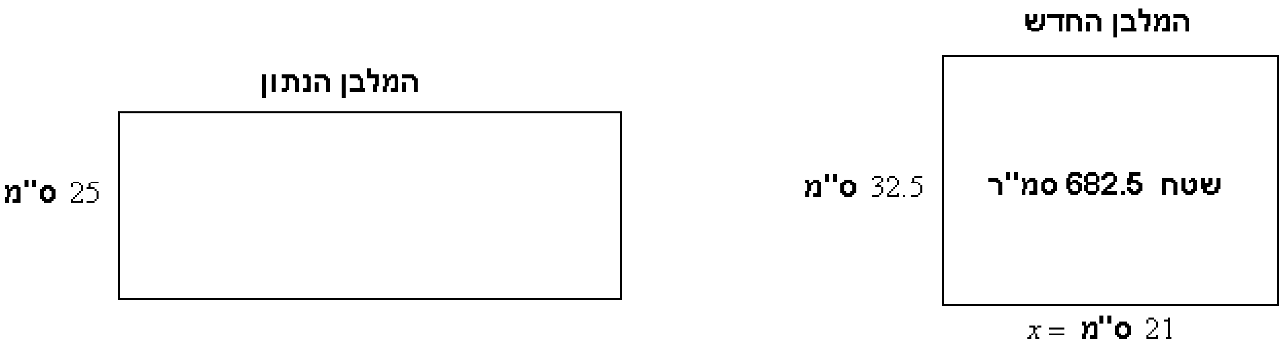
א. נציג את הנתונים על ציור מתאים ונסביר:



אורך הצלע הקצרה של המלבן 25 **ס"מ.**

הגדילו את אורך הצלע הקצרה ב- 30%**,**

ובהתאם אורך הצלע במלבן החדש הוא: $\frac{100+30}{100}\cdot 25 = 1.3\cdot 25 =$ 32.5 **ס"מ**

התקבל מלבן חדש ששטחו 682.5 סמ"ר.

נסמן ב- x **את אורך הצלע השנייה במלבן החדש,**

ונפתור את משוואת השטח: $32.5x = 682.5 \quad \rightarrow x =$ 21 **ס"מ**

נסמן ב- y **את אורך הצלע הארוכה במלבן המקורי.**

נתון כי הקטינו את אורך הצלע הארוכה ב- 30%.

$$\frac{100-30}{100}\cdot y = 21$$

$$0.7y = 21$$

$y =$ 30 **ס"מ**

תשובה: אורך הצלע הארוכה של המלבן הנתון היא 30 **ס"מ.**

ב. נמצא את שטח המלבן המקורי:

$30\cdot 25 =$ 750 **סמ"ר**

נמצא מה החלק של המלבן החדש מהמלבן המקורי, באחוזים:

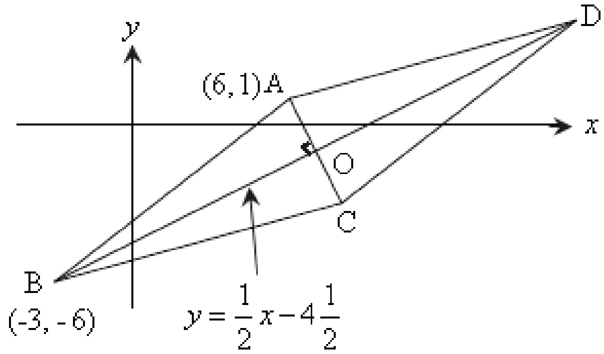
$$\frac{682.5}{750}\cdot 100\% = 91\%$$

לכן שטח המלבן החדש קטן ב- 9% **משטח המלבן המקורי (** $100\% - 91\% = 9\%$ **).**

תשובה: 9%

א. במעוין $ABCD$ **שני קדקודים הם:** $A(6,1)$ **ו-** $B(-3,-6)$ **.**

אחד מאלכסוני המעוין מונח על הישר $y=\frac{1}{2}x-4\frac{1}{2}$



נציב את שיעורי הנקודה $B(-3,-6)$ **במשוואת האלכסון,**

ונקבל: $-6=\frac{1}{2}\cdot(-3)-4.5$ **, כלומר הנקודה** $B(-3,-6)$ **נמצאת על האלכסון** $y=\frac{1}{2}x-4\frac{1}{2}$ **, ששיפועו** $\frac{1}{2}$ **.**

אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה.

