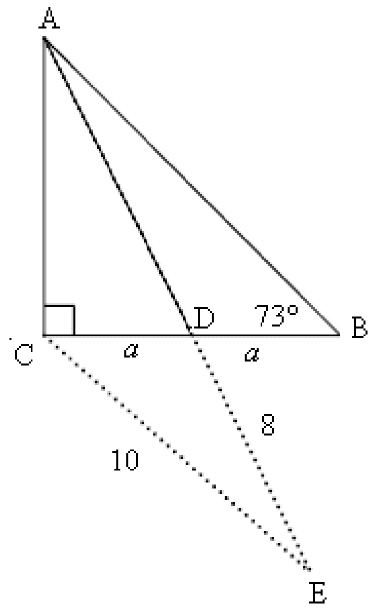
א. <u>נעלה את השרטוט המתאים</u>:



$\angle C = 90^\circ$ **(נתון)**

$\angle ABC = 73^\circ$ **(נתון)**

$BC = 2a$ **(נתון)**

AD **הוא תיכון לניצב** BC **(נתון)**

$CD = a$ **(התיכון חוצה את הניצב)**

$\underline{\Delta ABC}$

$$\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan 73^\circ = \frac{AC}{2a}$$

$$\boxed{AC = 6.542a}$$

$\underline{\Delta ADC}$

$$\tan \angle ADC = \frac{AC}{CD}$$

$$\tan \angle ADC = \frac{6.542a}{a}$$

$$\boxed{\angle ADC = 81.31^\circ}$$

תשובה: $\angle ADC = 81.31^\circ$

ב. $CE =$ 10 **ס"מ** **(נתון)**

DE 8 **ס"מ** **(נתון)**

$\mathbf{R}ADC = 98.69°$ **(זוויות צמודות)**

<u>ΔBDC</u> **משפט קוסינוסים**

$$CE^2 = CD^2 + DE^2 - 2CD \cdot DE \cdot \cos \mathbf{R}ADC$$

$$10^2 = a^2 + 8^2 - 2 \cdot a \cdot 8 \cdot \cos 98.69°$$

$$a^2 + 2.42a - 36 = 0$$

$$a_{1,2} = \frac{-2.42 \pm 12.24}{2}$$

$$\boxed{a = 4.91} \quad \leftarrow a > 0$$

ובהתאם: $BC = 2a = 2 \cdot 4.91 = 9.82$

תשובה: $BC =$ 9.82 **ס"מ**

א. שיפוע המשיק $y=-3x+2p$ **שווה לערך הנגזרת בנקודת ההשקה.**

$$-3=3-b\sin(3\cdot\frac{p}{6})$$

$$-\ -6=-b$$

$$\boxed{b=6}$$

תשובה: $b=6$

ב. בהתאם למשוואת המשיק $y=-3x+2p$ **ניתן למצוא את נקודת ההשקה.**

$$y=-3\cdot\frac{p}{6}+2p\ =\frac{3p}{2}$$

ונקודת ההשקה היא $(\frac{p}{6},\frac{3p}{2})$

נמצא את הפונקציה הקדומה:

$$f(x)=\int(3-6\sin 3x)\,dx+c$$

$$f(x)=3x+\frac{6\cos 3x}{3}+c$$

$$f(x)=3x+2\cos 3x+c$$

נציב את שיעורי נקודת ההשקה:

$$f(x)=\int(3-6\sin 3x)\,dx+c$$

$$f(x)=3x+\frac{6\cos 3x}{3}+c$$

$$\frac{3p}{2}=3\cdot\frac{p}{6}+2\cos 3\cdot\frac{p}{6}+c$$

$$\frac{3p}{2}=\frac{p}{2}+2\cdot 0+c$$

$$c=p$$

$$\boxed{f(x)=3x+2\cos 3x+p}$$

תשובה: $f(x)=3x+2\cos 3x+p$

ג. נמצא את שיעורי ה- x **של נקודות הקיצון לפונקציה** $f(x)=3x+2\cos 3x+p$

הפונקציה מוגדרת בתחום פתוח $0<x<\frac{p}{2}$ **ולכן אין לבדוק את ערכי הפונקציה בקצוות.**

נמצא נקודות קיצון פנימיות:

$$\boxed{f(x)=3x+2\cos 3x+p}$$

$$\boxed{f'(x)=3-6\sin 3x}$$

$$0=3-6\sin 3x$$

$$\sin 3x=0.5=\sin\frac{p}{6}$$

$$3x=\frac{p}{6}+2pk \qquad 3x=p-\frac{p}{6}+2pk$$

$$\boxed{x=\frac{p}{18}+\frac{2pk}{3}} \qquad \boxed{x=\frac{5p}{18}+\frac{2pk}{3}}$$

k	$x=\frac{p}{18}+\frac{2pk}{3}$	$x=\frac{5p}{18}+\frac{2pk}{3}$
0	$x=\frac{p}{18}$	$x=\frac{5p}{18}$

$$f'(\frac{p}{20})=3-6\sin 3\cdot\frac{p}{20}=0.27>0$$

$$f'(\frac{2p}{18})=3-6\sin 3\cdot\frac{2p}{18}=-2.19>0$$

$$f'(\frac{7p}{18})=3-6\sin 3\cdot\frac{7p}{18}=6>0$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

