.1

א. נסמן ב- x (קמ"ש) את מהירות הולך הרגל

בהתאם מהירות רוכב האופניים $2.4x$

בשעה $08^{\underline{00}}$ **היה הולך הרגל במרחק של** 10 **ק"מ מ-** A ,

כלומר שעתיים מיציאתו לדרך בשעה $06^{\underline{00}}$ **.**

$s = vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נשלים את הנתונים בטבלה.

תוואי	משתתפים	זמן - t שעות	מהירות - v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
מ- A	הולך רגל	2	x	10
מ- A ועד למרחק 51 ק"מ	הולך רגל	t	$x=5$	$5t$
	רוכב אופניים	t	$2.4x=12$	$12t$

נמצא את מהירות הולך הרגל:

$$2x = 10$$

$$\boxed{x=5}$$

תשובה: מהירות הולך הרגל 5 **קמ"ש.**

ב. בהתאם מהירות רוכב האופניים: $2.4x = 2.4\cdot 5 = 12$

יש למצוא מתי המרחק בין הולך הרגל לרוכב האופניים 51 **ק"מ**

$$5t + 12t = 51$$

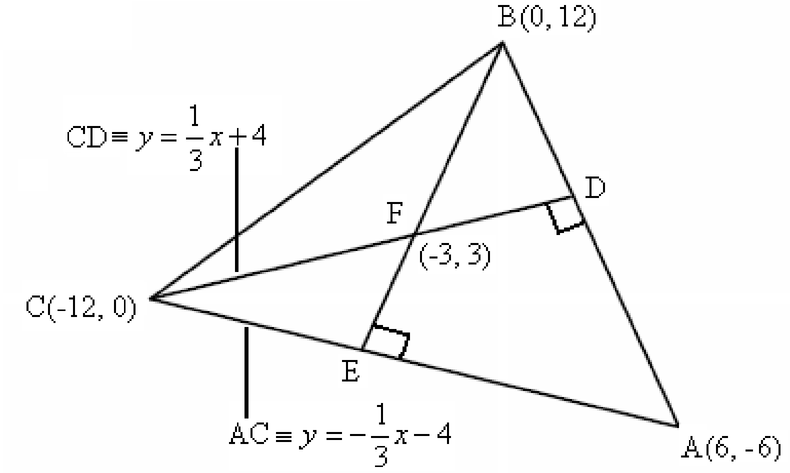
$$17t = 51$$

$$\boxed{t=3}$$

כלומר, שלוש שעות לאחר ששניהם יצאו לדרך.

תשובה: בשעה $09^{\underline{00}}$ **בבוקר**

נביא את הציור המעודכן והסברים בהמשך:



א. הגובה CD **עובר בנקודה** F(-3, 3)

על פי תנאי ניצבות: $m_{AB} \cdot m_{CD} = -1$

$$m_{AB} = \frac{12+6}{0-6} = \frac{18}{-6} = -3$$

ולכן: $m_{CD} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

נשתמש בנוסחה $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad (\overset{x_1}{-3}, \overset{y_1}{3}) \quad m = \frac{1}{3},$

$$CD \equiv y - 3 = \frac{1}{3}(x+3)$$

$$CD \equiv y = \frac{1}{3}x + 1 + 3$$

$$\boxed{CD \equiv y = -\frac{1}{3}x - 4}$$

תשובה: משוואת הגובה CD **היא** $y = \frac{1}{3}x + 4$

ב. נמצא את שיפוע BE **העובר בנקודות** B **ו-** F

$$m_{BE} = \frac{12-3}{0+3} = \frac{9}{3} = 3$$

תשובה: השיפוע של הגובה BE **הוא** 3

ג. נמצא את שיעורי הקדקוד C**, חיתוך של** CD **ו-** AC

על פי תנאי ניצבות: $m_{\text{BE}} \cdot m_{\text{AC}} = -1$

לכן, $m_{\text{AC}} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$

נשתמש בנוסחה $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad (\overset{x_1}{6}, \overset{y_1}{-6})$, $\quad m = -\frac{1}{3}$

$$\text{AC} \equiv y + 6 = -\frac{1}{3}(x - 6)$$

$$\text{AC} \equiv y = -\frac{1}{3}x + 2 - 6$$

$$\boxed{\text{AC} \equiv y = -\frac{1}{3}x - 4}$$

נמצא את שיעורי נקודת החיתוך בין CD **ו-** AC

$$+\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 4 \\ y = -\frac{1}{3}x - 4 \end{cases}$$

$$2y = 0 \quad \rightarrow y = 0 \quad \rightarrow x = -12$$

תשובה: C(-12, 0)

