

א. נתונה סדרה הנדסית, שכל איבריה חיוביים, כלומר  $q > 0$ ,  $a_n > 0$ .

$$a_3 + a_4 = 20a_5$$

$$a_3 + a_3q = 20a_3q^2 \quad / : a_3 > 0$$

$$1 + q = 20q^2$$

$$20q^2 - q - 1 = 0$$

$$q_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{40} \rightarrow \boxed{q = 0.25} \leftarrow q > 0$$

תשובה: מנת הסדרה היא 0.25.

ב. בסדרה ההנדסית  $a_1 = 4,096$ ,  $q = 0.25$

לכן,

$$a_4 = a_1q^3 = 4,096 \cdot 0.25^3 \rightarrow a_4 = 64$$

$$a_5 = a_4q = 64 \cdot 0.25 \rightarrow a_5 = 16$$

16 ו- 64 הם האיבר הראשון והאחרון בהתאמה בסדרה חשבונית, שסכומה 3,880.

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2} \quad \text{נשתמש בנוסחת הסכום}$$

$$3,880 = \frac{n \cdot (64 + 16)}{2}$$

$$3,880 = 40n \quad / : 40$$

$$n = 97$$

נשתמש בנוסחת האיבר הכללי  $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$16 = 64 + (97-1)d$$

$$-48 = 96d \quad / : 96$$

$$\boxed{d = -0.5}$$

תשובה: הפרש הסדרה החשבונית הוא -0.5.

א. נתונות הפונקציות  $f(x) = 2^x$  ו-  $g(x) = 4^{x-2}$ .

תשובה: שתי הפונקציות מוגדרות לכל  $x$ .

ב. שתי הפונקציות חיוביות לכל  $x$  ולכן אינן חותכות את ציר ה- $x$ .

בנקודת החיתוך עם ציר ה- $y$  מתקיים  $x=0$ , ובהתאם:  $f(0) = 2^0 = 1$ ,  $g(0) = 4^{0-2} = \frac{1}{16}$ .

תשובה:  $f(x): (0,1)$ ,  $g(x): (0, \frac{1}{16})$ .

ג. נמצא את שיעור ה- $x$  של נקודת החיתוך בין שתי הפונקציות.

$$2^x = 4^{x-2} \rightarrow 2^x = 2^{2x-4} \rightarrow x = 2x-4 \rightarrow x = 4$$

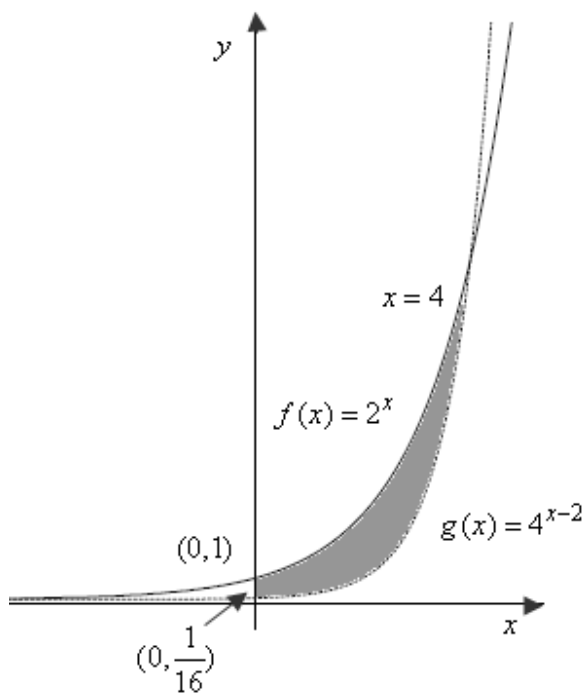
עבור  $x > 4$   $g(x) > f(x)$  שכן השיפוע של  $g(x)$  גדל מהר יותר

תשובה: עבור  $x > 4$   $g(x) > f(x)$

ד. שתי הפונקציות עולות לכל  $x$ , כמו כל פונקציה מהסוג  $a^{f(x)}$ , כאשר  $a > 1$  ו-  $f'(x) > 0$  לכל  $x$ .

תשובה: עלייה – כל  $x$ , ירידה – אף  $x$

ה. משמאל סקיצה של שתי הפונקציות, כולל סימון השטח לסעיף



ו. נחשב את השטח המבוקש.

$$S = \int_0^4 (2^x - 4^{x-2}) dx$$

$$S = \left[ \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{4^{x-2}}{\ln 4} \right]_0^4$$

$$S = \left( \frac{2^4}{\ln 2} - \frac{4^{4-2}}{2 \ln 2} \right) - \left( \frac{2^0}{\ln 2} - \frac{4^{0-2}}{2 \ln 2} \right)$$

$$S = \frac{16}{\ln 2} - \frac{16}{2 \ln 2} - \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{32 \ln 2}$$

$$S = \frac{225}{32 \ln 2} = 10.14$$

תשובה: גודל השטח  $\frac{225}{32 \ln 2} = 10.14$  יח"ר.

בגרות עא יולי 11 מועד קיץ ב שאלון 35805

א. ניתן לראות שהישר  $x=2$  מהווה אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה, ולכן הפונקציה מוגדרת עבור  $x \neq 2$ .  
תשובה: תחום ההגדרה  $x \neq 2$ .

