א. נסמן ב- x **(שעות) את זמן נסיעת המונית.**

לכן $x-1$ **הוא זמן נסיעת המשאית (נסעה שעה פחות).**

נתון כי המהירות בקטע הראשון גדולה ב- 25% **מהמהירו בקטע השני, לכן:** $P = 25$

המהירות בקטע הראשון: $\frac{100+25}{100}\cdot x = 1.25x$

$s = vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נשלים את הנתונים בטבלה.

כלי רכב	זמן t שעות	מהירות v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
מונית	x	80	$80x$
משאית	$x-1$	60	$60(x-1)$

על פי הנתון: כלי הרכב נסעו זה מול זה וביחד עברו מרחק של 1340 **ק"מ**

לכן המשוואה המתאימה: $8x+60(x-1)=1340$

נפתור את המשוואה:

$$8x+60(x-1)=1340$$
$$80x+60x-60=1340$$
$$140x=1400 \quad /:140$$
$$\boxed{x=10}$$

תשובה: כלי הרכב נפגשו 10 **שעות לאחר יציאת המונית.**

ב. המונית נסעה 10 **שעות במהירות של** 80 **קמ"ש ולכן עברה** 800 **ק"מ.**

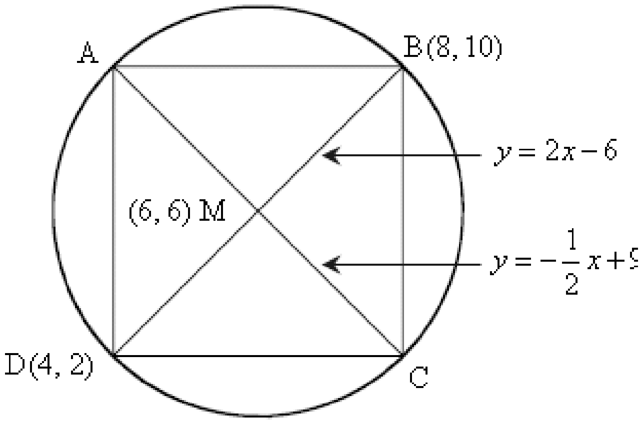
המשאית נסעה 9 **שעות במהירות של** 60 **קמ"ש ולכן עברה** 540 **ק"מ.**

(ניתן לראות שביחד עברו 1340 **ק"מ)**

תשובה: המונית עברה 800 **ק"מ והמשאית עברה** 540 **ק"מ.**

נכתב ע"י עפר ילין

א. נעלה ציור מתאים ונסביר בהמשך



משוואת האלכסון AC **היא** $y = -\frac{1}{2}x + 9$ **.** **משוואת האלכסון** BD **היא** $y = 2x - 6$ **.**

נפתור מערכת של שתי משוואות למציאת שיעורי נקודת חיתוך האלכסונים:

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 9 \\ y = 2x - 6 \end{cases}$$

$$2x - 6 = -\frac{1}{2}x + 9$$

$$2\frac{1}{2}x = 15$$

$$x = 6 \quad \rightarrow y = 2 \cdot 6 - 6 = 6$$

ובהתאם שיעורי נקודת חיתוך האלכסונים הם: $M(6, 6)$

אלכסוני הריבוע חוצים זה את זה. נשתמש בנוסחת אמצע קטע שבנוסחאון:

$$x_M = \frac{x_B + x_D}{2} \quad \rightarrow 6 = \frac{8 + x_D}{2} \quad \rightarrow 12 = 8 + x_D \quad \rightarrow x_D = 4$$

$$y_M = \frac{y_B + y_D}{2} \quad \rightarrow 6 = \frac{10 + y_D}{2} \quad \rightarrow 12 = 10 + y_D \quad \rightarrow y_D = 2$$

ובהתאם: $D(4, 2)$

תשובה: שיעורי נקודת חיתוך האלכסונים $(6, 6)$**, שיעורי הקדקוד** $D(4, 2)$ **.**

ב. מרכז המעגל הוא $M(6, 6)$ **.**

משוואת המעגל היא: $(x-6)^2 + (y-6)^2 = R^2$

נציב את $B(8, 10)$ **הנמצאת על המעגל, למציאת** R^2

$$(8-6)^2 + (10-6)^2 = R^2 \quad \rightarrow R^2 = 20$$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 20$ **.**

