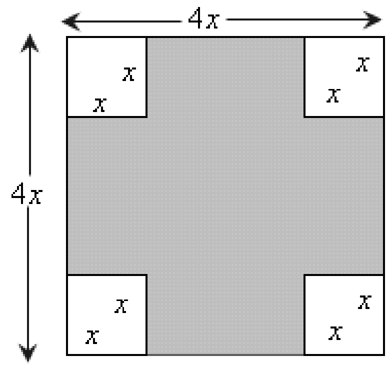
א. נציג את הנתונים על ציור מתאים ונסביר:



נחשב את שטח הדשא (השטח האפור בציור),

על ידי חיסור שטחי חלקות הפרחים (השטחים הלבנים) מהשטח הכולל של החלקה.

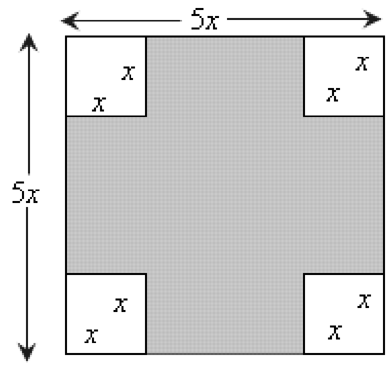
השטח הכולל של החלקה: $(4x)^2 = 16x^2$ **.**

שטח של ארבעת חלקות הפרחים: $4 \cdot x^2 = 4x^2$

שטח הדשא: $16x^2 - 4x^2 = 12x^2$

תשובה: שטח הדשא $12x^2$ **.**

ב. כאשר מגדילים את צלע הגינה ב- 25% **, אז האורך החדש הוא** $\frac{100+25}{100} \cdot 4x = 5x$ **.**



השטח הכולל של החלקה: $(5x)^2 = 25x^2$ **.**

שטח הדשא: $25x^2 - 4x^2 = 21x^2$

תשובה: שטח הדשא $21x^2$ **.**

ג. השטח של הדשא בחלקה החדשה גדול ב- 36 **מ"ר משטח הדשא בחלקה סעיף א:**

$$12x^2 + 36 = 21x^2$$

$$36 = 9x^2$$

$$4 = x^2$$

$$\boxed{x = 2} \quad \leftarrow x > 0$$

תשובה: $x =$ 2 **מטר**

נכתב ע"י עפר ילין

א. נמצא את נקודות החיתוך של הישר $5x+12y=120$ **עם הצירים:**

נקודה A **נמצאת על ציר ה-** x **, לכן נציב** $y=0$ **ונקבל:**

$$5x+12\cdot 0=120$$
$$x=24$$

ובהתאם: $A(24,0)$

נקודה B **נמצאת על ציר ה-** y **, לכן נציב** $x=0$ **:**

$$5\cdot 0+12y=120$$
$$y=10$$

תשובה: $A(24,0)$ **,** $B(0,10)$ **.**

ב. מרכז המעגל נמצא באמצע הקוטר

נשתמש בנוסחת אמצע קטע שבנוסחאון

$$x_M=\frac{24+0}{2}=\frac{24}{2}=12 \quad y_M=\frac{0+10}{2}=\frac{10}{2}=5$$

ולכן, שיעורי מרכז המעגל: $M(12,5)$

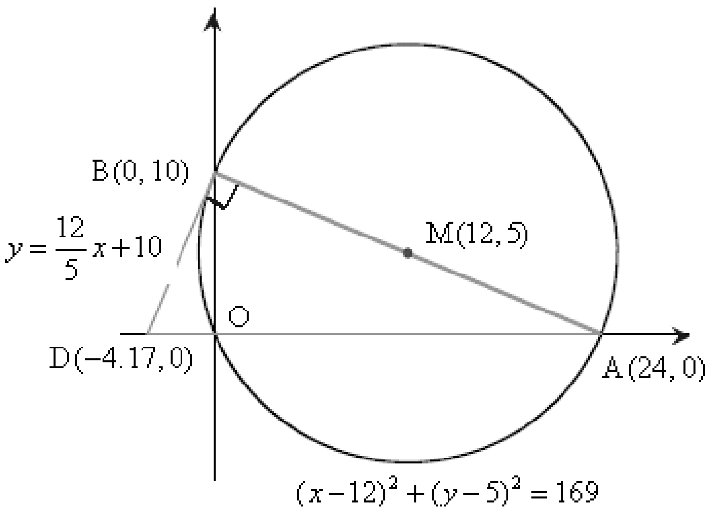
ומשוואת המעגל היא $(x-12)^2+(y-5)^2=R^2$

