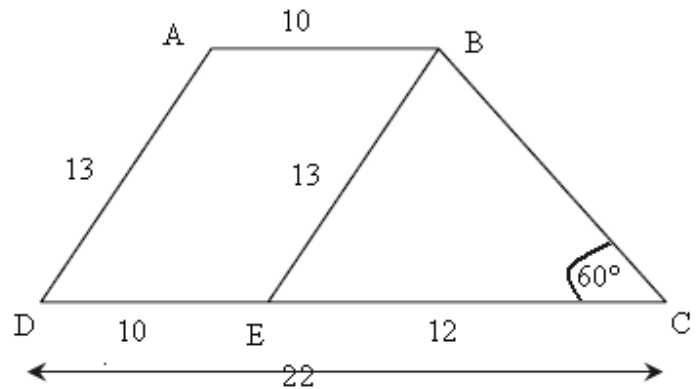


א. נציג את הסרטוט המעודכן ונסביר בהמשך:



נעביר $BE \perp AD$ בניית עזר ונקבל מקבילית $ABED$ (שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות)

לכן: $BE = AD = 13$, $DE = AB = 10$ (צלעות נגדיות שוות במקבילית)

ובהתאם: $EC = 22 - 10 = 12$

ניעזר במשפט קוסינוסים

$\triangle BEC$

$$BE^2 = EC^2 + BC^2 - 2EC \cdot BC \cdot \cos \angle BCE$$

$$13^2 = 12^2 + BC^2 - 2 \cdot 12 \cdot BC \cdot \cos 60^\circ$$

$$BC^2 - 12BC - 25 = 0$$

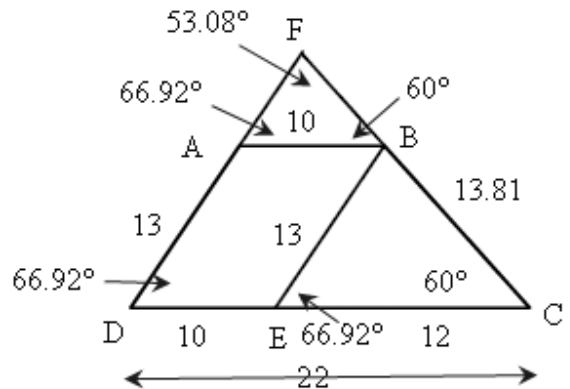
$$BC_{1,2} = \frac{12 \pm 15.62}{2}$$

$$\boxed{BC = 13.81} \leftarrow BC > 0$$

ומכאן ההיקף: $13 + 10 + 22 + 13.81 = 58.81$

תשובה: הקף הסרטוט 58.81 ס"מ.

ב. נציג את הסרטוט המעודכן ונסביר בהמשך:



נמצא, בעזרת משפט הסינוסים את גודל זווית RBEC

$\triangle BEC$

$$\frac{13.81}{\sin RBEC} = \frac{13}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{13.81 \sin 60^\circ}{13} = \sin RBEC$$

$$\sin RBEC = 0.92$$

$$\boxed{RBEC = 66.92^\circ}$$

$$\boxed{\cancel{RBEC = 113.08^\circ}}$$

אפשרות אחת נפסלה עקב סכום זוויות במשולש $\triangle BEC$ הגדול מ- 180°

בהתאם $\angle RD = 66.92^\circ$ (זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים)

וגם: $\angle RFAB = 66.92^\circ$, $\angle RFBA = 60^\circ$ (זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים)

ולכן: $\angle RF = 53.08^\circ$ (סכום זוויות במשולש $\triangle BEC$ שווה ל- 180°)

