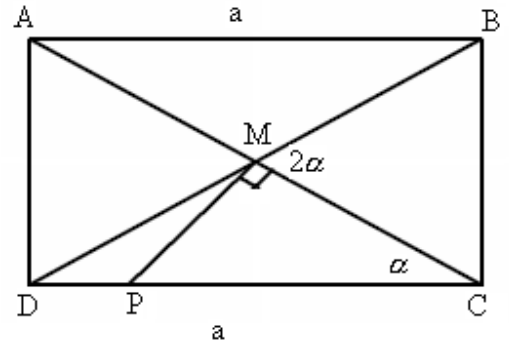


1.

נעלה את השרטוט המתאים:



א. נתחיל בהשלמת זוויות נדרשות

$$RBMC = 2a \text{ (נתון)}$$

$$RMDC = RMCD = a \text{ (זוויות בסיס שוות במש"ש } \triangle CBD \text{)}$$

כאשר אלכסוני המלבן חוצים ונחצים)

$\triangle ACD$ ישר זווית (זוויות המלבן ישרות)

$$\frac{\triangle ACD}{\cos a = \frac{DC}{AC}}$$

(צלעות נגדיות שוות במלבן) $AC = \frac{a}{\cos a}$

תשובה: $AC = \frac{a}{\cos a}$

ב. $MD = MC = \frac{a}{2\cos a}$ (אלכסוני המלבן חוצים ונחצים)

$\triangle CMP$ ישר זווית (נתון: מנקודה M העלו אנך ל- AC)

$\triangle CMP$

$$\tan a = \frac{MP}{MC}$$

$$MP = MC \tan a$$

$$MP = \frac{a}{2\cos a} \tan a$$

$$MP = \frac{a \tan a}{2\cos a}$$

$$\cos a = \frac{MC}{PC}$$

$$PC = \frac{\frac{a}{\cos a}}{\cos a}$$

$$PC = \frac{a}{2\cos^2 a}$$

הקף המשולש DPM שווה לסכום אורכי הצלעות

$$MD + MP + PD = MD + MP + (CD - PC) =$$

$$= \frac{a}{2\cos a} + \frac{a \tan a}{2\cos a} + \left(a - \frac{a}{2\cos^2 a}\right) =$$

$$= \frac{a}{2\cos a} + \frac{a \sin a}{2\cos^2 a} + a - \frac{a}{2\cos^2 a} = \leftarrow \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

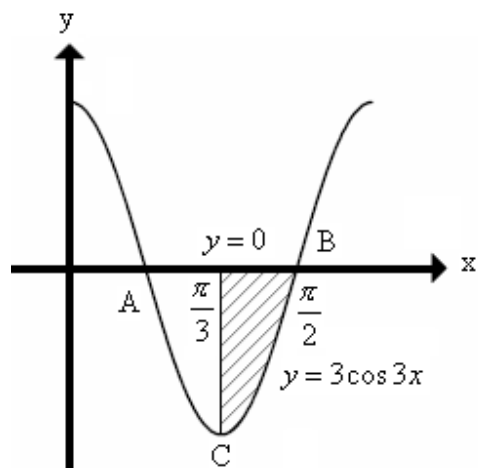
$$= \frac{a \cos a + a \sin a + 2a \cos^2 a - a}{2\cos^2 a} =$$

$$= \frac{a(\cos a + \sin a + 2\cos^2 a - 1)}{2\cos^2 a} =$$

$$= \frac{a(\cos a + \sin a + \cos 2a)}{2\cos^2 a} \leftarrow \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\frac{a(\cos a + \sin a + \cos 2a)}{2\cos^2 a} \text{ תשובה:}$$

2. נביא את הציר המעודכן ופרטים בהמשך.



א. בציור מתואר הגרף של הפונקציה $y = 3 \cos 3x$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{2p}{3}$.

נמצא נקודות חיתוך עם ציר ה- x

$$3 \cos 3x = 0$$

$$\cos 3x = 0$$

$$3x = \frac{p}{2} + pk$$

$$x = \frac{p}{6} + \frac{p}{3}k$$

$$k = 0 \rightarrow x = \frac{p}{6} \rightarrow A\left(\frac{p}{6}, 0\right)$$

$$k = 1 \rightarrow x = \frac{p}{2} \rightarrow B\left(\frac{p}{2}, 0\right)$$

תשובה: $B\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

ב. נמצא את שיעורי נקודת הקיצון הראשונה מימין לראשית, בהתאם לציור

$$y = 3 \cos 3x$$

$$y' = -9 \sin 3x$$

$$-9 \sin 3x = 0$$

$$\sin 3x = 0$$

$$3x = pk$$

$$x = \frac{p}{3}k$$

$$k = 1 \rightarrow x = \frac{p}{3} \rightarrow C\left(\frac{p}{3}, -3\right) \leftarrow y = 3 \cos\left(3 \cdot \frac{p}{3}\right)$$