0		$\frac{p}{18}$		$\frac{5p}{18}$		$\frac{p}{2}$	x
	+	-3	**-**	5	**+**		y'
	↗	**Max**	↘	**Min**	↗		**מסקנה**

תשובה: $x=\frac{p}{18}$ **מקסימום,** $x=\frac{5p}{18}$ **- מינימום**

$f(t) = K \cdot a^t$,

כאשר K **- הכמות ההתחלתית**

a **הוא גורם הגידול,** $f(t)$ **הכמות לאחר זמן** t**..**

נחשב את גורם הדעיכה, ב- 4 **השנים הראשונות.**

ערך המגרש ירד ב- 40% **במהלך שנים אלו,**

ולכן ממחיר מקורי של K **₪ הגיע ל-** $\frac{100-40}{100}K = 0.6K$ **₪.**

נתון: $t = 4$**,** $K = K$ **,** $f(4) = 0.6K$

נציב בנוסחה

$$0.6K = K \cdot a^4$$
$$0.6 = a^4$$
$$a = \sqrt[4]{0.6}$$
$$a = 0.88011$$

נמצא את P **אחוז ירידת הערך השנתי.**

$$\frac{100-\text{P}}{100} = 0.88011$$
$$100 - \text{P} = 88.011$$
$$\boxed{\text{P} = 11.99\%}$$

תשובה: ערך המגרש ירד ב- 11.99% **לשנה.**

ב. לאחר 1/1/1994 ערך המגרש עולה כל שנה באחוז הגדול פי 1.5 **מהאחוז בו ירד.**

לכן, $P = 1.5 \cdot 11.99\% = 17.98\%$

נמצא את גורם הגידול: $\frac{100\% + 17.98\%}{100\%} = 1.1798$ **, כלומר** $a = 1.1798$

יש למצוא כמה שנים נוספו תעבורנה עד שערך המגרש יעלה ב- 40% **ממחירו ההתחלתי,**

ולכן על המחיר של המגרש להגיע ל- $\frac{100+40}{100}K = 1.4K$ **₪.**

נתון: $a = 1.1798$ **, כמות התחחלתית** $0.6K$ **,** $f(t) = 1.4k$

נציב בנוסחה

$$1.4k = 0.6k \cdot 1.1798^t \quad / : 0.6k \neq 0$$

$$\frac{7}{3} = 1.1798^t$$

$$\ln\frac{7}{3} = \ln 1.1798^t$$

$$\ln\frac{7}{3} = t \ln 1.1798$$

$$t = \frac{\ln\frac{7}{3}}{\ln 1.1798}$$

$$\boxed{t = 5.12}$$

כלומר שלאחר 5.12 **שנים מ- 1/1/1994 יעלה ערך המגרש**

ל- 40% **מעל מחירו ההתחלתי ב- 1/1/1990.**

תשובה: לאחר 5.12 **שנים.**

א. נתונה הפונקציה $f(x) = (\log_2 x)^2 - \log_4 x^2$

$\log_4 x^2 \quad \to x^2 > 0 \quad \to x \neq 0$

$\log_2 x \quad \to x > 0$

לכן תחום ההגדרה $x > 0$

תשובה: $x > 0$

ב. בנקודת החיתוך עם ציר x **שיעור** $y = 0$

$$0 = f(x) = (\log_2 x)^2 - \log_4 x^2$$

$$0 = (\log_2 x)^2 - 2\log_4 x \quad \leftarrow x > 0, \ \log_a x^n = n\log_a x$$

$$0 = (\log_2 x)^2 - \cancel{2}\,\frac{\log_2 x}{\cancel{\log_2 4}}$$

$$0 = \log_2 x \ (\log_2 x - 1)$$

$$\log_2 x = 0 \qquad \log_2 x = 1$$

$$x = 2^0 \qquad x = 2^1$$

$$x = 1 \qquad x = 2$$

תשובה: $(1, 0), \quad (2, 0)$

ג. נמצא את נגזרת הפונקציה

$$\boxed{f(x) = (\log_2 x)^2 - \log_4 x^2}$$

$$f'(x) = \frac{2\log_2 x}{\ln 2}\cdot\frac{1}{x} - \frac{2x}{\ln 4}\cdot\frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{2\ln x}{x\ln 2\cdot\ln 2} - \frac{2}{2x\ln 2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{2\ln x}{x\ln^2 2} - \frac{1}{x\ln 2}}$$