תנאי ניצבות: $m_1\cdot m_2=-1$

$$m_{AC}\cdot m_{BD}=-1$$

$$m_{AC}\cdot\frac{1}{2}=-1$$

$$\boxed{m_{BD}=-2}$$

נשתמש בנוסחה: $y-y_1=m(x-x_1)$ **למציאת משוואת האלכסון** AC **.**

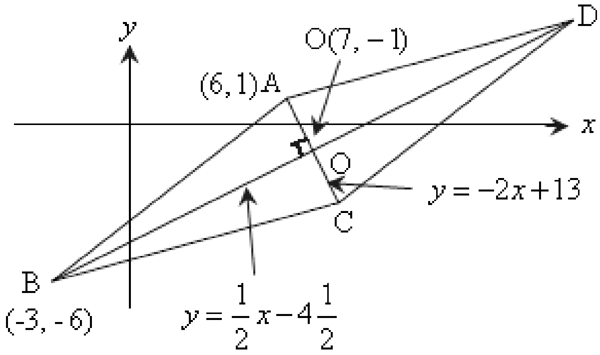
$$y-1=-2(x-6)$$

$$y-1=-2x+12$$

$$\boxed{y=-2x+13}$$

תשובה: משוואת האלכסון AC **היא** $y=-2x+13$

ב. (1) נעדכן את הציור ונסביר בהמשך:



נמצא את נקודת החיתוך שבין האלכסונים:

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x-4\frac{1}{2} \\ y=-2x+13 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}x-4\frac{1}{2}=-2x+13$$

$$2.5x=17.5 \quad /:2.5$$

$$x=7$$

$$y=-2\cdot 7+13=-1$$

ושיעורי נקודת מפגש האלכסונים הם $O(7,-1)$

תשובה: $O(7,-1)$

(2) ארבעת המשולשים הפנימיים זהים (חופפים) זה לזה.

(כי אלכסוני המעוין חוצים זה את זה וכל צלעות המעוין שוות)

נמצא שטח של משולש אחד ונכפול פי 4

$$AO=\sqrt{(6-7)^2+(1-(-1))^2}=\sqrt{5}$$

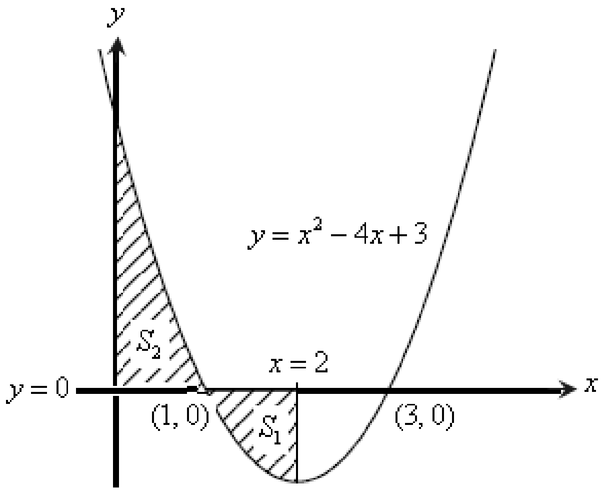
$$BO=\sqrt{(-3-7)^2+(-6-(-1))^2}=\sqrt{125}$$

$$S\Delta ABO=\frac{\sqrt{5}\sqrt{125}}{2}=12.5$$

ובהתאם: שטח המעוין הוא $12.5\cdot 4=50$ יח"ר

תשובה: שטח המעוין ABCD הוא 50 יח"ר

א. (1) נמצא את שיעור ה- x **של נקודת המינימום של הפרבולה** $y=x^2-4x+a$



$\boxed{y'=2x-4}$

$0=2x-4$

$-2x=-4$

$x=2$

תשובה: $x=2$

(2) בנקודת המינימום של הפונקציה $y=-1$.

לכן שיעורי נקודת המינימום של הנקודה $(2,-1)$

נציב $(2,-1)$ **בתבנית הפונקציה:**

$-1=2^2-4\cdot 2+a$

$-1=-4+a$

$\boxed{a=3}$

תשובה: $a=3$

ב. בהתאם: $y = x^2 - 4x + 3$

נוריד אנך למשיק מנקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x **.**

נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x **.**

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = 3 \quad \rightarrow (3, 0)$$

$$x_A = 1 \quad \rightarrow (1, 0)$$

נחשב את השטח המבוקש באמצעות חיבור של שני שטחים: S_1 **ו-** S_2.