נמצא את R^2 **על ידי הצבת שיעורי הנקודה** $B(0,10)$ **במשוואת המעגל:**

$$(0-12)^2+(10-5)^2=R^2 \quad \rightarrow R^2=169$$

ומשוואת המעגל היא $(x-12)^2+(y-5)^2=169$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-12)^2+(y-5)^2=169$



ג. (1) המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה .

נמצא את שיפוע הרדיוס ממרכז המעגל $M(12,5)$ **לנקודה** $B(0,10)$

באמצעות נוסחה לשיפוע בין שתי נקודות שבנוסחאון

$$m=\frac{5-10}{12-0}=-\frac{5}{12}$$

לכן שיפוע המשיק הוא $+\frac{12}{5}$**.**

נמצא את משוואת המשיק באמצעות הנוסחה למשוואת הישר שבנוסחאון

$$y-10=\frac{12}{5}(x-0)$$

$$y=\frac{12}{5}x+10$$

נקודה D **נמצאת על ציר ה-** x **, לכן נציב** $y=0$ **ונקבל:**

$$0=\frac{12}{5}x+10$$

$$-2.4x=10$$

$$x=-4.17$$

ובהתאם: $D(-4.17,0)$

תשובה: $D(-4.17,0)$**.**

(2) שטח המשולש הוא: $S=\frac{AD\cdot OB}{2}$**, כאשר** O **ראשית הצירים.**

אורך הצלע AD **,** $AD=24-(-4.17)=28.17$**, כי הצלע** AD **מונחת על ציר ה-** x **.**

גובה המשולש OB **:** $OB=10-0=10$

$$S=\frac{28.17\cdot 10}{2}=140.85$$

תשובה: שטח המשולש ABD **הוא** 140.85 **יח"ר .**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=5-x-\frac{4}{x}$

תחום ההגדרה של הפונקציה $x\neq 0$

ב. למציאת נקודות החיתוך עם ציר ה- x **, נציב** $y=0$ **ונקבל**

$$0=5-x-\frac{4}{x}$$
$$0=5x-x^2-4$$
$$x^2-5x+4=0$$
$$x_{1,2}=\frac{5\pm 3}{2}$$
$$x_1=\frac{5+3}{2}=\frac{8}{2}=4 \quad x_2=\frac{5-3}{2}=\frac{2}{2}=1$$

תשובה: $(1,0)$ **,** $(4,0)$ **.**

ג. נמצא את נקודות הקיצון:

$$f(x)=5-x-\frac{4}{x}$$
$$f'(x)=-1+\frac{4}{x^2}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{-x^2+4}{x^2}}$$
$$0=\frac{-x^2+4}{x^2}$$
$$0=-x^2+4$$
$$x^2=4 \quad \to x=\pm 2$$
$$x=2 \quad \to y=5-2-\frac{4}{2} \quad \to y=1 \quad \to (2,1)$$
$$x=-2 \quad \to y=5+2-\frac{4}{-2} \quad \to y=9 \quad \to (-2,9)$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

(כל הנגזרות הן לצורכי הסימן)

$f\,'(-3) = -(-3)^2 + 4 = -5 < 0$

$f\,'(-1) = -(-1)^2 + 4 = 3 > 0$

$f\,'(1) = -(1)^2 + 4 = 3 > 0$

$f\,'(3) = -(3)^2 + 4 = -5 < 0$

x	$x > 2$	2	$0 < x < 2$	0	$-2 < x < 0$	-2	$x < -2$
$y\,'$	-	0	+		+		-
מסקנה	↘	**Max**	↗		↗	**Min**	↘

