א. נסמן ב- x **(קמ"ש) את מהירות הנסיעה בין** B **ל-** C.

בהתאם, מהירות הנסיעה מ- A **ל-** B **היא** $x+24$.

$s=vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נשלים את הנתונים בטבלה.

קטעי נסיעה	זמן שעות t	מהירות קמ"ש v	דרך-מרחק - ק"מ s
מ- A **ל-** B	1.5	$x+24$	$1.5(x+24)$
בין B **ל-** C	2	x	$2x$

על פי הנתון: הדרך מ- A **ל-** B **ארוכה ב-** 6 **ק"מ מהדרך מ-** B **ל-** C.

לכן המשוואה המתאימה: $2x+6=1.5(x+24)$

נפתור את המשוואה:

$$2x+6=1.5(x+24)$$
$$2x+6=1.5x+36$$
$$0.5x=30 \quad /:0.5$$
$$\boxed{x=60}$$

ומכאן שבקטע מ- A **ל-** B **מהירות המכונית הייתה** 84 **קמ"ש** $=60+24$

תשובה: מהירות המכונית מ- A **ל-** B **הייתה** 84 **קמ"ש ומ-** B **ל-** C **הייתה** 60 **קמ"ש.**

ב. נציב $x=60$ **ונחשב את המרחק:**

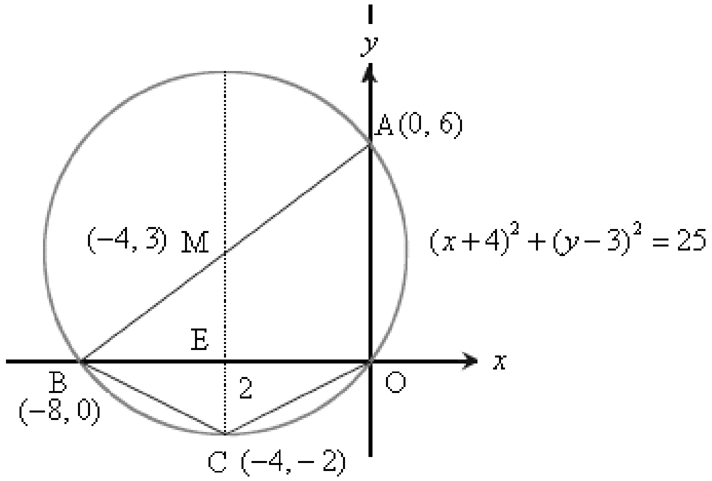
מ- A **ל-** B **שעה וחצי נסיעה, סה"כ** 126 **ק"מ** $=1.5\cdot 84$

מ- B **ל-** C **שעתיים נסיעה, סה"כ** 120 **ק"מ** $=2\cdot 60$

וכל הדרך: 246 **ק"מ** $=126+120$

תשובה: המרחק מ- A **ל-** C **הוא** 246 **ק"מ.**

א. נעלה ציור מעודכן ונסביר בהמשך:



נקודה B **נמצאת על ציר ה-** x **, לכן נציב** $y=0$ **ונקבל:**

$$(x+4)^2+(0-3)^2=25$$
$$x^2+8x+16+9=25$$
$$x^2+8x=0$$
$$x(x-8)=0$$
$$x_1=0 \quad x_2=-8$$

ובהתאם: $B(-8,0)$

נקודה A **נמצאת על ציר ה-** y **, לכן נציב** $x=0$ **:**

$$(0+4)^2+(y-3)^2=25$$
$$16+y^2-6y+9=25$$
$$y^2-6y=0$$
$$y(y-6)=0$$
$$y_1=0 \quad y_2=6$$

ובהתאם: $A(0,6)$

תשובה: $A(0,6)$ **,** $B(-8,0)$ **.**

ב. (1) שטח המשולש הוא: $S=\frac{BO\cdot OA}{2}$**, כאשר** O **ראשית הצירים.**

אורך הצלע BO **,** $BO=0-(-8)=8$**, כי הצלע** AD **מונחת על ציר ה-** x **.**

גובה המשולש AO **:** $AO=6-0=6$

$$S=\frac{8\cdot 6}{2}=24$$

תשובה: שטח המשולש ABO **הוא** 24 **יח"ר .**

(2) נחלק את המרובע לשני משולשים: $S_{ABCO}=S_{\Delta ABO}+S_{\Delta BCO}$

שטח המשולש BCO **הוא:** $S=\frac{BO\cdot EC}{2}$**.**

הנקודה C **היא בעלת שיעור** x **השווה לשיעור ה-** x **של מרכז המעגל,**

כיוון שהקוטר מאונך לציר ה- x **, לכן** $x_C=-4$

שיעור ה- y **שלה מתקבל על ידי** $3-5=-2$ **שכן** $MC=5$ **רדיוס המעגל, לכן** $y_C=-2$