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{x-2}{4}+\frac{4}{x}$

תחום הגדרה: $\boxed{x\neq 0}$ **כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

ב. <u>נקודות קיצון וסוגן</u>

(לנוחות הגזירה נחלק במכנה של המחובר השמאלי)

$$y=\frac{x-2}{4}+\frac{4}{x}\to \boxed{y=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{4}{x}}$$

$$y'=\frac{1}{2}-\frac{4}{x^2}\quad\to \boxed{y'=\frac{x^2-4}{2x^2}}$$

$$0=\frac{x^2-4}{2x^2}\quad\to 0=x^2-4\quad\to 4=x^2\quad\to x=\pm 2$$

$$y(2)=\frac{2-2}{4}+\frac{4}{2}=2,\quad y(-2)=\frac{2-(-2)}{4}+\frac{4}{(-2)}=-1$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(-3)=(-3)^2-4>0,\quad f'(-1)=(-1)^2-4<0$$

$$f'(1)=1^2-4<0,\quad f'(3)=3^2-4>0$$

x	3	2	1	0	-1	-2	-3
y'	**+**	0	**-**	$x\neq 0$	**-**	0	**+**
מסקנה	↗	**Min**	↘		↘	**Max**	↗

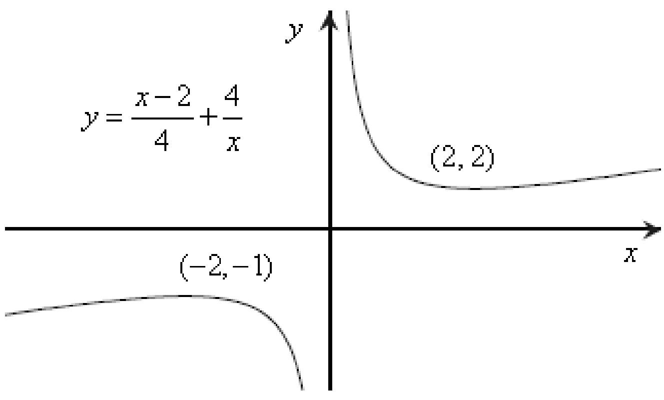
$x=2$ **עוברים מירידה לעליה ולכן מינימום .**

$x=-2$ **עוברים מעליה לירידה ולכן מקסימום.**

תשובה: $(-2,-1)$ **מקסימום,** $(2,2)$ **מינימום.**

ג. הפונקציה יורדת, על פי הטבלה, $0<x<2$ **או** $-2<x<0$

ד. הסקיצה המתאימה מראה שאין נקודות חיתוך עם הצירים:



*** נשים לב ש** $x=0$ **אסימפטוטה אנכית, עקב תחום הגדרה**

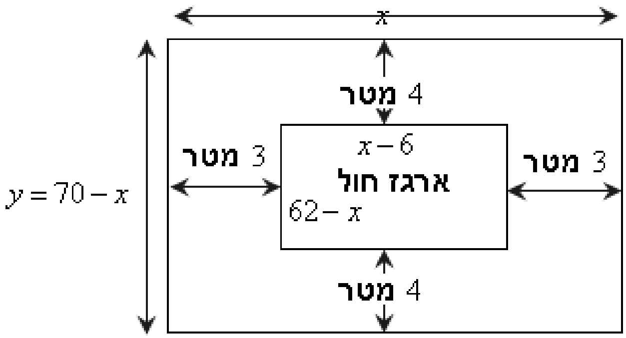
נכתב ע"י עפר ילין

א. נסמן ב- x את אורך המלבן וב- y את רוחב המלבן.

היקפו של מגרש משחקים שצורתו מלבן היא 140 מטר,

ולכן המשוואה המתאימה היא $2x+2y=140$.