נכין טבלה לסיוע בחישוב השטחים:

	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$y = 0$	$y = x^2 - 4x + 3$
פונקציה תחתונה	$y = x^2 - 4x + 3$	$y = 0$
x **גדול**	$x = 2$	$x = 1$
x **קטן**	$x = 1$	$x = 0$

$$S_1 = \int_1^2 (0 - (x^2 - 4x + 3))\, dx$$

$$S_1 = \int_1^2 (-x^2 + 4x - 3)\, dx$$

$$S_1 = -\frac{x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} - 3x \Big]_1^2$$

$$S_1 = (-\frac{2^3}{3} + \frac{4 \cdot 2^2}{2} - 3 \cdot 2) - (-\frac{1^3}{3} + \frac{4 \cdot 1^2}{2} - 3 \cdot 1)$$

$$S_1 = -\frac{2}{3} - (-1\frac{1}{3})$$

$$S_1 = \frac{2}{3}$$

$$S_1 = \int_0^1 (x^2 - 4x + 3 - (0))\, dx$$

$$S_1 = \int_0^1 (x^2 - 4x + 3)\, dx$$

$$S_1 = \frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 3x \Big]_0^1$$

$$S_1 = (\frac{1^3}{3} - \frac{4 \cdot 1^2}{2} + 3 \cdot 1) - (\frac{0^3}{3} - \frac{4 \cdot 0^2}{2} + 3 \cdot 0)$$

$$S_1 = 1\frac{1}{3} - 0$$

$$S_1 = 1\frac{1}{3}$$

נחשב את השטח המקווקו: $S_1 + S_2 = \frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} = \boxed{2}$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא 2 **יחידות שטח.**

א. נמצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $y=\frac{18}{x^2-4}$

$x^2-4\neq 0$

$x^2\neq 4$

$\boxed{x\neq \pm 2}$

תשובה: $x\neq \pm 2$

ב. נמצא את האסימפטוטות המקבילות לציר ה- y

בהתאם לתחום ההגדרה (מאפסים מכנה ולא מונה) $x=2,\quad x=-2$

תשובה: $x=2,\quad x=-2$

ג. <u>נקודות קיצון וסוגן</u>

$\boxed{y=\frac{18}{x^2-4}}$

$y'=-\frac{18\cdot 2x}{(x^2-4)^2}$

$\boxed{y'=-\frac{36x}{(x^2-4)^2}}$

$0=-\frac{36x}{(x^2-4)^2}\quad\rightarrow 0=36x$

$x=0$

$y(0)=\frac{18}{0^2-4}=\frac{18}{-4}=-4.5$

$\boxed{(0,-4.5)}$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

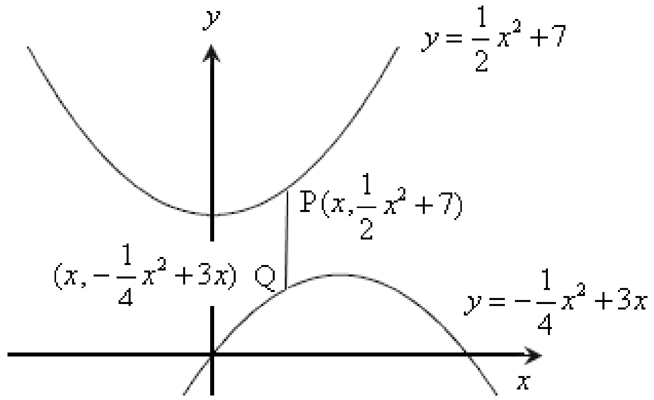
$y'(-1)=-36\cdot(-1)>0,\quad y'(1)=-36\cdot(1)<0$

x	2	1	0	-1	-2
y'		-	$x=0$	+	
מסקנה		↘	**Max**	↗	

$x=0$ **עוברים מעלייה לירידה ולכן מקסימום.**

תשובה: $(0,-4.5)$ **מקסימום.**

א.



