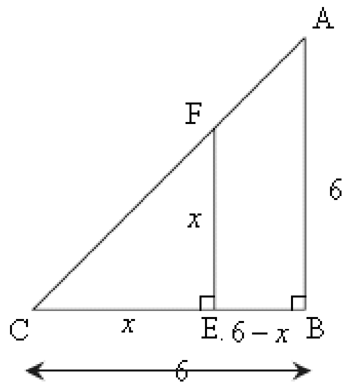
א. נציג את הנתונים על ציור מתאים ונסביר:



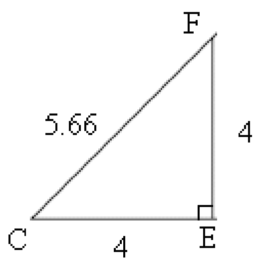
אורך הניצב BC **הוא** 6 **ס"מ ובהתאם** $EB = 6 - x$ **.**

שטח המשולש FEC **הוא** 80% **משטח הטרפז** ABEF **, לכן:**

$$S_{\Delta CEF} = \frac{80}{100} \cdot S_{ABEF}$$
$$\frac{CE \cdot EF}{2} = 0.8 \cdot \frac{(EF + AB) \cdot EB}{2}$$
$$\frac{x \cdot x}{2} = 0.8 \cdot \frac{(x+6)(6-x)}{2}$$
$$x^2 = 0.8(\cancel{6x} - x^2 + 36 - \cancel{6x})$$
$$x^2 = -0.8x^2 + 28.8$$
$$1.8x^2 = 28.8 \quad / :1.8$$
$$x^2 = 16$$
$$\boxed{x = 4} \quad \leftarrow x > 0$$

תשובה: $x = 4$ **.**

ב. נמצא את אורך היתר CF **במשולש** CEF **, באמצעות משפט פיתגורס:**



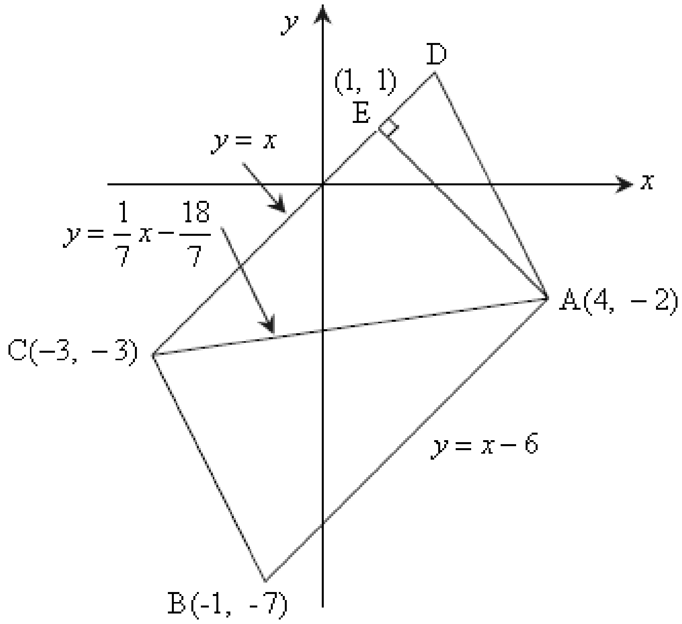
$$CF^2 = CE^2 + EF^2$$
$$CF^2 = 4^2 + 4^2$$
$$CF^2 = 32$$

CF = **ס"מ** 5.66

היקף המשולש CEF **הוא סכום אורכי הצלעות :** 13.66 **ס"מ** $= 4 + 4 + 5.66$ **.**

תשובה: היקף המשולש CEF **הוא** 13.66 **ס"מ.**

א. נעלה ציור מעודכן והסביר בהמשך:



נמצא את שיעורי קדקוד C **, נקודת החיתוך שבין הצלע** CD **לאלכסון** AC **:**

$$\begin{cases} y = x \\ y=\frac{1}{7}x-\frac{18}{7} \end{cases}$$

$$x=\frac{1}{7}x-\frac{18}{7} \quad /\cdot 7$$

$$7x = x-18$$

$$6x=-18 \quad /:6$$

$$x=-3 \quad \to y=-3$$

$$\boxed{C(-3,\ -3)}$$

תשובה: $C(-3,\ -3)$

ב. (1) במקבילית הצלעות הנגדיות מקבילות, לכן $m_{AB} = m_{CD} = 1$

נשתמש בנוסחה: $y - y_1 = m(x - x_1)$ **למציאת משוואת הצלע** AB **(** $m = 1,\ B(-1,\ -7)$ **).**

$$y - (-7) = 1(x - (-1))$$
$$y + 7 = x + 1$$
$$\boxed{y = x - 6}$$

תשובה: **משוואת הצלע** AB **היא** $y = x - 6$.

