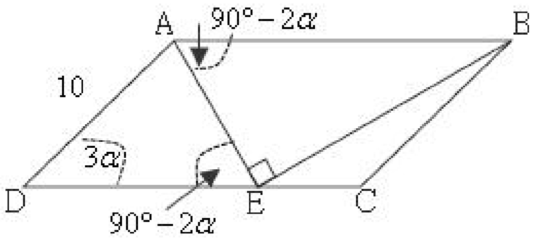
א. נמצא את אורך הצלע AE **.**

$\sphericalangle BAE = 90° - 2\alpha$ **(סכום זוויות** ΔAEB **הוא** $180°$**)**

$\sphericalangle AED = 90° - 2\alpha$ **(זווית מתחלפות שוות בין צלעות המקבילית המקבילות זו לזו)**

נמצא את AE **, בעזרת משפט סינוסים, ב-** ΔADE



$$\frac{AE}{\sin \sphericalangle D} = \frac{AD}{\sin \sphericalangle AED}$$

$$\frac{AE}{\sin 3\alpha} = \frac{10}{\sin(90° - 2\alpha)}$$

$$\boxed{AE = \frac{10\sin 3\alpha}{\cos 2\alpha}}$$

$\underline{\Delta ABE}$

$$\sin \sphericalangle ABE = \frac{AE}{AB}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{AE}{AB}$$

$$AB = \frac{10\sin 3\alpha}{\sin 2\alpha \cos 2\alpha} = \frac{10\sin 3\alpha}{0.5\sin 4\alpha}$$

$$\boxed{AB = \frac{20\sin 3\alpha}{\sin 4\alpha}}$$

תשובה: $AB = \dfrac{20\sin 3\alpha}{\sin 4\alpha}$

ב. (1) נתון כי $\alpha = 15°$ **, ולכן** $\sphericalangle ADC = 45°, \sphericalangle ABE = 30°$ **.**

וגם: $AB = \dfrac{20\sin 45°}{\sin 60°} = 16.33$ **ס"מ , ובהתאם גם** $DC = 16.33$ **ס"מ (עבור תת סעיף (2)).**

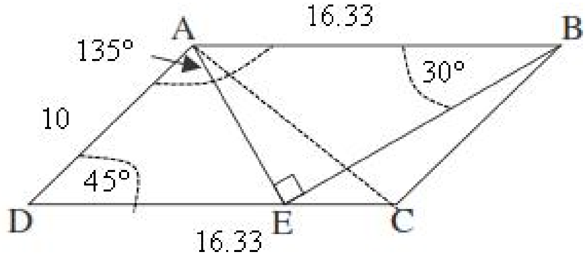
$\sphericalangle DAB = 135°$ **(זוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים משלימות ל-** $180°$**)**

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin\sphericalangle DAB$$

$$S_{ABCD} = 16.33 \cdot 10 \cdot \sin 135° = 115.47$$

תשובה: שטח המקבילית הוא 115.47 **סמ"ר.**

(2) נמצא את אורך הצלע AC **במשולש** ADC **, באמצעות משפט קוסינוסים.**



$\underline{\Delta ADC}$

$(AC)^2 = (AD)^2 + (DC)^2 - 2AD \cdot DC \cdot \cos \sphericalangle ADC$

$(AC)^2 = 10^2 + 16.33^2 - 2 \cdot 20 \cdot 16.33 \cdot \cos 45°$

$(AC)^2 = 135.7$

$AC =$ 11.65 **ס"מ**

היקף ΔADC **הוא :** 37.98 **ס"מ** $= 11.65 + 10 + 16.33$

תשובה: היקף ΔADC **הוא :** 37.98 **ס"מ.**

א. נתונה הפונקציה $f(x) = 2\sin x - \sin 2x + k$ **, בתחום** $0 \le x \le \pi$ **(** k **הוא פרמטר).**

נמצא את שיעור ה- x **של נקודת הקיצון** C **ואת סוגה.**

$$\boxed{f'(x) = 2\cos x - 2\cos 2x}$$

$$0 = 2\cos x - 2\cos 2x$$

$$\cos x = \cos 2x$$

$$x = 2x + 2\pi k \qquad x = -2x + 2\pi k$$

$$-x = 2\pi k \qquad 3x = 2\pi k$$

$$x = 2\pi k \qquad x = \frac{2\pi k}{3}$$

$$k = 1,\ x = 2\pi \qquad k = 0,\ x = \frac{2\pi}{3}$$

על פי הציור, נקודת הקיצון היא הראשונה מימין לציר ה- x **ולכן** $x = \frac{2\pi}{3}$ **.**

$$f(0) = 2\sin 0 - \sin(2\cdot 0) + k = k$$

$$f(\frac{2\pi}{3}) = 2\sin\frac{2\pi}{3} - \sin(2\cdot\frac{2\pi}{3}) + k = k + 2.6$$

$$f(\pi) = 2\sin\pi - \sin(2\cdot\pi) + k = k$$

ולכן הפונקציה עולה עבור $0 < x < \frac{2\pi}{3}$ **ויורדת עבור** $\frac{2\pi}{3} < x < \pi$ **ו-** $x = \frac{2\pi}{3}$ **מקסימום.**