ב. ניתן לראות שהישר  $y=1$  מהווה אסימפטוטה אופקית לגרף הפונקציה  $f(x) = \frac{a}{x-2} + b$ ,

ולכן ערכי הפונקציה שואפים ל-1, כאשר ערכי ה- $x$  שואפים ל- $\pm\infty$ .

הביטוי  $\frac{a}{x-2}$  שואף ל-0, כאשר ערכי ה- $x$  שואפים ל- $\pm\infty$ , (חזקת מונה קטנה מחזקת מכנה) ולכן  $b=1$

גרף הפונקציה עובר בראשית הצירים, ולכן:  $0 = \frac{a}{0-2} + 1 \rightarrow a = 2$

תשובה:  $b=1, a=2$ .

נציב את ערכי הפרמטרים ונקבל:  $f(x) = \frac{2}{x-2} + 1$

ג. נחלק את השטח לשני שטחים.

$S_2$  הוא מלבן ששטחו  $1 \cdot 3 = 3$  יח"ר.

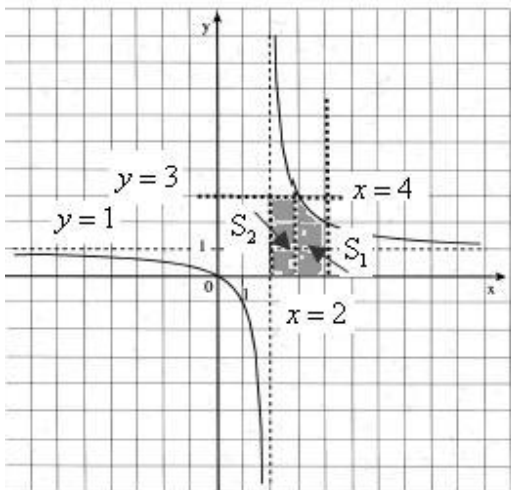
$$S_1 = \int_3^4 \left( \frac{2}{x-2} + 1 - 0 \right) dx$$

$$S_1 = 2 \ln|x-2| + x \Big|_3^4$$

$$S_1 = (2 \ln|4-2| + 4) - (2 \ln|3-2| + 3)$$

$$S_1 = 2 \ln 2 + 4 - 3$$

$$S_1 = 1 + 2 \ln 2$$



$S_1$	
$f(x) = \frac{2}{x-2} + 1$	פונקציה עליונה
$y = 0$	פונקציה תחתונה
$x = 4$	גדול $x$
$x = 3$	קטן $x$

ובהתאם, גודל השטח המקווקו:

$$S = S_1 + S_2 = 3 + 1 + 2 \ln 2 = 4 + 2 \ln 2 = 5.386$$

תשובה:  $4 + 2 \ln 2 = 5.386$  יח"ר.

א. במשולש שווה צלעות שוות כל הזוויות ל-  $60^\circ$ .

הגובה בפירמידה יורד למרכז המעגל החוסם, ולכן  $AO$  הוא רדיוס המעגל החוסם את משולש  $ABC$ .

נשתמש במשפט הסינוסים, למציאת אורכו של  $AO$ .

$\triangle ABC$

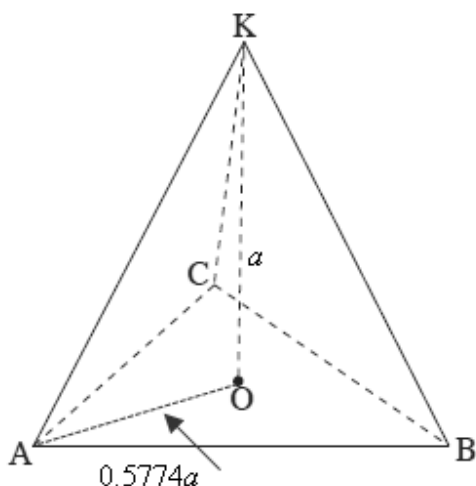
$$\frac{AB}{\sin 60^\circ} = 2R$$

$$\frac{a}{\sin 60^\circ} = 2AO$$

$$\frac{a}{2 \sin 60^\circ} = AO$$

$$\boxed{AO = 0.5774a}$$

תשובה:  $AO = 0.5774a$ .



ב. נתון כי גובה הפירמידה שווה באורכו לצלע הבסיס.

הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה היא  $\angle SKAO$

שהיא הזווית שבין המקצוע צדדי  $SC$  להיטל שלו על הבסיס  $AO$ .

$\triangle KAO$

$$\tan \angle SKAO = \frac{KO}{AO}$$

$$\tan \angle SKAO = \frac{a}{0.5774a}$$

$$\boxed{\angle SKAO = 60^\circ}$$

תשובה: הזווית בין מקצוע צדדי לבין היטל הבסיס של הפירמידה היא  $60^\circ$ .

ב. נתון כי נפח הפירמידה שווה ל-  $18\sqrt{3}$ .

$\triangle ABC$

$$V = \frac{B \cdot H}{3} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot KO$$

$$18\sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sin 60^\circ}{2} \cdot a$$

$$18\sqrt{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$$

$$216 = a^3$$

$$\boxed{a = 6}$$

תשובה:  $a = 6$ .