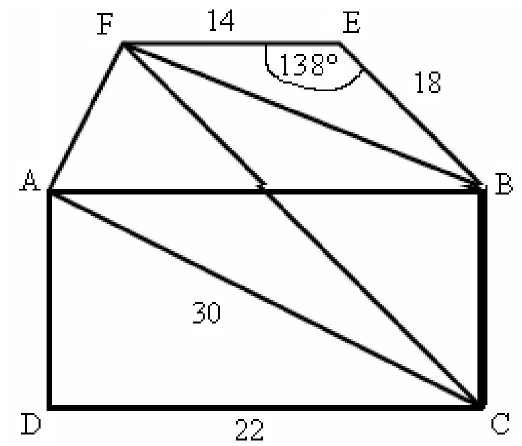
.1

א. <u>נעלה את השרטוט המתאים</u>:



נתון: EF = 14 ס"מ

EB = 18 ס"מ

DC = 22 ס"מ

AC = 30 ס"מ

$\mathbf{R}FEB = 138°$

$\underline{\Delta FEB}$

משפט קוסינוסים

$FB^2 = FE^2 + EB^2 - 2FE \cdot EB \cdot \cos\mathbf{R}FEB$

$FB^2 = 14^2 + 18^2 - 2 \cdot 14 \cdot 18 \cdot \cos 138°$

$FB^2 = 894.545$

$\boxed{FB = 29.909}$

תשובה: FB = 29.909 ס"מ

ב. נמצא את הזווית המבוקשת במספר שלבים:

$\underline{\Delta FEB}$

משפט קוסינוסים

$$FE^2 = FB^2 + EB^2 - 2FB \cdot EB \cdot \cos\angle EBF$$
$$14^2 = 29.909^2 + 18^2 - 2 \cdot 29.909 \cdot 18 \cdot \cos\angle EBF$$
$$1076.724\cos\angle EBF = 1022.548$$
$$\cos\angle EBF = 0.9497$$
$$\boxed{\angle EBF = 18.253°}$$

$ABEF$ **טרפז, כאשר** $FE \parallel AB$

סכום זוויות חד צדדיות בין מקבילים $180°$ $\angle EBA = 180° - 138° = 42°$

ועל ידי הפרש זוויות נקבל: $\angle FBA = 42° - 18.253° = 23.747°$

מכיוון וזוויות המלבן ישרות: $\angle FBC = 90° + 23.747° = 113.747°$

תשובה: $113.747°$

ג. נמצא את צלע המלבן שלא נתונה

$\underline{\Delta ACD}$

משפט פיתגורס (צלעות המלבן ניצבות זו לזו)

$$AD^2 + DC^2 = AC^2$$
$$AD^2 + 22^2 = 30^2$$
$$AD^2 = 416$$
$$\boxed{AD = 20.396}$$

ולכן, עקב צלעות נגדיות שוות במלבן, גם $BC = 20.396$ **ס"מ**

$\underline{\Delta FBC}$

משפט קוסינוסים

$$FC^2 = FB^2 + BC^2 - 2FB \cdot BC \cdot \cos\angle FBC$$
$$FC^2 = 29.909^2 + 20.396^2 - 2 \cdot 29.909 \cdot 20.396 \cdot \cos 113.747°$$
$$FC^2 = 1801.857$$
$$\boxed{FC = 42.448}$$

תשובה: $FC = 42.448$ **ס"מ**

.2

א. <u>נקודות קיצון וסוגן</u>

הפונקציה $f(x)=\sin x-\cos^2 x-1$ **מוגדרת בתחום סגור** $0\le x\le \frac{5p}{3}$**,**

ולכן יש לבדוק את גם את ערכי הפונקציה בקצוות

$$x=0 \rightarrow f(0)=\sin 0-\cos^2 0-1=-2$$

$$x=\frac{5p}{3} \rightarrow f(\frac{5p}{3})=\sin\frac{5p}{3}-\cos^2\frac{5p}{3}-1=-\frac{\sqrt{3}}{2}-1.25$$