(2) נמצא את שיעורי הקדקוד A **, נקודת החיתוך שבין הצלע** AB **לאלכסון** AC **:**

$$\begin{cases} y = x - 6 \\ y = \frac{1}{7}x - \frac{18}{7} \end{cases}$$
$$x - 6 = \frac{1}{7}x - \frac{18}{7} \quad / \cdot 7$$
$$7x - 42 = x - 18$$
$$6x = 24 \quad / : 6$$
$$x = 4 \quad \rightarrow y = 4 - 6 = -2$$
$$\boxed{A(4,\ -2)}$$

תשובה: $A(4,\ -2)$ **.**

ג. גובה המקבילית AE **מאונך לצלע** CD **- על פי תנאי ניצבות** $m_{CD} = 1 \quad \rightarrow m_{AE} = -1$

נשתמש בנוסחה: $y - y_1 = m(x - x_1)$ **למציאת משוואת הגובה** AE **(** $m = -1,\ A(4,\ -2)$ **).**

$$y - (-2) = -1(x - 4)$$
$$y + 2 = -x + 4$$
$$\boxed{y = -x + 2}$$

נמצא את שיעורי הנקודה E **, נקודת החיתוך שבין הגובה** AE **לצלע** CD **:**

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x \end{cases}$$
$$-x + 2 = x$$
$$-2x = -2 / : (-2)$$
$$x = 1 \quad \rightarrow y = 1$$
$$\boxed{E(1,\ 1)}$$

תשובה: $E(1,\ 1)$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=-x^2+ax+a+1$ **.**

שיפוע המשיק -4 **שווה לערך הנגזרת בנקודהה שבה** $x=5$ **:**

ולכן בנקודה שבה $x=5$ **,** $f'(5)=-4$ **.**

$$f'(x)=-2x+a$$
$$-2\cdot5+a=-4$$
$$\boxed{a=6}$$

תשובה: $a=6$

ב. בהתאם הפונקציה הנתונה היא : $f(x)=-x^2+6x+7$

נמצא את ערך הפונקציה בנקודת ההשקה: $f(5)=-5^2+6\cdot5+7=12$

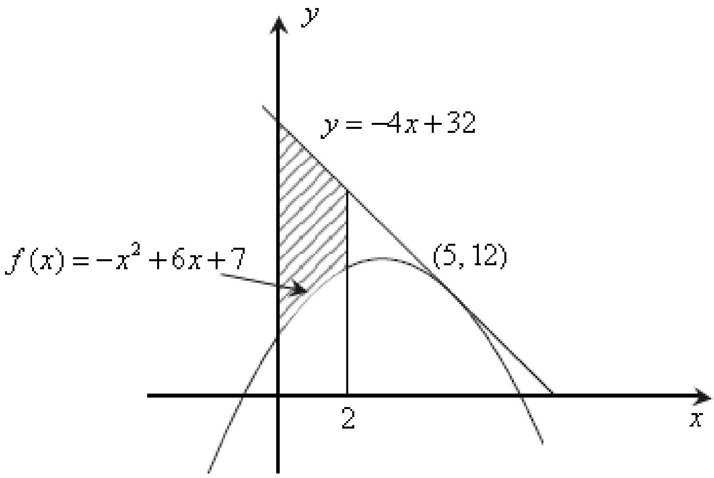
בהתאם $(5,12)$ **,** $m=-4$

נמצא את משוואת המשיק, באמצעות הנוסחה: $y-y_1=m(x-x_1)$

$$y-12=-4(x-5)$$
$$y-12=-4x+20$$
$$\boxed{y=-4x+32}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-4x+32$

ג.



נכין טבלה לסיוע בחישוב השטח:

פונקציה עליונה	$y=-4x+32$
פונקציה תחתונה	$f(x)=-x^2+6x+7$
x **גדול**	$x=2$
x **קטן**	$x=0$

$$S=\int_0^2(-4x+32-(-x^2+6x+7))\,dx$$

$$S=\int_0^2(-4x+32+x^2-6x-7)\,dx$$

$$S=\int_0^2(x^2-10x+25)\,dx$$

$$S=\frac{x^3}{3}-\frac{10x^2}{2}+25x\Big]_0^2$$

$$S=(\frac{2^3}{3}-5\cdot2^2+25\cdot2)-(\frac{0^3}{3}-5\cdot0^2+25\cdot0)$$

$$S=32\frac{2}{3}-(0)$$

$$\boxed{S=32\frac{2}{3}}$$

תשובה: גודל השטח מקווקו הוא $32\frac{2}{3}$ **יח"ר.**

א. נמצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $y=\frac{2}{x}+\frac{2}{4-x}$