גובה המשולש EC **:** $EC=0-(-2)=2$

$$S=\frac{8\cdot 2}{2}=8$$

ובהתאם: $S_{ABCO}=24+8=32$

תשובה: שטח המרובע ABCO **הוא** 32 **יח"ר .**

א. נתונה הפונקציה $\boxed{y=\sqrt{2x}-x}$ **.**

תחום ההגדרה: $2x \ge 0 \to x \ge 0$ **(ביטוי בתוך השורש אי-שלילי)**

תשובה: $x \ge 0$ **.**

ב. נמצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x **, לכן** $y=0$

$$
\begin{aligned}
& 0=\sqrt{2x}-x \\
\Leftrightarrow\ & x=\sqrt{2x} \quad /(\,)^2 \\
\Leftrightarrow\ & x^2=2x \\
\Leftrightarrow\ & x^2-2x=0 \\
\Leftrightarrow\ & x(x-2)=0 \\
\Leftrightarrow\ & x_1=0 \quad x_2=2
\end{aligned}
$$

ותוך כדי כך קבלנו גם את נקודת החיתך עם ציר ה- y **:** $(0,0)$

ובהתאם: $(0,0)$ **,** $(2,0)$

ג. נמצא את שיעורי הנקודה שבה נגזרת הפונקציה מתאפסת

$$y'=\frac{\cancel{2}1}{\cancel{2}\sqrt{2x}}-1$$

$$\boxed{y'=\frac{1-\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}}}$$

$$0=\frac{1-\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}} \quad \to 0=1-\sqrt{2x} \quad \to \sqrt{2x}=1 \quad \to 2x=1 \quad \to x=0.5$$

$$y(0.5)=\sqrt{2\cdot 0.5}-0.5=0.5$$

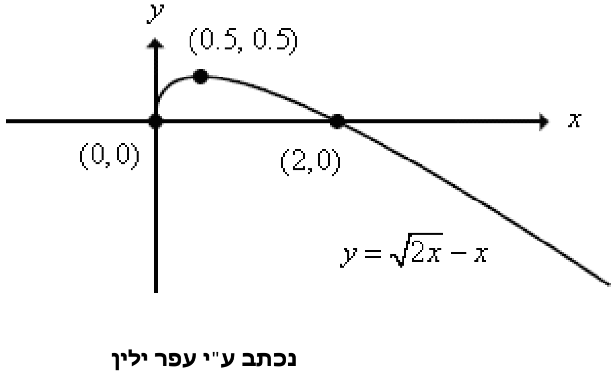
ונקודת הקיצון, שנתון שהיא מקסימום, היא $(0.5,\ 0.5)$

לא נדרש לזהות סוג קיצון כי נתון שיש נקודת מקסימום,

וקבלנו רק נקודה אחת בה הנגזרת מתאפסת

תשובה: $(0.5,\ 0.5)$ **.**

ד. הסקיצה המתאימה



נכתב ע"י עפר ילין

א. נמצא את שיעור ה- x של נקודות החיתוך בין הגרפים של הפונקציות:

$$\begin{cases} y=-x^2+3x+2 \\ y=x^3-3x+2 \end{cases}$$

$$x^3-3x+2=-x^2+3x+2$$

$$x^3+x^2-6x=0$$

$$x(x^2+x-6)=0$$

$$\boxed{x=0}$$

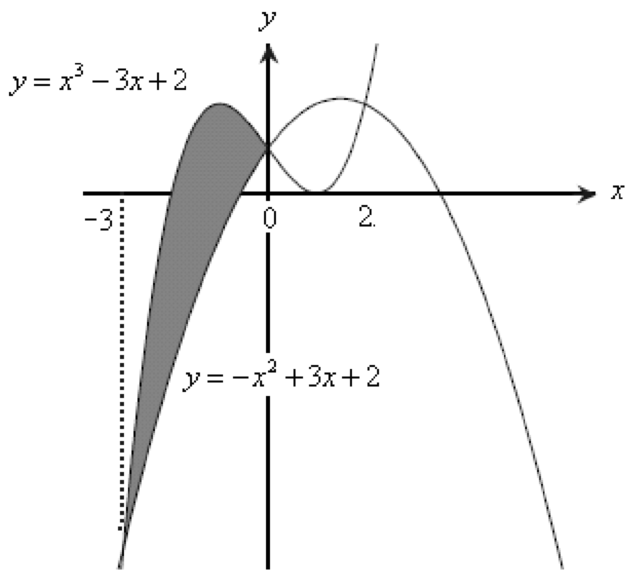
$$x^2+x-6=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm 5}{2}$$

$$\boxed{x=2} \quad \boxed{x=-3}$$

תשובה: $x_1=-3, \quad x_2=0, \quad x_3=2$

ב.