לכן נקודות הקצה הנן: $(\frac{5p}{3},-2.12)$ $(0,-2),$

את סוגן, מינימום/ מקסימום קצה נמצא בהמשך

נמצא נקודות קיצון פנימיות:

$$\boxed{f(x)=\sin x-\cos^2 x-1}$$

$$f'(x)=\cos x-2\cos x(-\sin x)$$

$$\boxed{f'(x)=\cos x+2\sin x\cos x}$$

$$0=\cos x+2\sin x\cos x$$

$$0=\cos x(1+2\sin x)$$

$$\cos x=0 \qquad \sin x=-0.5=\sin(-\frac{p}{6})$$

$$\boxed{x=\frac{p}{2}+pk} \qquad \boxed{x=-\frac{p}{6}+2pk} \qquad \boxed{x=\frac{7p}{6}+2pk}\leftarrow \sin x=\sin(p-x)$$

k	$x=\frac{p}{2}+pk$	$x=-\frac{p}{6}+2pk$	$x=\frac{7p}{6}+2pk$	
0	$x=\frac{p}{2}$ $(\frac{p}{2},0)$		$x=\frac{7p}{6}$	$(\frac{7p}{6},-2.25)$
1	$x=\frac{3p}{2}$ $(\frac{3p}{2},-2)$			

שאר הפתרונות לא בתחום הנתון.

$$x=0 \rightarrow f(0)=\sin 0-\cos^2 0-1=-2$$

$$x=\frac{3p}{2} \rightarrow f(\frac{3p}{2})=\sin\frac{3p}{2}-\cos^2\frac{3p}{2}-1=-2$$

$$x=\frac{7p}{6} \rightarrow f(\frac{7p}{6})=\sin\frac{7p}{6}-\cos^2\frac{7p}{6}-1=-2.25$$

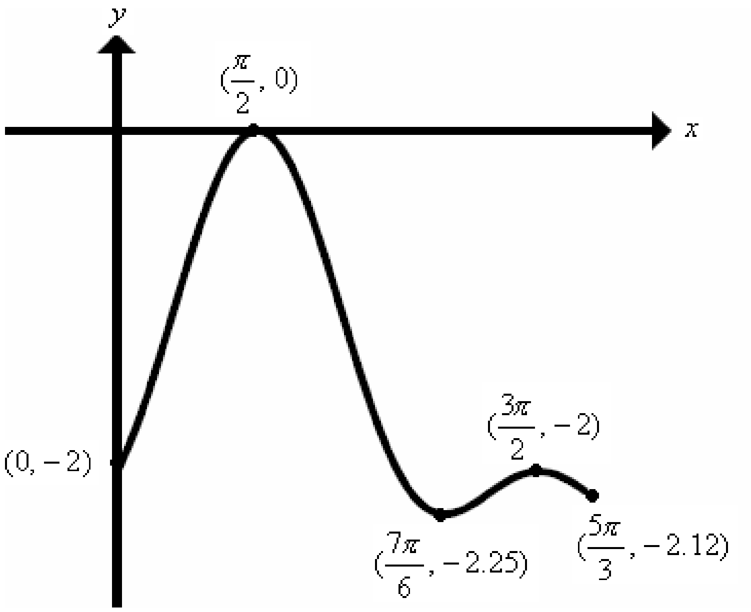
נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (בעזרת ערכי הפונקציה)

x	$\frac{5p}{3}$		$\frac{3p}{2}$		$\frac{7p}{6}$		$\frac{p}{2}$		0
y	-2.12		-2		-2.25		0		-2
מסקנה	**Min**	↘	**Max**	↗	**Min**	↘	**Max**	↗	**Min**

מקסימום מוחלט מתקבל בנקודה $(\frac{p}{2}, 0)$

מינימום מוחלט מתקבל בנקודה $(\frac{7p}{6}, -2.25)$

ב. <u>הסקיצה המתאימה</u>



.3

$f(t) = K \cdot a^t$ **,**

כאשר K **- הכמות ההתחלתית**

a **הוא גורם הגידול,** $f(t)$ **הכמות לאחר זמן** t.

