

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x+ay=a^2 \\ x+2y=4 \quad / \cdot (-1) \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} x+ay=a^2 \\ -x-2y=-4 \quad / \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow ay-2y=a^2-4$$

$$\Leftrightarrow \boxed{(a-2)y=(a+2)(a-2)}$$

נשים לב לכך שכאשר $a=2$ נקבל $0x=0$, כלומר פסוק אמת.מסקנה: עבור $a=2$ אינסוף פתרונות

נמשיך לפתור את מערכת המשוואות:

$$\Leftrightarrow y = \frac{(a+2)\cancel{(a-2)}}{\cancel{a-2}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y=a+2}$$

נציב $a+2$ במקום y במשוואה השנייה

$$\Leftrightarrow x+2(a+2)=4$$

$$\Leftrightarrow x=4-2(a+2)$$

$$\Leftrightarrow x=4-2a-4$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x=-2a}$$

תשובה: $(-2a, a+2)$, $a \neq 2$

א. זוהי סדרה הנדסית, בה $q = 5$, $a_4 = 1000$

נשתמש בנוסחת האיבר הכללי: $a_n = a_1 q^{n-1}$

לכן,

$$a_4 = 1000$$

$$a_1 q^{4-1} = 1000$$

$$a_1 \cdot 5^3 = 1000$$

$$125a_1 = 1000$$

$$a_1 = \frac{1000}{125}$$

$$\boxed{a_1 = 8}$$

תשובה: האיבר הראשון בסדרה הוא 8 .

ב. יש לחשב סכום של סדרה הנדסית

נשתמש בנוסחת הסכום הכללי $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$

כאשר $a_1 = 8$, $q = 5$, $n = 10$

$$S_{10} = \frac{8 \cdot (5^{10} - 1)}{5 - 1}$$

$$S_{10} = \frac{8 \cdot (5^{10} - 1)}{4}$$

$$S_{10} = 2 \cdot (5^{10} - 1)$$

$$\boxed{S_{10} = 1,953,248}$$

תשובה: סכום עשרת האיברים הראשונים בסדרה הוא: 1,953,248

א. נסמן ב- x את מספר ארונות המטבח, וב- y את מספר ארונות הבגדים.
בנה טבלה מתאימה, כולל טור מתאים לפונקציית המטרה.

רווח שקלים	ימי עבודה פועל	דיקט (מ"ר)	עץ (מ"ק)	
1000	12	1	0.2	x - ארונות מטבח
1500	5	3	0.4	y - ארונות בגדים
	104	21	3	מקסימום אפשרי

נרשום את מערכת האילוצים, הנובעת הן מהמגבלות שהוצגו בטבלה והן מהעובדה שכמות הארונות המיוצרים, מכל סוג, אינה שלילית.

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ 0.2x + 0.4y &\leq 3 \\ x + 3y &\leq 21 \\ 12x + 5y &\leq 104 \end{aligned}$$

פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 1000x + 1500y$

ב. בסרטוט התחום האפשרי של הבעיה התקבלו ארבעה קדקודים:

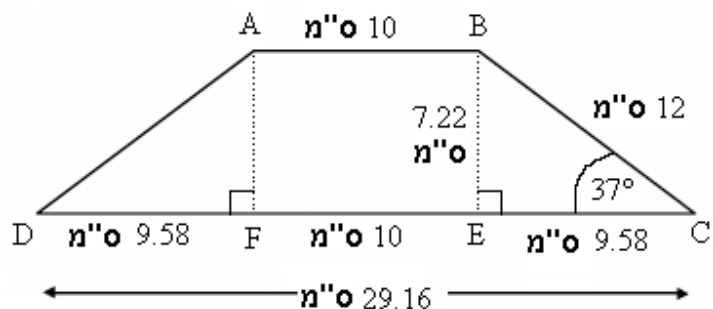
$$A(0, 7) \quad B(3, 6) \quad C(7, 4) \quad D\left(8\frac{2}{3}, 0\right)$$

נציב שיעורי קדקודי אלה בפונקציית המטרה ונחפש ערך מקסימלי:

קדקוד	$f(x, y) = 1000x + 1500y$	ערך
A(0, 7)	$f(0, 7) = 1000 \cdot 0 + 1500 \cdot 7$	10,500
B(3, 6)	$f(3, 6) = 1000 \cdot 3 + 1500 \cdot 6$	12,000
C(7, 4)	$f(7, 4) = 1000 \cdot 7 + 1500 \cdot 4$	13,000
$D\left(8\frac{2}{3}, 0\right)$	$f\left(8\frac{2}{3}, 0\right) = 1000 \cdot 8\frac{2}{3} + 1500 \cdot 0$	$8,666\frac{2}{3}$

לכן, הרווח המקסימלי יהיה 13,000 בנקודה C(7, 4)

תשובה: 7 ארונות מטבח ו-4 ארונות בגדים



$$S = \frac{(AB + CD) \cdot BE}{2} \quad \text{הנוסחה לשטח הטרפז הנתון היא:}$$

בטרפז שווה שוקיים, האנכים המורדים מקדקודי הבסיס העליון לבסיס התחתון יוצרים שני משולשים ישרי זווית חופפים וביניהם מלבן. לכן: $FD = EC$ (משולשים חופפים) ו: $AF = BE$, $FE = AB = 10$ (צלעות נגדיות שוות במלבן)