נמצא את FB באמצעות משפט הסינוסים

$\triangle FAB$

$$\frac{FB}{\sin 66.92^\circ} = \frac{10}{\sin 53.08^\circ}$$

$$FB = \frac{10 \sin 66.92^\circ}{\sin 53.08^\circ}$$

$$\boxed{FB = 11.51}$$

תשובה: 11.51 ס"מ

א. נמצא את שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה-ה של $f(x) = 5 \sin x - 2 \cos^2 x - 1$

$$f(x) = 5 \sin x - 2 \cos^2 x - 1$$

$$0 = 5 \sin x - 2 \cos^2 x - 1$$

$$0 = 5 \sin x - 2(1 - \sin^2 x) - 1$$

$$2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0$$

$$(\sin x)_{1,2} = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$\sin x = 0.5 \quad \sin x \leq 1$$

$$x = \frac{p}{6} + 2pk$$

$$x = \frac{5p}{6} + 2pk$$

k	$x = \frac{p}{6} + 2pk$	$x = \frac{5p}{6} + 2pk$
0	$x = \frac{p}{6}$	$x = \frac{5p}{6}$

הפתרונות בתחום הנתון: $(\frac{p}{6}, 0), (\frac{5p}{6}, 0)$

נמצא נקודת חיתוך עם ציר ה- y

$$f(0) = 5 \sin 0 - 2 \cos^2 0 - 1 = -3 \quad \text{ובהתאם: } (0, -3)$$

תשובה: $(0, -3), (\frac{p}{6}, 0), (\frac{5p}{6}, 0)$

ב. נמצא את שיפועי הפונקציה בנקודות החיתוך עם ציר ה- x

$$f(x) = 5 \sin x - 2 \cos^2 x - 1$$

$$f'(x) = 5 \cos x + 4 \cos x \sin x$$

$$f'(x) = 5 \cos x + 2 \sin 2x$$

$$f'(\frac{p}{6}) = 5 \cos(\frac{p}{6}) + 2 \sin(2 \cdot \frac{p}{6}) = 6.06 > 0$$

$$f'(\frac{5p}{6}) = 5 \cos(\frac{5p}{6}) + 2 \sin(2 \cdot \frac{5p}{6}) = -6.06 < 0$$

שיפוע המשיק חיובי – לכן: $m = 6.06$ ב $(\frac{p}{6}, 0)$

$$y - 0 = 6.06(x - \frac{p}{6})$$

$$y = 6.06x - 3.17$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y = 6.06x - 3.17$.

נתונה הפונקציה $f(x) = x \ln(ax) - 3x$

א. (1) נתון כי $f'(e^2) = 0$

$$f'(x) = \ln(ax) + \frac{ax}{ax} - 3$$

$$f'(x) = \ln(ax) - 2$$

$$0 = \ln(ae^2) - 2$$

$$\ln(ae^2) = 2$$

$$ae^2 = e^2$$

$$\boxed{a=1}$$

תשובה: $a=1$

(2) $f(x) = x \ln x - 3x$

נמצא את ערך הפונקציה עבור $x = e^2$

$$f(e^2) = e^2 \ln e^2 - 3e^2 = e^2 \cdot 2 - 3e^2 = -e^2$$

ולכן משוואת המשיק, המקביל לציר ה- x , היא $y = -e^2$

תשובה: $y = -e^2$

ב. פונקצית הלוגריתמים מוגדרת עבור ביטויים חיוביים

לכן: $x > 0$

תשובה: $x > 0$

ג. נקודת חיתוך עם ציר ה- x : $y = 0$

$$0 = x \ln x - 3x \quad /: x \neq 0$$

$$0 = \ln x - 3$$

$$\ln x = 3$$

$$x = e^3$$

תשובה: $(e^3, 0)$

ד. נמצא תחומי עלייה וירידה

$$f(x) = x \ln x - 3x$$

$$f'(x) = \ln x + \frac{x}{x} - 3$$

$$f'(x) = \ln x - 2$$

$$0 = \ln x - 2$$

$$\ln x = 2$$

$$x = e^2$$

נבנה טבלה לקביעת תחומי עלייה וירידה

$$f'(e) = \ln e - 2 = 1 - 2 < 0, \quad f'(e^3) = \ln e^3 - 2 = 3 - 2 > 0$$

0	e	e^2	e^3	x
	-	0	+	y'
	↘	מינימום	↗	מסקנה

תשובה: הפונקציה עולה עבור $x > e^2$ ויורדת עבור $0 < x < e^2$

א. נמצא את נגזרת הפונקציה $f(x) = e^{2x} - e^x$ והיא $f'(x) = 2e^{2x} - e^x$ נשווה את הנגזרת ל-0, למציאת שיעור x של נקודת הקיצון (מינימום)