כעבור 7 **שנים מיום ההפקדה היה הסכום בבנק** A 6580 **שקלים,**

ובבנק B **היה הסכום** 6150 **שקלים.**

א. עבור בנק A **קיימים נתונים שמאפשרים את חישוב הריבית.**

שכן במשך 3 **שנים גדל הסכום מ-** 6580 **שקלים ל-** 7402.5 **שקלים**

נתון: $t = 3$ **,** $K = 6580$ **,** $f(3) = 7402.5$

נציב בנוסחה:

$$7402.5 = 6580 \cdot a^3$$

$$1.125 = a^3$$

$$\sqrt[3]{1.125} = a$$

$$\boxed{a = 1.04}$$

כלומר ריבית של 4% **לשנה (לאחר עיגול קל)**

תשובה: הריבית בבנק A 4% **לשנה**

ב. נמצא את סכום ההשקעה הראשוני, שכאמור זהה לשני הבנקים:

נתון: $t = 7$ **,** $a = 1.04$ **,** $f(7) = 6580$

נציב בנוסחה

$$6580 = K \cdot 1.04^7$$

$$\boxed{K = 5000}$$

סכום זה הושקע גם בבנק B

נתון: $t = 7$ **,** $K = 5000$ **,** $f(7) = 6150$

נציב בנוסחה:

$$6150 = 5000 \cdot a^7$$

$$1.23 = a^7$$

$$\sqrt[7]{23} = a$$

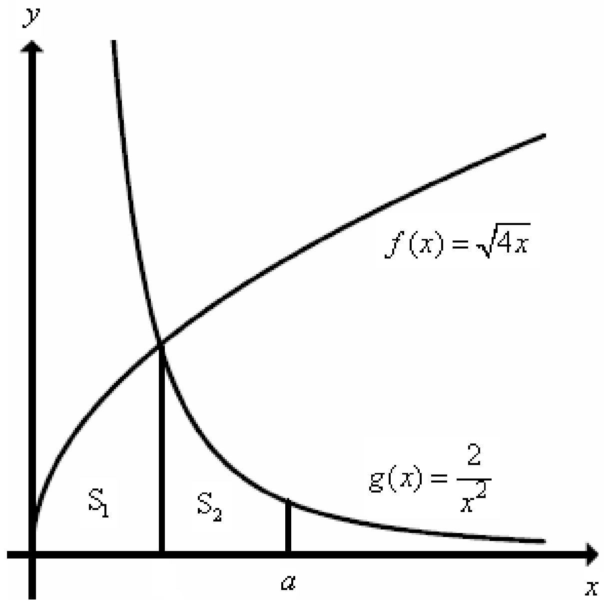
$$\boxed{a = 1.03}$$

תשובה: הריבית בבנק B 3% **לשנה (לאחר עיגול קל).**

.4

נחלק את השטח לשני חלקים.

נביא את הציור המלא, שיוסבר בהמשך:



נמצא את נקודת החיתוך של שתי הפונקציות

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{4x} \\ g(x) = \dfrac{2}{x^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{4x} = \frac{2}{x^2} \quad (\ )^2$$

$$4x = \frac{4}{x^4}$$

$$x^5 = 1$$

$$\boxed{x = 1}$$

$$\sqrt{4 \cdot 1} = \frac{2}{1^2} \quad \rightarrow 2 = 2\ o.k.$$

בדיקת הפתרון נדרשה, שכן זו משוואה אי רציונאלית !