.3

א. (1) כאשר לפונקציה $f(x)$ **מקסימום, הרי שלפונקציה** $\frac{1}{f(x)}$ **יש מינימום**

(2) שיעור ה- x **בנקודת הקיצון שווה עבור הפונקציות** $f(x)$ **ו-** $\frac{1}{f(x)}$

ושיעורי ה- y **הפוכים.**

לכן, שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ **הם:** $(5, \frac{1}{2})$

ב. מובא הציור:

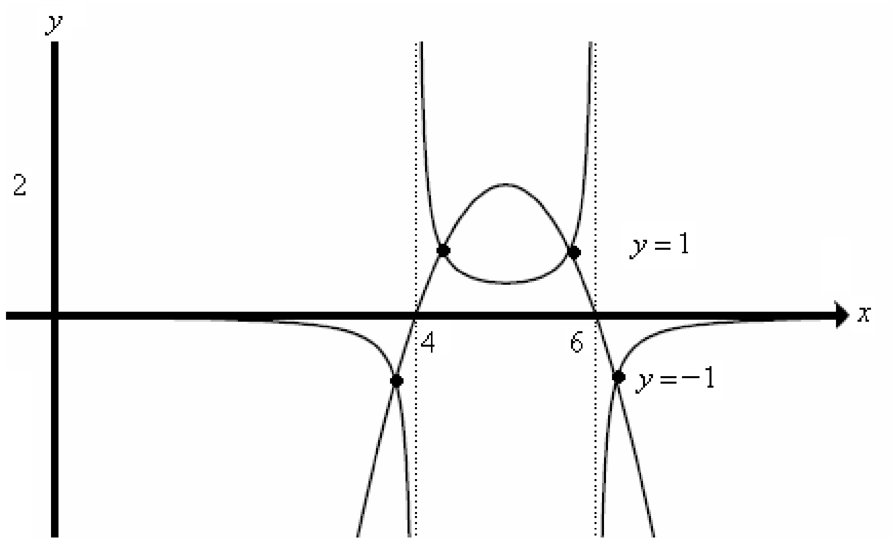
בשרטוט יש לשים לב לעקרונות הבאים:

הגרפים נחתכים עבור $y = \pm 1$

כאשר הפונקציה $f(x)$ **מתאפסת, הרי שלפונקציה** $\frac{1}{f(x)}$ **יש אסימפטוטה אנכית**

הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ **לא חותכת לעולם את ציר ה-** x

תחומי עלייה וירידה, למעט כאשר הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ **לא מוגדרת, הפוכים**



ג. על פי העקרונות שפורטו בסעיף הקודם ובהתאם לציור:

הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$: **עלייה** $x > 5, x \neq 6$ **, ירידה** $x < 5, x \neq 4$

א. נתונה הפונקציה $f(x) = -\sqrt{x^2+9}$

תבנית המספר x^2+9 **חיובית לכל** x **, לכן** $f(x) \neq 0$

תשובה: אין חיתוך עם ציר ה- x

ב. עבור קיצון, יש למצוא את שיעור ה-x **שבו הפונקציה מתאפסת**

$$\boxed{f(x) = -\sqrt{x^2+9}}$$

$$f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{x^2+9}}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{x^2+9}}}$$

$$0 = \frac{-x}{\sqrt{x^2+9}} \qquad \to 0 = x$$

$$x = 0 \to y = -\sqrt{0^2+9} = -3$$

$$(0, -3)$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$f'(-1) = 1 > 0 \quad f'(1) = -1 < 0$

x	$x > 0$	0	$x < 0$
y'	-	0	+
מסקנה	↘	**Max**	↗

עוברים מעלייה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום.

תשובה: $(0, -3)$ **נקודת מקסימום**

ג. על-פי הטבלה:

(1) $f(x)$ **יורדת בנקודה** $x = 3$ **(2)** $f(x)$ **עולה בנקודה** $x = -3$

5.