$\triangle BEC$

$$\cos \angle BCE = \frac{CE}{BC}$$

$$\cos 37^\circ = \frac{CE}{12}$$

$$12 \cos 37^\circ = CE$$

$$\boxed{CE = 9.58}$$

ובהתאם:

$$CD = 10 + 2 \cdot 9.58$$

$$\boxed{CD = 29.16}$$

נמצא את גובה הטרפז:

$\triangle BEC$

$$\sin \angle BCE = \frac{BE}{BC}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{BE}{12}$$

$$12 \sin 37^\circ = BE$$

$$\boxed{BE = 7.22}$$

נמצא את שטח הטרפז:

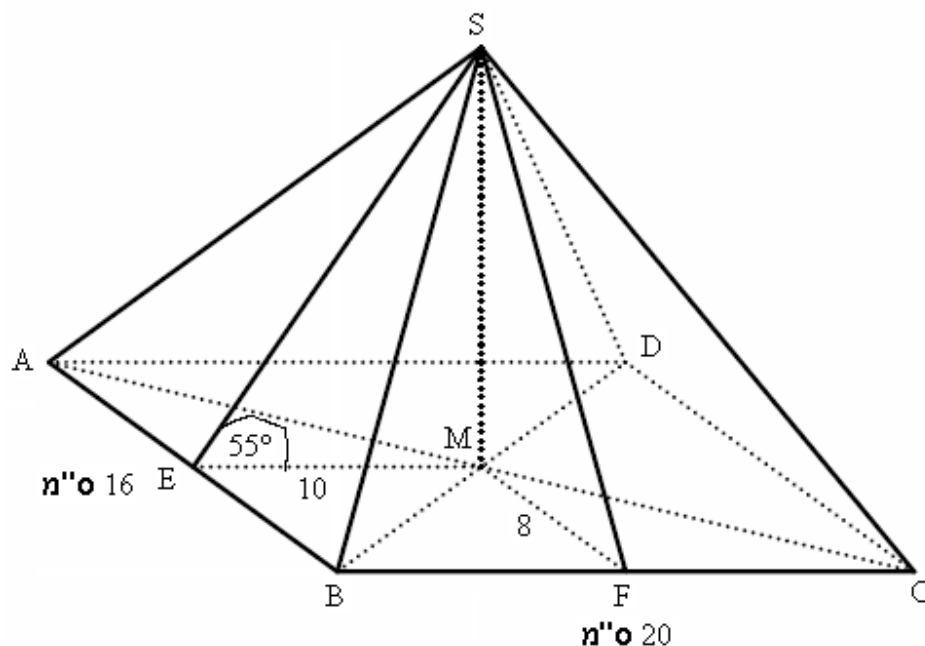
$$S = \frac{(AB + CD) \cdot BE}{2}$$

$$S = \frac{(10 + 29.16) \cdot 7.22}{2}$$

$$\boxed{S = 141.37}$$

תשובה: שטח הטרפז הוא 141.37 סמ"ר

נעלה את הנתונים והפתרונות על תרשים הפירמידה ונסביר



א. SE תיכון וגובה לישר החיתוך AB שבין הפאה SAB לבסיס.

ME קטע אמצעים ב- $\triangle ABC$, ולכן:

$$ME = \frac{BC}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

ME מאונך לישר החיתוך.

גובה הפירמידה מאונך לבסיס ויורד למפגש אלכסוני הבסיס

הגובה יוצר זווית ישרה עם כל ישר בבסיס, לכן $\angle RSE = 90^\circ$.

הזווית שבין הפאה SAB לבסיס היא $\angle RSE$

$\triangle SEM$

$$\tan \angle RSE = \frac{SM}{ME}$$

$$\tan 55^\circ = \frac{SM}{10}$$

$$10 \tan 55^\circ = SM$$

$$\boxed{SM = 14.28}$$

תשובה: אורך גובה הפירמידה הוא 14.28 מ"מ

ב. SF תיכון וגובה לישר החיתוך BC שבין הפאה SBC לבסיס.

FE קטע אמצעים ב- ΔABC , ולכן:

$$FE = \frac{16}{2} = 8$$

SF מאונך לישר החיתוך.

גובה הפירמידה מאונך לבסיס ויורד למפגש אלכסוני הבסיס

הגובה יוצר זווית ישרה עם כל ישר בבסיס, לכן זווית $\text{RSMF} = 90^\circ$.

הזווית שבין הפאה SBC לבסיס היא RSFM .

ΔSFM

$$\text{tgRSFM} = \frac{SM}{MF}$$

$$\text{tgRSFM} = \frac{14.28}{8}$$

$$\text{tgRSFM} = 17.85$$

$$\boxed{\text{RSFM} = 60.74^\circ}$$

תשובה: גודל הזווית שבין הפאה SBC לבסיס הוא 60.74°

נציג את הנתונים בטבלת שכיחויות,
 כאשר נסמן ב- x (שקל) את השכר לשעה בדרגה ב'
 בהתאם: $x+10$ השכר לשעה בדרגה א'.

דרגה א'	דרגה ב'	
$x+10$	x	שכר x_i
30	70	מספר פועלים f_i

נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע - כאשר נתון כי הוא 35 שקל \bar{x}

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{n}$$

$$35 = \frac{(x+10) \cdot 30 + x \cdot 70}{100} \quad / \cdot 100$$

$$3500 = 30x + 300 + 70x$$

$$3200 = 100x \quad / : 100$$

$$\boxed{x = 32}$$

ואם נוסיף 10 שקל נקבל את השכר בדרגה א'.

תשובה:

שכר לשעה בדרגה א' - 42 שקל

שכר לשעה בדרגה ב' - 32 שקל