P **נמצאת על הפרבולה** $y=\frac{1}{2}x^2+7$ **, שהיא פרבולה בעלת מינימום** $(a=\frac{1}{2}>0)$

Q **נמצאת על הפרבולה** $y=-\frac{1}{4}x^2+3x$ **, שהיא פרבולה בעלת מקסימום** $(a=-\frac{1}{4}<0)$

נסמן את שיעור ה- x **של הנקודה** P **ב-** x **.**

שיעורי הנקודה P **הם** $P(x,\frac{1}{2}x^2+7)$ **.**

הקטע PQ **מקביל לציר ה-** y **ולכן שיעורי ה-** x **של הנקודות** P **ו-** Q **שווים.**

שיעורי הנקודה Q **הם** $Q(x,-\frac{1}{4}x^2+3x)$ **.**

הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *אורך הקטע* PQ **.**

כיוון ש הקטע PQ **מקביל לציר ה-** y **, הרי ש:** $PQ=y_P-y_Q$ **:**

$$PQ=\frac{1}{2}x^2+7-(-\frac{1}{4}x^2+3x)$$

$$PQ=\frac{1}{2}x^2+7+\frac{1}{4}x^2-3x$$

$$\boxed{PQ=\frac{3}{4}x^2-3x+7}$$

נמצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x) = \mathrm{PQ}$ **:**

$$\boxed{\mathrm{PQ} = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 7}$$

$$\boxed{(\mathrm{PQ})' = \frac{3}{2}x - 3}$$

$$0 = \frac{3}{2}x - 3 \quad / \cdot 2$$

$$0 = 3x - 6 \quad / : (-3)$$

$$-3x = -6$$

$$\boxed{x = 2}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$(\mathrm{PQ})'(1) = \frac{3}{2} \cdot 1 - 3 < 0, \quad (\mathrm{PQ})'(3) = \frac{3}{2} \cdot 3 - 3 > 0$$

1	2	3	x
-	0	**+**	$(\mathrm{PQ})'$
↘	**Min**	↗	**מסקנה**

תשובה: $x = 2$

א. נתונה הפונקציה $y=-x^3+1$

נמצא את השיפוע באמצעות נגזרת הפונקציה : $y'=-3x^2$

$$m=-3(-1)^2=-3$$

נמצא את שיעורי נקודת ההשקה: $y=-(-1)1^3+1=2$

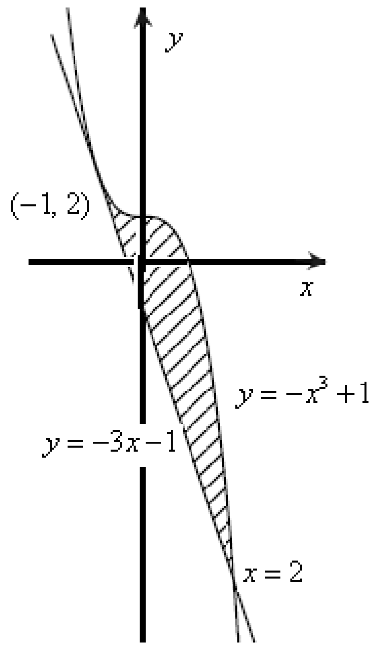
בהתאם $(-1,2)$ **,** $m=-3$

נמצא את משוואת המשיק, באמצעות הנוסחה: $y-y_1=m(x-x_1)$

$$y-2=-3(x-(-1))$$
$$y-2=-3(x+1)$$
$$y-2=-3x-3$$
$$\boxed{y=-3x-1}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-3x-1$

ב.



נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח:

פונקציה עליונה	$y=-x^3+1$
פונקציה תחתונה	$y=-3x-1$
x **גדול**	$x=2$
x **קטן**	$x=-1$

$$S=\int_{-1}^{2}(-x^3+1-(-3x-1))\,dx$$
$$S=\int_{-1}^{2}(-x^3+1+3x+1)\,dx$$
$$S=\int_{-1}^{2}(-x^3+3x+2)\,dx$$
$$S=-\frac{x^4}{4}+\frac{3x^2}{2}+2x\Big]_{-1}^{2}$$
$$S=(-\frac{2^4}{4}+\frac{3\cdot 2^2}{2}+2\cdot 2)-(-\frac{(-1)^4}{4}+\frac{3\cdot(-1)^2}{2}+2\cdot(-1))$$
$$S=6-(-0.75)$$
$$\boxed{S=6.75}$$

תשובה: גודל השטח מקווקו הוא 6.75 **יח"ר.**