$$0 = 2e^{2x} - e^x$$

$$0 = e^x(2e^x - 1) \quad /: e^x > 0$$

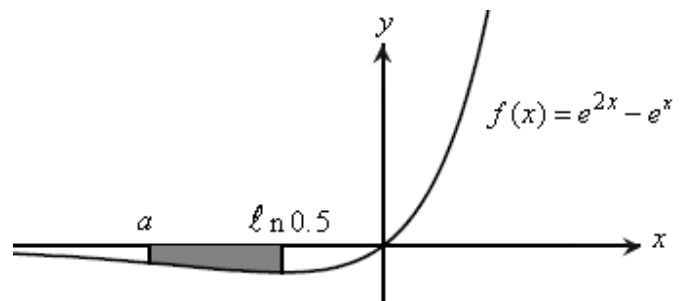
$$2e^x - 1 = 0$$

$$e^x = 0.5$$

$$x = \ln 0.5$$

תשובה: $x = \ln 0.5$

ב.



נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח

$y = 0$	פונקציה עליונה
$f(x) = e^{2x} - e^x$	פונקציה תחתונה
$x = \ln 0.5$	x גדול
$x = a$	x קטן

$$S = \int_a^{\ln 0.5} (0 - (e^{2x} - e^x)) dx$$

$$S = \int_a^{\ln 0.5} (e^x - e^{2x}) dx$$

$$S = e^x - \frac{e^{2x}}{2} \Big|_a^{\ln 0.5}$$

$$S = (e^{\ln 0.5} - \frac{e^{2 \ln 0.5}}{2}) - (e^a - \frac{e^{2a}}{2})$$

$$S = (0.5 - 0.125) - (e^a - \frac{e^{2a}}{2})$$

$$S = 0.5e^{2a} - e^a + 0.375$$

ובהתאם לנתון כי השטח שווה ל- $3e^{2a} - e^a$:

$$0.5e^{2a} - e^a + 0.375 = 3e^{2a} - e^a$$

$$2.5e^{2a} = 0.375$$

$$e^{2a} = 0.15$$

$$2a = \ln 0.15$$

$$a = 0.5 \ln 0.15$$

$$a = \ln \sqrt{0.15}$$

תשובה: $a = \ln \sqrt{0.15}$

$$f(t) = K \cdot a^t$$

כאשר K - הכמות ההתחלתית

a הוא גורם הגידול, $f(t)$ הכמות לאחר זמן t .

א. בבריכה הראשונה 2.5% גידול לשבוע, לכן: $a = 1 + \frac{2.5}{100} = 1.025$, כאשר $K = 160,000$.

בבריכה השנייה 3.5% גידול לשבוע, לכן: $a = 1 + \frac{3.5}{100} = 1.035$, כאשר $K = 148,000$.

נפתור את המשוואה המעריכית הבאה:

$$160,000 \cdot 1.025^t = 148,000 \cdot 1.035^t$$

$$\frac{160,000}{148,000} = \frac{1.035^t}{1.025^t}$$

$$1.08108 = \left(\frac{1.035}{1.025}\right)^t$$

$$1.08108 = 1.00976^t$$

$$\ln 1.08108 = t \ln 1.00976$$

$$t = \frac{\ln 1.08108}{\ln 1.00976}$$

$$t = 8.03$$

תשובה: כעבור 8.03 שבועות תשתווין כמויות הדגים בשי הבריכות.

ב. נפתור את המשוואה המעריכית הבאה, בהנחה שכמות הדגים ההתחלתית שווה ל- K :

(עקב הדמיון לסעיף הקודם, ניעזר בחלק מהביטויים שחושבו בו)

$$2K \cdot 1.025^t = K \cdot 1.035^t$$

$$2 = 1.00976^t$$

$$t = \frac{\ln 2}{\ln 1.00976}$$

$$t = 71.39$$

תשובה: כעבור 71.39 שבועות מהשתוות כמויות הדגים,

תהייה כמות הדגים בבריכה השנייה כפולה מהראשונה.