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטחים, בהפרדה על ידי הישר $x = 1$

	S_2	S_1
פונקציה עליונה	$g(x) = \frac{2}{x^2}$	$f(x) = \sqrt{4x}$
פונקציה תחתונה	$y = 0$	$y = 0$
x **גדול**	$x = a$	$x = 1$
x **קטן**	$x = 1$	$x = 0$

נחשב את שני השטחים ולאחר מכן נחבר את התוצאות

$$S_1=\int_0^1(\sqrt{4x}-0)\,dx=\int_0^1(2x^{0.5})\,dx=\frac{2x^{1.5}}{1.5}\Big]_0^1=\frac{4x\sqrt{x}}{3}\Big]_0^1$$

$$=(\frac{3\cdot 1\cdot\sqrt{1}}{3})-(\frac{4\cdot 0\cdot\sqrt{0}}{3})=\frac{4}{3}$$

$$\boxed{S_1=\frac{4}{3}}$$

$$S_2=\int_1^a(\frac{2}{x^2}-0)dx=-\frac{2}{x}\Big]_1^a=$$

$$=(-\frac{2}{a})-(-\frac{2}{1})=2-\frac{2}{a}$$

$$\boxed{S_2=2-\frac{2}{a}}$$

$$S=S_1+S_2=\frac{4}{3}+2-\frac{2}{a}$$

$$\boxed{S=\frac{10}{3}-\frac{2}{a}}$$

נתון: $S=\frac{3}{7}$

$$\frac{7}{3}=\frac{10}{3}-\frac{2}{a}$$

$$7a=10a-6$$

$$3a=6$$

$$\boxed{a=2}$$

תשובה: $a=2$

5.א

(1) נתונה הפונקציה $f(x)=ax-\ln x$ $(a>0)$

בנקודת הקיצון $f'(x)=0$

$$\boxed{f(x)=ax-\ln x}$$
$$\boxed{f'(x)=a-\frac{1}{x}}$$
$$0=a-\frac{1}{x}$$
$$ax-1=0$$
$$\boxed{x=\frac{1}{a}}$$

ערך נקודת קיצון הוא אפס:

$$f(\frac{1}{a})=a(\frac{1}{a})-\ln(\frac{1}{a})$$
$$0=1-(\ln 1-\ln a)$$
$$0=1-0+\ln a$$
$$\ln a=-1$$
$$a=e^{-1}$$
$$\boxed{a=\frac{1}{e}}$$

תשובה: $a=\frac{1}{e}$

(2) <u>נקודת קיצון וסוגה</u>

$$\boxed{f(x)=\frac{x}{e}-\ln x}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{e}-\frac{1}{x}}$$
$$\boxed{f''(x)=\frac{1}{x^2}}$$

הנגזרת השנייה חיובית לכל x **בתחום ההגדרה** $x>0$

לכן, סוג נקודת הקיצון היחידה הוא מינימום.

5.ב

יש לפתור את האי-שוויון $\log_{0.2}(x-1) > -\log_{0.2} 2$

תחום הגדרה –

$$x-1>0$$

$$\boxed{x>1}$$

$$\log_{0.2}(x-1) > -\log_{0.2} 2$$

$$\log_{0.2}(x-1) > \log_{0.2} 2^{-1}$$

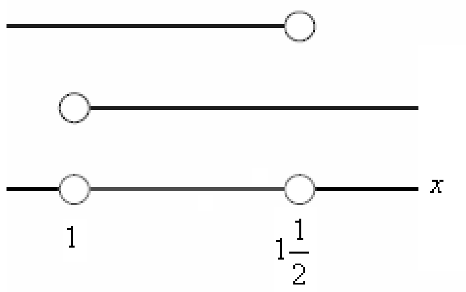
$$\log_{0.2}(x-1) > \log_{0.2} \frac{1}{2}$$

כאשר הבסיס בין 0 **ל-** 1 **הפונקציה יורדת, לכן**

$$x-1<\frac{1}{2}$$

$$\boxed{x<1\frac{1}{2}}$$

נחתוך עם תחום ההגדרה:



תשובה: $1<x<1\frac{1}{2}$