הגרף של $y=-x^2+3x+2$ **הוא הגרף של פרבולה בעלת מקסימום (הפוכה)**

בהתאם, הגרף של $y=x^3-3x+2$ **הוא הגרף השני**

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח:

פונקציה עליונה	$y=x^3-3x+2$
פונקציה תחתונה	$y=-x^2+3x+2$
x **גדול**	$x=0$
x **קטן**	$x=-3$

$$S=\int_{-3}^{0}(x^3-3x+2-(-x^2+3x+2))dx$$

$$S=\int_{-3}^{0}(x^3-3x+2+x^2-3x-2)dx$$

$$S=\int_{-3}^{0}(x^3+x^2-6x)dx$$

$$S=\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}\Big]_{-3}^{0}$$

$$S=(\frac{0^4}{4}+\frac{0^3}{3}-3\cdot 0^2)-(\frac{(-3)^4}{4}+\frac{(-3)^3}{3}-3\cdot(-3)^2)$$

$$S=0-(-15.75)$$

$$\boxed{S=15.75}$$

תשובה: גודל השטח המסומן הוא 15.75 **יח"ר.**

א. נסמן את שיעור ה- x **של הנקודה** A **ב-** x

שיעורי הנקודה A **הנמצאת על גרף הפונקציה** $y=-x^2+6x$ **הם** $A(x,-x^2+6x)$ **.**

הפונקציה שיש להביא ל*מקסימום* היא היקף המלבן ABOC **:**

AB **מקביל לציר ה-** y **ולכן** $AB=-x^2+6x-0 \quad \rightarrow AB=-x^2+6x$

AC **מקביל לציר ה-** x **ולכן** $AC=x-0 \quad \rightarrow AC=x$

נמצא את פונקצית ההיקף:

$$P_{ABOC}=2\cdot AC+2\cdot AB$$
$$P_{ABOC}=2\cdot x+2\cdot(-x^2+6x)$$
$$P_{ABOC}=2x-2x^2+12x$$
$$\boxed{P_{ABOC}=14x-2x^2}$$

נמצא נקודת קיצון:

$$\boxed{P'(x)=14-4x}$$
$$0=14-4x$$
$$4x=14$$
$$x=3.5$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (A **ברביע הראשון)**

$P'(3)=14-4\cdot 3>0,\quad P'(4)=14-4\cdot 4<0$

x	4	3.5	3	0
y'	-	0	+	
מסקנה	↘	Max	↗	

תשובה: עבור $x=3.5$ **היקף המלבן** ABOC **יהיה מקסימלי** .

ב. עבור $x=3.5$ **נקבל** $f(3.5)=-3.5^2+6\cdot 3.5=8.75$

ובמקרה זה היקף המלבן: $P=2\cdot 3.5+2\cdot 8.75=24.5$

ניתן גם להציב בפונקציית ההיקף: $P_{max}=14\cdot 3.5-2\cdot 3.5^2=24.5$

תשובה: ההיקף המקסימלי של המלבן ABOC **הוא** 24.5 **יח'.**

א. נתונה הפונקציה $y = \mathrm{A}x + \frac{2}{x}$

לפונקציה יש ערך קיצון בנקודה שבה $x = 1$ **, לכן** $y'(1) = 0$

$$y' = \mathrm{A} - \frac{2}{x^2}$$

$$0 = \mathrm{A} - \frac{2}{1^2}$$

$$0 = \mathrm{A} - 2$$

$$\boxed{\mathrm{A} = 2}$$

תשובה: $\mathrm{A} = 2$

ב. נמצא את נקודות החיתוך בין $y = 2x + \frac{2}{x}$ **ל-** $y = 5$

$$\begin{cases} y = 2x + \frac{2}{x} \\ y = 5 \end{cases}$$

$$2x + \frac{2}{x} = 5$$

$$2x^2 + 2 = 5x$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$x_1 = \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 1 \quad x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = 0.5$$

שיעורי ה- y **של נקודת החיתוך הם כמובן** 5**.**

תשובה: $(2, 5)$ **,** $(0.5, 5)$**.**