3})\quad m=0.5,$

$y-3=0.5(x-0)$

$\boxed{y=0.5x+3}$

לכן, משוואת הצלע BC **היא** $y=0.5x+3$

נכתב ע"י עפר ילין

ג. נמצא את שיעורי הקדקוד D

$$\begin{cases} y=0.5x+6 \\ y=-x+3 \end{cases} \to 0.5x+6=-x+3 \to 1.5x=-3$$

$$\to x=-2, \quad \to 0.5\cdot(-2)+6=5$$

$D(-2,5)$ **נמצאת על ישר המקביל לציר ה-** x

ולכן שיעורי ה- y **שלו קבועים ושווים ל-** 5

הנוסחה לאמצע קטע היא: $x_M=\frac{x_A+x_B}{2}, y_M=\frac{y_A+y_B}{2}$

נקודת מפגש האלכסונים במקבילית היא אמצע של כל אלכסון

ניעזר בנוסחה, עבור M **כאמצע** AC

$$\frac{y_A+3}{2} \to 0 \to y_A=7$$

נציב -3 **במקום** y **במשוואת הצלע** AD

$$7=\frac{1}{2}x+6 \to 14=x+12 \to x_A=2$$

כלומר: $A(2,7)$

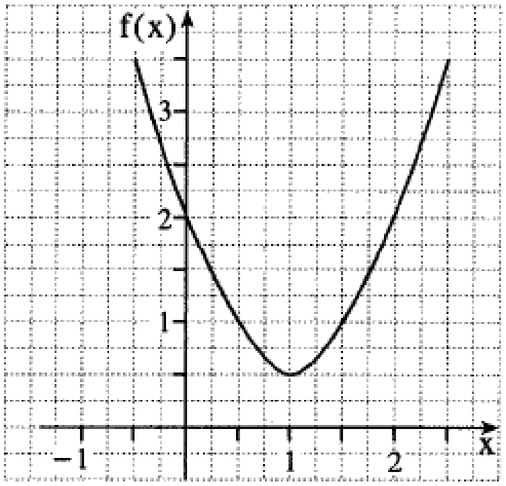
נשתמש, שנית, בנוסחת האמצע:

$$y_M=\frac{0+2}{2} \to y_M=1.$$

לכן, שיעורי הנקודה M **הם** $M(1,5)$

.3

נביא את הציור המעודכן והסברים בהמשך:



נבנה טבלת ערכים משותפת ל- $f(x)$ **ול-** $\frac{1}{f(x)}$ **בהתאם לציור הנתון**

x	$f(x)$	$\frac{1}{f(x)}$
-0.5	$3.5=\frac{7}{2}$	$\frac{2}{7}$
0	2	$\frac{1}{2}$
0.5	1	1
1	$\frac{1}{2}$	2
1.5	1	1
2	2	$\frac{1}{2}$
2.5	$3.5=\frac{7}{2}$	$\frac{2}{7}$

בהתאם לטבלה ולציור הנתון קל לענות על הסעיפים הבאים

א. (1) $f(x)$ **עולה עבור** $1<x<2.5$ **ויורדת עבור** $-0.5<x<1$

(2) $\frac{1}{f(x)}$ **עולה עבור** $-0.5<x<1$ **ויורדת עבור** $1<x<2.5$

ב. ל- $f(x)$ **ול-** $\frac{1}{f(x)}$ **אותו ערך כאשר** $y=1$ **(או** $y=-1$)

כי $\frac{1}{1}=1$ **(או** $\frac{1}{-1}=-1$ **)**

בהתאם לציור, ולטבלת הערכים, הערך $y=1$ **מתקבל עבור** $x=0.5$ **, או** $x=1.5$

תשובה: $x=0.5$ **, או** $x=1.5$

ג. המקסימום המוחלט של $f(x)$ **מתקבל בנקודות** $(-0.5, 3.5)$ **ו-** $(2.5, 3.5)$**.**

המקסימום המוחלט של $\frac{1}{f(x)}$ **מתקבל ב-** x **שבו ל-** $f(x)$ **מינימום מוחלט,**

כלומר עבור $x=1$ **, ועל-פי טבלת הערכים של** $\frac{1}{f(x)}$ **בנקודה** $(1, 2)$

4.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=2x(x+3)^2$

לסעיף ב' נוח לעבוד עם הפונקציה בתבנית הנתונה.

לסעיף א', מומלץ לפתוח ראשית את הסוגריים,

במקום לעבוד עם נגזרת של מכפלה.