נחלק ב- 2 ונקבל $x+y=70$ ולכן $y=70-x$



הפונקציה שיש להביא ל*מקסימום* היא שטח ארגז החול

אורך ארגז החול: $x-3-3=x-6$

רוחב ארגז החול: $y-4-4=70-x-8=62-x$

שטח ארגז החול: מכפלת האורך ברוחב

$$S=(x-6)(62-x)=62x-x^2-372+6x=-x^2+68x-372$$

ולכן הפונקציה היא: $\boxed{S=-x^2+68x-372}$

נמצא נקודת קיצון:

$$\boxed{s'=-2x+68}$$
$$0=-2x+68$$
$$2x=68 \quad /:2$$
$$\boxed{x=34} \quad \to y=70-34 \quad \to \boxed{y=36}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$S'(33)=-2\cdot 33+68>0, \quad S'(35)=-2\cdot 35+68<0$$

x	35	34	33
S'	-	0	+
מסקנה	↘	**Max**	↗

תשובה: עבור אורך 34 מטר ורוחב 36 מטר שטח ארגז החול יהייה מקסימלי.

ב. אורך ארגז החול: 28 מטר $=34-6$, רוחב ארגז החול: 28 מטר $=36-8$

שטח ארגז החול: 784 מ"ר $S=28\cdot 28=$ (למעשה ארגז החול הוא בצורת ריבוע).

תשובה: השטח המקסימלי של ארגז החול הוא 784 מ"ר.

א. נגזרת הפונקציה $f(x)$ **היא** $f'(x)=ax+b$

(1) $f'(1)=2$

(2) לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה $(2,8)$ **כלומר** $f'(2)=0$

נציב $f'(1)=2$ **ונקבל:** $2=a+b$

נציב $f'(2)=0$ **ונקבל:** $0=2a+b$

נפתור מערכת של שתי משוואות:

$$\begin{cases}2=a+b\\0=2a+b \quad /\cdot(-1)\end{cases}$$

$$+\begin{cases}2=a+b\\0=-2a-b\end{cases}$$

$$2=-a$$

$$\boxed{a=-2}$$

$$2=-2+b$$

$$\boxed{b=4}$$

תשובה: $a=-2$ **,** $b=4$

ובהתאם: $f'(x)=-2x+4$

ב. נמצא את הפונקציה הקדומה של $f'(x)$ **, כלומר את** $f(x)$ **:**

$$f(x)=\int f'(x)\,dx+c$$

$$f(x)=\int(-2x+4)\,dx$$

$$f(x)=-\frac{2x^2}{2}+4x+c$$

$$\boxed{f(x)=-x^2+4x+c}$$

נציב את שיעורי נקודת הקיצון $(2,8)$

$$8=-2^2+4\cdot 2+c$$

$$8=4+c$$

$$c=4$$

$$\boxed{f(x)=-x^2+4x+4}$$

תשובה: $f(x)=-x^2+4x+4$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{ax^2-60x+100}$

לפונצקיה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=3$ **.**

לכן $f'(3)=0$

$$f'(x)=\frac{2ax-60}{2\sqrt{ax^2-60x+100}}$$

$$0=\frac{2a\cdot 3-60}{2\sqrt{a\cdot 3^2-60\cdot 3+100}}$$

$$0=6a-60$$

$$-6a=-60 \quad /:-6$$

$$\boxed{a=10}$$

תשובה: $a=10$

ב. בהתאם, הפונקציה הנתונה היא: $f(x)=\sqrt{10x^2-60x+100}$

נמצא את שיעור ה- y **של נקודת הקיצון:** $f(3)=\sqrt{10\cdot 3^2-60\cdot 3+100}=\sqrt{10}$

נקודת הקיצון היא $(3,\sqrt{10})$

$$\boxed{f'(x)=\frac{20x-60}{2\sqrt{10x^2-60x+100}}}$$

נבנה טבלה, בעזרת ערכי הפונקציה, לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$f'(2.9)=20\cdot 2.9-60<0, \quad f'(3.1)=20\cdot 3.1-60>0$

x	$x=3.1$	$x=3$	$x=2.9$
$f'(x)$	+	0	-
מסקנה	↗	**Min**	↘

בנקודה $(3,\sqrt{10})$ **עוברים מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום**

תשובה: $(3,\sqrt{10})$ **נקודת מינימום .**