השיפוע עבור $x = \sqrt{2}$:

$$f'(\sqrt{2}) = \frac{2\ln\sqrt{2}}{\sqrt{2}\ln^2 2} - \frac{1}{\sqrt{2}\ln 2} = \frac{\sqrt{2}\ln 2^{0.5}}{\ln^2 2} - \frac{1}{\sqrt{2}\ln 2} = \frac{\sqrt{2}\ln 2}{2\ln^2 2} - \frac{1}{\sqrt{2}\ln 2} = \frac{1}{\sqrt{2}\ln 2} - \frac{1}{\sqrt{2}\ln 2}$$

$$f'(\sqrt{2}) = 0$$

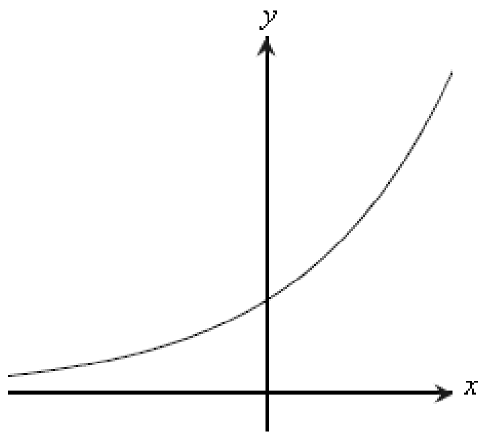
ולכן משוואת המשיק תהייה של פונקציה קבועה (ישר המקביל לציר ה- x $m = 0 \to$**).**

נמצא את שיעור ה- y **של נקודת ההשקה :**

$$f(\sqrt{2}) = (\log_2 \sqrt{2})^2 - \log_4 \sqrt{2}^2 = 0.5^2 - \log_4 2 = 0.25 - 0.5 = -0.25$$

ובהתאם משוואת המשיק, המקביל לציר ה- x **, היא** $y = -0.25$

תשובה: $y = -0.25$



א. שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A **, הוא** $\frac{e^2}{2}$ **.**

נמצא את נגזרת הפוקציה $f(x)=e^{\frac{x+1}{2}}$ **והיא** $f'(x)=\frac{1}{2}e^{\frac{x+1}{2}}$

נשווה את הנגזרת לשיפוע, למציאת שיעור - x **של נקודת ההשקה**

$$\frac{e^2}{2}=\frac{1}{2}e^{\frac{x+1}{2}}$$

$$e^2=e^{\frac{x+1}{2}}$$

$$2=\frac{x+1}{2}$$

$$4=x+1$$

$$x=3 \quad \rightarrow f(3)=e^{\frac{3+1}{2}}=e^2$$

לכן שיעורי נקודת ההשקה הם $\mathrm{A}(3,e^2)$ **.**

תשובה: $\mathrm{A}(3,e^2)$

ב. נמצא את משוואת המשיק בנקודה $\mathrm{A}(3,e^2)$

$$y-e^2=\frac{e^2}{2}(x-3)$$

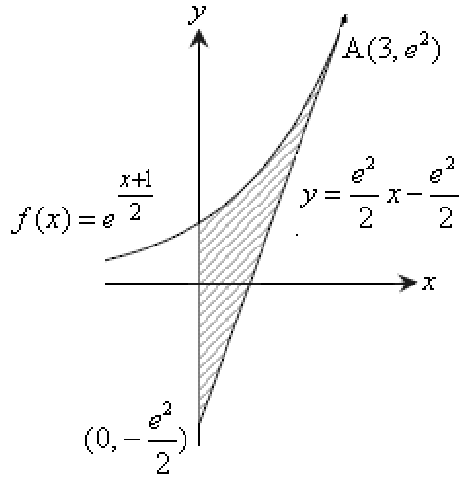
$$y=\frac{e^2}{2}x-\frac{3e^2}{2}+e^2$$

$$\boxed{y=\frac{e^2}{2}x-\frac{e^2}{2}}$$

תשובה: $y=\frac{e^2}{2}x-\frac{e^2}{2}$

ג. כאשר $x=0$ **נקבל חיתוך של המשיק עם ציר ה-** y **בנקודה** $(0,-\frac{e^2}{2})$ **,**

ובהתאם ניתן לצייר את הציור המתאים:



נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח

פונקציה עליונה	$f(x)=e^{\frac{x+1}{2}}$
פונקציה תחתונה	$y=\frac{e^2}{2}x-\frac{e^2}{2}$
x **גדול**	$x=3$
x **קטן**	$x=0$

$$S=\int_{l0}^{3}(e^{\frac{x+1}{2}}-(\frac{e^2}{2}x-\frac{e^2}{2}))dx$$

$$S=\int_{\ln 0.5}^{3}(e^{\frac{x+1}{2}}-\frac{e^2}{2}x+\frac{e^2}{2})dx$$

$$S=\frac{e^{\frac{x+1}{2}}}{0.5}-\frac{e^2}{2}\cdot\frac{x^2}{2}+\frac{e^2}{2}x\Big]_0^3$$

$$S=(2e^2-\frac{e^2}{2}\cdot\frac{3^2}{2}+\frac{e^2}{2}\cdot 3)-(2e^{0.5}-\frac{e^2}{2}\cdot\frac{0^2}{2}+\frac{e^2}{2}\cdot 0)$$

$$S=(2e^2-2.25e^2+1.5e^2)-(2\sqrt{e})$$

$$\boxed{S=1.25e^2-2\sqrt{e}}$$

תשובה: $1.25e^2-2\sqrt{e}$