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה עבור $x = -2$ **, ולכן** $(-2, 9)$ **נקודת מינימום .**

הפונקציה עוברת מעלייה לירידה עבור $x = 2$ **, ולכן** $(2, 1)$ **נקודת מקסימום.**

תשובה: $(-2, 9)$ **מינימום ,** $(2, 1)$ **מקסימום**

ד.עבור $x = 0$ **המכנה מתאפס והמונה לא מתאפס, לכן** $x = 0$ **הוא אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $x = 0$

א. הפונקציה $f(x)=-x^2+ax$ **עוברת דרך הנקודה** $\mathrm{A}(2,8)$

נציב את שיעורי הנקודה בתבנית הפונקציה:

$$8=-2^2+a\cdot 2$$
$$8=-4+2a$$
$$-2a=-12$$
$$\boxed{a=6}$$

תשובה: $a=6$

ב. נציב $a=6$ **בתבנית הפונקציה ונקבל** $f(x)=-x^2+6x$

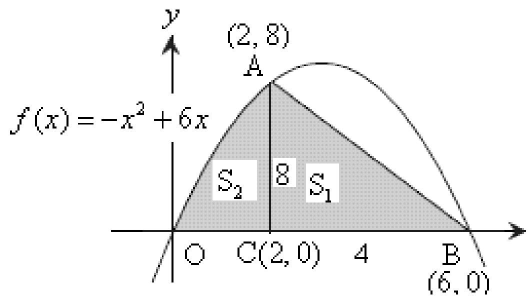
נקודה B **נמצאת על ציר ה-** x **, לכן נציב** $y=0$ **ונקבל:**

$$0=-x^2+6x$$
$$0=x(-x+6)$$
$$x=0 \quad \to x_{\mathrm{O}}=0$$
$$x=6 \quad \to x_{\mathrm{D}}=6$$

ובהתאם: שיעורי נקודה B **הם** $\mathrm{B}(6,0)$ **.**

תשובה: $\mathrm{B}(6,0)$ **.**

ג. נחלק את השטח לשניים, באמצעות האנך מהנקודה $A(2,8)$ לציר ה- x .



נחשב את S_1 באמצעות נוסחה לשטח משולש.

ולכן: $S_1 = \frac{BC \cdot AC}{2} = \frac{(6-2)\cdot(8-0)}{2} = \frac{4\cdot 8}{2} = 16$

נכין טבלה לסיוע בחישוב S_2:

	S_2
פונקציה עליונה	$f(x) = -x^2 + 6x$
פונקציה תחתונה	$y = 0$
x **גדול**	$x = 2$
x **קטן**	$x = 0$

$$S_2 = \int_0^2 (-x^2 + 6x - 0)dx$$

$$S_2 = -\frac{x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} \Big]_0^2$$

$$S_2 = (-\frac{2^3}{3} + 3\cdot 2^2) - (-\frac{0^3}{3} + 3\cdot 0^2)$$

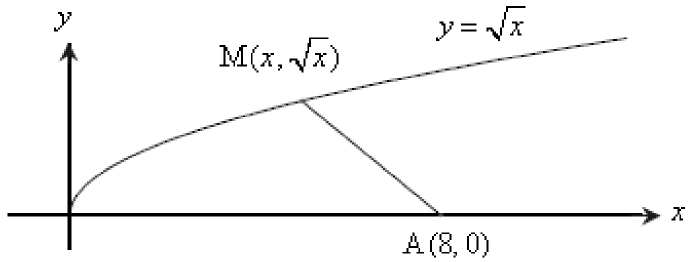
$$S_2 = 9\frac{1}{3} - 0$$

$$\boxed{S_2 = 9\frac{1}{3}}$$

ובהתאם: $S = S_1 + S_2 = 16 + 9\frac{1}{3} = 25\frac{1}{3}$

תשובה: גודל השטח האפור הוא $25\frac{1}{3}$ **יח"ר**

א.



הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *המרחק* MA

נמצא את המרחק בעזרת הנוסחה למרחק בין שתי נקודות שבנוסחאון:

$$d^2=(x-8)^2+(\sqrt{x}-0)^2$$
$$d^2=(x-8)(x-8)+(\sqrt{x})^2$$
$$d^2=x^2-8x-8x+64+x$$
$$d^2=x^2-15x+64$$
$$\boxed{d=\sqrt{x^2-15x+64}}$$

כלומר: $\boxed{f(x)=\sqrt{x^2-15x+64}}$

נמצא את נקודת הקיצון של $f(x)$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2x-15}{2\sqrt{x^2-15x+64}}}$$
$$0=\frac{2x-15}{2\sqrt{x^2-15x+64}}$$
$$0=2x-15$$
$$-2x=-15$$
$$\boxed{x=7.5}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי, הנגזרות לצורכי סימן)

$$f'(7)=2\cdot 7-15=-1<0$$
$$f'(8)=2\cdot 8-15=1>0$$

x		$x=7.5$	
y'	+	0	-
מסקנה	↘	**Min**	↗

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום

תשובה: $x=7.5$ **יביא את המרחק** MA **למינימום.**

ב. נמצא את האורך המינימלי של המרחק MA **,**

בין הנקודה $M(7.5, \sqrt{7.5})$ **לנקודה** $A(8, 0)$ **.**

$$d^2 = (7.5-8)^2 + (\sqrt{7.5}-0)^2$$
$$d^2 = 7.75$$
$$\boxed{d = 2.78}$$

ניתן גם על ידי הצבה בפונקציה המבטאת את אורך MA **:**

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 15x + 64}$$
$$f(7.5) = \sqrt{7.5^2 - 15 \cdot 7.5 + 64}$$
$$f(7.5) = 2.78$$

תשובה: המרחק המינימלי של MA **הוא** 2.78 **יח'.**

א. הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$ **היא** $f''(x) = -6x + 24$

לפונקציה יש נקודת מקסימום ב- $x = 6$ **, כלומר** $f'(6) = 0$

נמצא את הפונקציה הקדומה של $f''(x)$ **, כלומר את** $f'(x)$ **:**

$$f'(x) = \int f''(x)\, dx + c$$

$$f'(x) = \int (-6x + 24)\, dx$$

$$f'(x) = -\frac{6x^2}{2} + 24x + c$$

$$\boxed{f'(x) = -3x^2 + 24x + c}$$

נציב $f'(6) = 0$

$$0 = -3 \cdot 6^2 + 24 \cdot 6 + c$$

$$0 = -108 + 144 + c$$

$$c = -36$$

$$\boxed{f'(x) = -3x^2 + 24x - 36}$$

תשובה: $f'(x) = -3x^2 + 24x - 36$

ב. נמצא את שיעור ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה
ואת סוגן באמצעות הנגזרת השנייה שנתונה בתרגיל זה.

$$0=-3x^2+24x-36$$
$$x_{1,2}=\frac{-24\pm 12}{-6}$$
$$x=\frac{-24+12}{-6}=\frac{-12}{-6}=2 \quad \to f''(x)=-6\cdot 2+24=12>0 \quad \to min$$
$$x=\frac{-24-12}{-6}=\frac{-36}{-6}=6 \quad \to f''(6)=-6\cdot 6+24=-12<0 \quad \to max$$

ערך הפונקציה בנקודת המינימום שלה הוא -32,
ולכן שיעורי נקודת המינימום הם: $(2,-32)$.

נמצא את הפונקציה הקדומה של $f'(x)$ **, כלומר את** $f(x)$ **:**

$$f(x)=\int f'(x)\,dx+c$$
$$f(x)=\int(-3x^2+24x-36)\,dx$$
$$f(x)=-\frac{3x^3}{3}+\frac{24x^2}{2}-36x+c$$
$$\boxed{f(x)=-x^3+12x^2-36x+c}$$

נציב את שיעורי נקודת המינימום $(2,-32)$

$$-32=-2^3+12\cdot 2^2-36\cdot 2+c$$
$$-32=-32+c$$
$$c=0$$
$$\boxed{f(x)=-x^3+12x^2-36x}$$

תשובה: $f(x)=-x^3+12x^2-36x$