$$\boxed{f(x)=2x(x+3)^2}$$

$$f(x)=2x(x^2+6x+9)$$

$$\boxed{f(x)=2x^3=12x^2+18x}$$

<u>נקודות קיצון וסוגן</u>

$$\boxed{f'(x)=6x^2+24x+18}$$

$$0=6x^2+24x+18$$

$$x_{1,2}=\frac{-24\pm12}{12}$$

$$x_1=-3 \quad x_2=-1$$

$$f(-3)=2\cdot(-3)(-3+3)^2=0\to(-3,0)$$

$$f(-1)=2\cdot(-1)(-1+3)^2=-8\to(-1,-8)$$

נמצא את סוג הקיצון בעזרת נגזרת שנייה

$$\boxed{f''(x)=12x+24}$$

$$f''(-4)=12\cdot(-4)+24=-36<0\to\max$$

$$f''(-1)=12\cdot(-1)+24=12>0\to\min$$

תשובה: $(-3,0)$ **מקסימום,** $(-1,-8)$ **מינימום .**

ב. <u>נקודות החיתוך עם הצירים</u>

<u>נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר</u> ה- x $\quad y=0$

$$0=2x(x+3)^2$$

$$2x=0\to(0,0)$$

$$(x+3)^2=0$$

$$x+3=0$$

$$x=-3\to(-3,0)$$

נקודות החיתוך עם ציר ה- x $(0,0)$ **,** $(-3,0)$

נקודת החיתוך עם ציר ה- y $(0,0)$

ג. בנקודת הקיצון המשיק מקביל לציר ה- x

ולכן המשוואות של המשיקים: $y=0$ **ו-** $y=-8$

.5

א. הנגזרת של הפונקציה y **היא** $y' = -2x + 4$

בנקודת הקיצון הנגזרת מתאפסת

$$0 = -2x + 4$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$

נוודא שזו נקודת מקסימום בעזרת נגזרת שנייה

$$y'' = -2 < 0$$

תשובה: $x = 2$

ב. בהתאם לסעיף א' ולנתון החדש

שיעורי נקודת המקסימום הם $(2, 4)$

נמצא את הפונקציה הקדומה:

$$f(x) = \int f'(x)\, dx$$
$$y = \int (-2x + 4)\, dx$$
$$y = \frac{-2x^2}{2} + 4x + c$$
$$\boxed{y = -x^2 + 4x + c}$$

נציב את שיעורי נקודת המקסימום

$$4 = -2^2 + 4 \cdot 2 + c$$
$$4 = 4 + c$$
$$c = 0$$

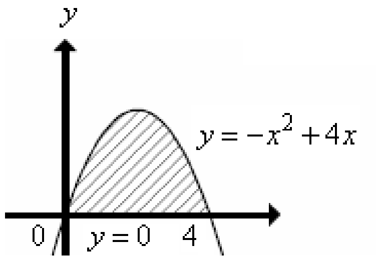
תשובה: $y = -x^2 + 4x$

ג. נמצא את שיעורי נקודת החיתוך עם ציר ה- x

$$0 = -x^2 + 4x$$
$$0 = x(-x + 4)$$
$$x = 0 \rightarrow (0, 0)$$
$$x = 4 \rightarrow (4, 0)$$

תשובה: $(0, 0)$, $(4, 0)$

ד. הפונקציה $y=-x^2+4x$ היא של פרבולה בעלת מקסימום



נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח

פונקציה עליונה	$y=-x^2+4x$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x **גדול**	$x=4$
x **קטן**	$x=0$

נחשב את השטח הנדרש (המקווקו בציור)

$$S_1=\int_3^4(-x^2+4x-0)dx=-\frac{x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}\Big]_0^4=$$

$$=(-\frac{4^3}{3}+2\cdot4^2)-(-\frac{0^3}{3}+2\cdot0^2)=-3\ln6+6+3\ln3-3$$

$$=10\frac{2}{3}$$

גודל השטח המקווקו הוא $10\frac{2}{3}$

.6

א. נתונה הפונקציה $y=\sqrt{x^2-6x+a}$

שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0$ **הוא** -0.6 **, כלומר** $y'(0)=-0.6$

$$y=\sqrt{x^2-6x+a}$$

$$y'=\frac{2x-6}{2\sqrt{x^2-6x+a}}$$

$$\frac{2\cdot 0-6}{2\sqrt{0^2-6\cdot 0+a}}=-0.6 \quad \leftarrow y'(0)=-0.6$$

$$\frac{-3}{\sqrt{a}}=-0.6 \quad /\cdot\sqrt{a}$$

$$-3=-0.6\cdot\sqrt{a} \; / :-0.6$$

$$5=\sqrt{a} \quad (\;)^2 \rightarrow \boxed{a=25}$$

תשובה: $a=25$

ב. נציב $a=25$ **בפונקציה ונקבל** $\boxed{y=\sqrt{x^2-6x+25}}$

עבור קיצון, יש למצוא את שיעור ה- x **שבו הנגזרת מתאפסת**

$$\boxed{y=\sqrt{x^2-6x+25}}$$

$$y=\sqrt{x^2-6x+25}$$

$$\boxed{y'=\frac{2x-6}{2\sqrt{x^2-6x+25}}}$$

$$0=\frac{2x-6}{2\sqrt{x^2-6x+25}} \qquad \rightarrow 0=2x-6 \quad \rightarrow x=3$$

$$x=3\rightarrow y=\sqrt{3^2-6\cdot 3+25}=4$$

$(3,4)$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(2)=2\cdot 2-6<0, \quad f'(4)=2\cdot 4-6>0$$

2	3	4	x
-	0	+	y'
$\searrow$	**Min**	$\nearrow$	**מסקנה**

עוברים מירידה לעליה ולכן זו נקודת מינימום.

תשובה: $(3,4)$ **נקודת מינימום**

ג. על-פי הטבלה, ובהתאם לנתון שהפונקציה מוגדרת לכל x

עלייה: $x>3$ **, ירידה:** $x<3$