המכנה צריך להיות שונה מ- 0

$4-x\neq 0$

$\boxed{x\neq 0}$ $\boxed{x\neq 4}$

תשובה: $x\neq 0,\ \ x\neq 04$

ב. נמצא את האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x. **(מקבילות לציר ה-** y **).**

בהתאם לתחום ההגדרה (מאפסים מכנה ולא מונה) $\boxed{x=0,\quad x=4}$ **.**

תשובה: $x=0,\quad x=4$

ג. נמצא את נקודת הקיצון ואת סוגה:

$$\boxed{y=\frac{2}{x}+\frac{2}{4-x}}$$

$$y'=-\frac{2}{x^2}-\frac{2\cdot(-1)}{(4-x)^2}$$

$$\boxed{y'=-\frac{2}{x^2}+\frac{2}{(4-x)^2}}$$

$$0=-\frac{2}{x^2}+\frac{2}{(4-x)^2}$$

$$\frac{2}{x^2}=\frac{2}{(4-x)^2}$$

$$(4-x)^2=x^2$$

$$16-8x+x^2=x^2$$

$$-8x=-16$$

$$x=2$$

$$f(2)=\frac{2}{2}+\frac{2}{4-2}=1+1=2$$

$$\boxed{(2,2}$$

נבדוק את סוג הקיצון בעזרת טבלת התנהגות הפונקציה:

$$y'(1)=-\frac{2}{1^2}+\frac{2}{(4-1)^2}=-2+\frac{2}{9}<0,\quad y'(3)=-\frac{2}{3^2}+\frac{2}{(3-1)^2}=-\frac{2}{9}+\frac{1}{2}>0$$

0	1	2	3	4	x
	-	0	+		y'
	↘	**Min**	↗		**מסקנה**

ב- $x=2$ **עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

תשובה: $(2,2)$ **מינימום.**

ד. בהתאם לתחום ההגדרה $x\neq 0$ **ולכן אין חיתוך עם ציר ה-** y **.**

בציר ה- x **מתקיים** $y=0$:

$$0=\frac{2}{x}+\frac{2}{4-x}\quad /\cdot x(x-4)$$
$$0=2(4-x)+2x$$
$$0=8-2x+2x$$
$$0=8$$

קיבלנו פסוק שקר ולכן אין חיתוך עם ציר ה- x **.**

הוכחנו.

הפונקציה שיש להביא ל*מינימום* היא סכום ריבועי המספרים, כלומר x^2+y^2 **.**

נתון: $2x+y=50$ **, כלומר** $y=50-2x$

בהתאם:

$$f(x)=x^2+(50-2x)^2$$
$$f(x)=x^2+(50-2x)(50-2x)$$
$$f(x)=x^2+2500-100x-100x+4x^2$$
$$f(x)=5x^2-200x+2500$$

נמצא את נקודת הקיצון של הפונקציה

$$\boxed{f(x)=5x^2-200x+2500}$$
$$\boxed{f'(x)=10x-200}$$
$$0=10x-200$$
$$-10x=-200 \quad /:(-10)$$
$$\boxed{x=20}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$f'(19)=10\cdot 19-200<0, \quad f'(21)=10\cdot 21-200>0$$

19	20	21	x
-	0	+	$f'(x)$
$\searrow$	**Min**	$\nearrow$	**מסקנה**

עבור $x=20$ **עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

$$x=20 \quad \rightarrow y=50-2\cdot 20=10$$

תשובה: המספרים $x=20, \quad y=10$ **, עבורם סכום הריבועים הוא מינימלי.**

א. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ **היא** $f'(x)=ax+4$

משוואת הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=-1$**, היא** $y=2x-3$ **.**

כלומר: $f'(-1)=2$

נציב $f'(-1)=2$

$$2=a(-1)+4$$
$$-2=-a$$
$$\boxed{a=2}$$

תשובה: $a=2$

ובהתאם: $f'(x)=2x+4$

ב. נמצא את הפונקציה הקדומה של $f'(x)$ **, כלומר את** $f(x)$ **:**

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$
$$f(x)=\int(2x+4)\,dx$$
$$f(x)=\frac{2x^2}{2}+4x+c$$
$$\boxed{f(x)=x^2+4x+c}$$

נמצא את ערך הפונקציה בנקודת ההשקה, באמצעות משוואת המשיק: $y=2\cdot(-1)-3=-5$

נציב את שיעורי נקודת ההשקה $(-1,-5)$ **בתבנית הפונקציה הקדומה:**

$$-5=(-1)^2+4\cdot(-1)+c$$
$$-5=-3+c$$
$$c=-2$$
$$\boxed{f(x)=x^2+4x-2}$$

תשובה: $f(x)=x^2+4x-2$