תשובה: $C\left(\frac{p}{3}, -3\right)$

ג. השטח הוא שטח פשוט

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח

$y = 0$	פונקציה עליונה
$y = 3 \cos 3x$	פונקציה תחתונה
$x = \frac{p}{2}$	x גדול
$x = \frac{p}{3}$	x קטן

נחשב את השטח המבוקש

$$\begin{aligned} S &= \int_{\frac{p}{3}}^{\frac{p}{2}} (0 - 3 \cos 3x) dx = - \left[\frac{3 \sin 3x}{3} \right]_{\frac{p}{3}}^{\frac{p}{2}} = \\ &= (-\sin(3 \cdot \frac{p}{2})) - (-\sin(3 \cdot \frac{p}{3})) = \\ &= (-(-1)) - 0 \\ S &= 1 \end{aligned}$$

תשובה: 1

3.

$$f(t) = K \cdot a^t$$

כאשר K - הכמות ההתחלתית

a הוא גורם הגידול, $f(t)$ הכמות לאחר זמן t .

$$f(10) = 100\%K - 75\%K = 25\%K = 0.25K, \quad t = 10$$

נציב בנוסחה:

$$0.25K = K \cdot a^{10}$$

$$0.25 = a^{10}$$

$$\sqrt[10]{0.25} = a$$

$$\boxed{a = 0.87055}$$

$$f(t) = 100\%K - 80\%K = 20\%K = 0.2K \quad \text{א. נתון:}$$

נציב בנוסחה

$$0.2K = K \cdot 0.87055^t \quad /: K \neq 0$$

$$0.2 = 0.87055^t$$

$$\ln 0.2 = \ln 0.87055^t$$

$$\ln 0.2 = t \ln 0.87055$$

$$t = \frac{\ln 0.2}{\ln 0.87055} = 11.61$$

תשובה: כעבור 11.61 שנים.

ב. נתון: $t = 10$

$$f(10) = K \cdot 0.87055^6 = 0.43527K = 43.53\%$$

$$100\% - 43.537\% = 56.47\%$$

תשובה: 56.47%.

א. נתונה הפונקציה $y = \sqrt{ax^2 - 16a}$.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 8$ הוא $\frac{\sqrt{2}}{3}$

$$\text{לכן } y'(8) = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{2ax}{2\sqrt{ax^2 - 16a}} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} &= \frac{2a \cdot 8}{2\sqrt{a \cdot 8^2 - 16a}} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} &= \frac{8a}{\sqrt{48a}} \quad /(\cdot)^2 \\ \frac{2}{3} &= \frac{64a^2}{48a} \\ \frac{2}{3} &= \frac{4a}{3} \\ a &= 0.5 \end{aligned}$$

$$\boxed{y = \sqrt{0.5x^2 - 8}} \quad \text{נציב } a = 0.5 \text{ ונקבל}$$

ב. נמצא את תחום ההגדרה (ביטוי בתוך השורש אי-שלילי)

$$\begin{aligned} 0.5x^2 - 8 &\geq 0 \quad / \cdot 2 \\ x^2 - 16 &\geq 0 \end{aligned}$$



תחום ההגדרה: $x \leq -4$ או $x \geq 4$

ג. חיתוך ציר y , לכן $x = 0$ לא בתחום ההגדרה ולכן אין

חיתוך ציר x , לכן $y = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= \sqrt{0.5x^2 - 8} \\ 0 &= 0.5x^2 - 8 \\ x &= \pm 4 \end{aligned}$$

ובהתאם $(-4, 0)$, $(4, 0)$

$$\boxed{y' = \frac{x}{2\sqrt{0.5x^2 - 8}}} \quad \text{ד.}$$

הנגזרת מתאפסת רק עבור $x = 0$ שלא בתחום ההגדרה.