א. עבור קיצון, יש למצוא את שיעור ה-x שבו הפונקציה מתאפסת

$\boxed{f(x) = x^3 - 3x + 2}$

$\boxed{f'(x) = 3x^2 - 3}$

$0 = 3x^2 - 3 \quad \to x^2 = 1 \quad \to x = \pm 1$

$x = 1 \to y = 1^3 - 3\cdot 1 + 2 = 0 \quad \to (1, 0)$

$x = -1 \to y = (-1)^3 - 3\cdot(-1) + 2 = 4 \quad \to (-1, 4)$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$f'(2) = 3\cdot 2^2 - 3 = 9 > 0$

$f'(0) = 3\cdot 0^2 - 3 = -3 < 0$

$f'(-2) = 3\cdot(-2)^2 - 3 = 9 > 0$

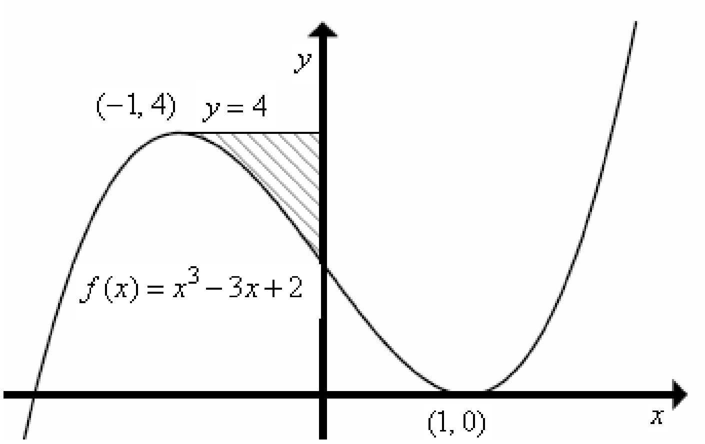
x	$x > 1$	1	$-1 < x < 1$	-1	$x < -1$
y'	+	0	-	0	+
מסקנה	↗	**Min**	↘	**Max**	↗

ב- $x = 1$ **עוברים מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום.**

ב- $x = -1$ **עוברים מעלייה לירידה ולכן זו נקודת מקסימום.**

תשובה: $(1, 0)$ **מינימום ,** $(-1, 4)$ **מקסימום**

ב. נחשב את השטח המבוקש



משואת המשיק בנקודת המקסימום היא: $y = y_{\max}$, **כלומר** $y = 4$ **.**

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח

פונקציה עליונה	$y = 4$
פונקציה תחתונה	$f(x) = x^3 - 3x + 2$
x **גדול**	$x = 0$
x **קטן**	$x = -1$

נחשב את השטח הנדרש (המקווקו בציור)

$$S = \int_{-1}^{0} (4 - (x^3 - 3x + 2))dx$$

$$S = \int_{-1}^{0} (-x^3 + 3x + 2))dx$$

$$S = -\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x \Big]_{-1}^{0} =$$

$$S = (-\frac{0^4}{4} + \frac{3 \cdot 0^2}{2} + 2 \cdot 0) - (-\frac{(-1)^4}{4} + \frac{3 \cdot (-1)^2}{2} + 2 \cdot (-1))$$

$$S = 0 - (-\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 2)$$

$$\boxed{S = 0.75}$$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא 0.75 **יח"ר**

.6 <u>לשאלון מותאם בלבד</u>

א. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ **היא** $f'(x)=16x^3-2$

המשיק לפונקציה $f(x)$ **בנקודה** A **מקביל לישר** $y=14x-2$

לישרים מקבילים שיפועים שווים – לכו שיפוע המשיק הוא 14

נמצא את שיעור ה- x **של נקודת ההשקה**

$$14=16x^3-2$$
$$16=16x^3$$
$$1=x^3$$
$$\boxed{x=1}$$

תשובה: $x=1$

ב. ערך הפונקציה $f(x)$ **בנקודה** A **הוא** 5**.**

לכן שיעורי נקודת ההשקה: $\mathrm{A}(1, 5)$

נמצא את הפונקציה הקדומה:

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$
$$f(x)=\int(16x^3-2)\,dx$$
$$f(x)=\frac{16x^4}{4}-2x+c$$
$$\boxed{f(x)=4x^4-2x+c}$$

נציב את שיעורי נקודת ההשקה

$$5=4\cdot1^4-2\cdot1+c$$
$$5=4-2+c$$
$$3=c$$
$$\boxed{f(x)=4x^4-2x+3}$$

תשובה: $f(x)=4x^4-2x+3$