ה. נבנה טבלה לדיהוי תחומי עליה וירידה (מכנה הנגזרת חיובי)
 קל לראות כי הנגזרת חיובית עבור $x > 0$ ושלילית עבור $x < 0$

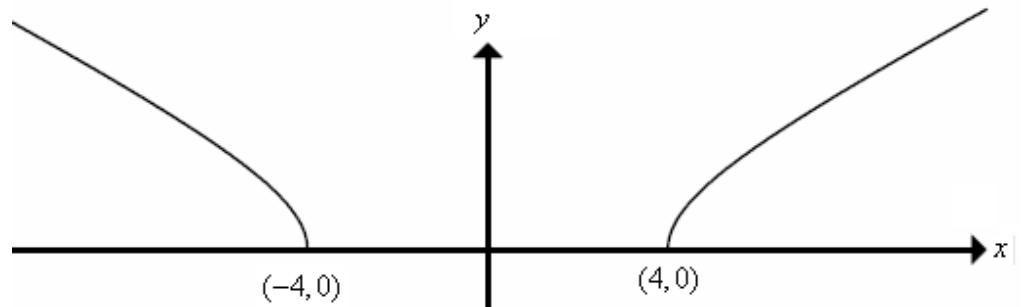
	-4		4		x
-				+	y'
↘	Min		Min	↗	מסקנה

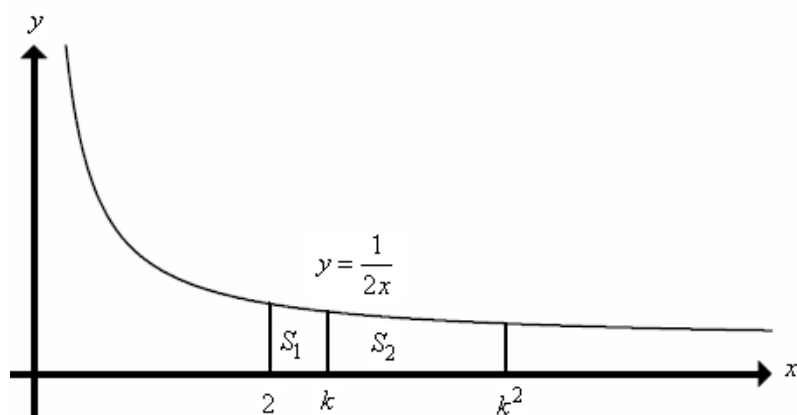
ולכן: עליה עבור $x > 4$ וירידה עבור $x < 4$.
 נ. הפונקציה חיובית לכל x בתחום ההגדרה, למעט בחיתוך עם הצירים
 לכן המינימום המוחלט יתקבל ב- $(4, 0)$, $(-4, 0)$

ז. הסקיצה המתאימה

נכין טבלת ערכים קטנה, שתעזור גם לציור הסקיצה (בסיוע מחשבון)

-1000	-4	4	1000	x
0	0	0	-1873	y





א. נכין טבלה לסיוע בחישוב השטחים

S_1	S_2	
$y = \frac{1}{2x}$	$y = \frac{1}{2x}$	פונקציה עליונה
$y = 0$	$y = 0$	פונקציה תחתונה
$x = k$	$x = k^2$	גדול x
$x = 2$	$x = k$	קטן x

$$S_1 = \int_2^k \left(\frac{1}{2x} - 0\right) dx = \frac{1}{2} \ln|x| \Big|_2^k$$

$$S_1 = \left(\frac{1}{2} \ln|k|\right) - \left(\frac{1}{2} \ln|2|\right) =$$

$$\boxed{S_1 = \frac{1}{2} \ln k - \frac{1}{2} \ln 2}$$

$$S_2 = \int_k^{k^2} \left(\frac{1}{2x} - 0\right) dx = \frac{1}{2} \ln|x| \Big|_k^{k^2}$$

$$S_2 = \left(\frac{1}{2} \ln|k^2|\right) - \left(\frac{1}{2} \ln|k|\right) =$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \ln k^2 - \frac{1}{2} \ln k = \ln k - \frac{1}{2} \ln k = \frac{1}{2} \ln k$$

$$\boxed{S_2 = \frac{1}{2} \ln k}$$

$$S_2 - S_1 = \frac{1}{2} \ln k - \left(\frac{1}{2} \ln k - \frac{1}{2} \ln 2\right) =$$

$$\boxed{S_2 - S_1 = \frac{1}{2} \ln 2}$$

תשובה: $\frac{1}{2} \ln 2$

$$\text{ב. נתון: } \frac{S_2}{S_1} = 3$$

$$\frac{\frac{1}{2} \ln k}{\frac{1}{2} \ln k - \frac{1}{2} \ln 2} = 3$$

$$0.5 \ln k = 1.5 \ln k - 1.5 \ln 2$$

$$-\ln k = -1.5 \ln 2$$

$$\ln k = 1.5 \ln 2$$

$$\ln k = \ln 2^{\frac{3}{2}}$$

$$k = \sqrt{2^3}$$

$$k = \sqrt{8}$$

$$\boxed{k = 2.828}$$

תשובה: $k = 2.828$