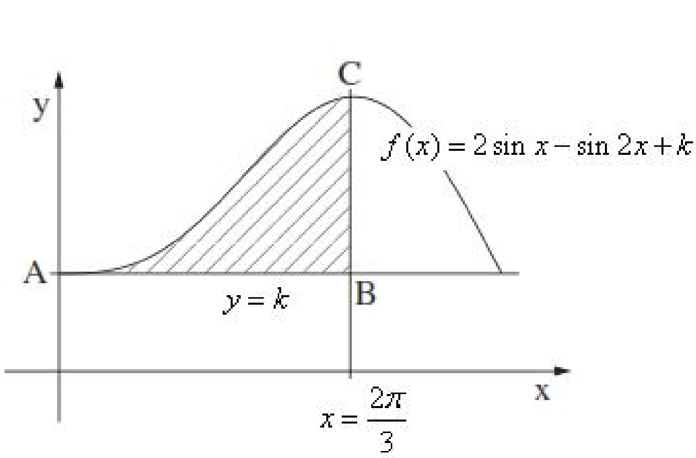
תשובה: $x = \frac{2\pi}{3}$ **מקסימום.**

ב. על פי ערכי הפונקציה, שחושבו בסעיף הקודם, משוואת הישר, המקביל לציר ה- x **היא** $y = k$ **.**

תשובה: משוואת הישר היא $y = k$ **.**

ג. נחשב את השטח המקווקו.

הפרש הפונקציות : $2\sin x - \sin 2x + k - k = 2\sin x - \sin 2x$



$$S = \int_0^{\frac{2\pi}{3}} (2\sin x - \sin 2x)dx$$

$$S = -2\cos x + 0.5\cos 2x0$$

$$S = [-2\cos\frac{2\pi}{3} + 0.5\cos(2\cdot\frac{2\pi}{3})] - [-2\cos 0 + 0.5\cos(2\cdot 0)]$$

$$S = (0.75) - (-1.5)$$

$$\boxed{S = 2.25}$$

תשובה:גודל השטח המקווקו הוא 2.25 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2+5}{(1-x)^2}$

(1) מכנה הפונקציה מתאפס עבור $x=1 \quad \leftarrow \quad 1-x=0$**.**

תשובה: $x\neq 1$ **.**

(2) חזקת פולינום המונה (2) **שווה לחזקת פולינום המכנה** (2) **,**

ולכן אסימפטוטה אופקית תהיה על פי מנת המקדמים: $y=\frac{1}{1}=1$ **,**

תשובה:אסימפטוטות מקבילות לציר ה- y **:** $x=1$ **, אסימפטוטה מקבילה לציר ה-** x **:** $y=1$ **.**

(3) בנקודת חיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם** $(0,5) \leftarrow f(0)=\frac{0^2+5}{(1-0)^2}=5$ **.**

מונה הפונקציה חיובי לכל x **ולכן אין נקודת חיתוך עם ציר** x **.**

תשובה: $(0,5)$**.**

(4) נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה ותחומי העלייה והירידה.

$$f'(x)=\frac{2x\cdot(1-x)^2-2\cdot(1-x)\cdot(-1)\cdot(x^2+5)}{(1-x)^4}$$

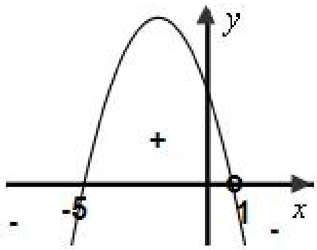
$$f'(x)=\frac{2(1-x)[x(1-x)+(x^2+5)]}{(1-x)^4}$$

$$f'(x)=\frac{2(1-x)(x-x^2+x^2+5)}{(1-x)^4}$$

$$f'(x)=\frac{2(1-x)(x+5)}{(1-x)^4}$$

$$x=-5 \quad \rightarrow f(-5)=\frac{(-5)^2+5}{(1-(-5))^2}=\frac{5}{6} \quad \rightarrow (-5,\frac{5}{6})$$

נצייר את סימני הנגזרת (מכנה הנגזרת חיובי)



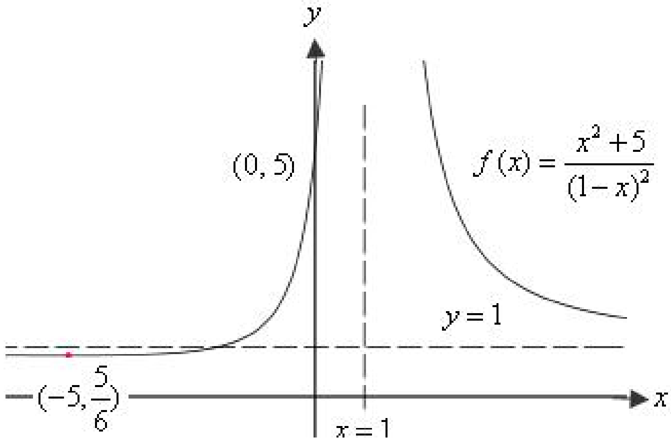
נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה

	-5		1		x
-	0	+		-	y'
↘	Min	↗		↘	**מסקנה**

תשובה: $(-5,\frac{5}{6})$ **מינימום.**

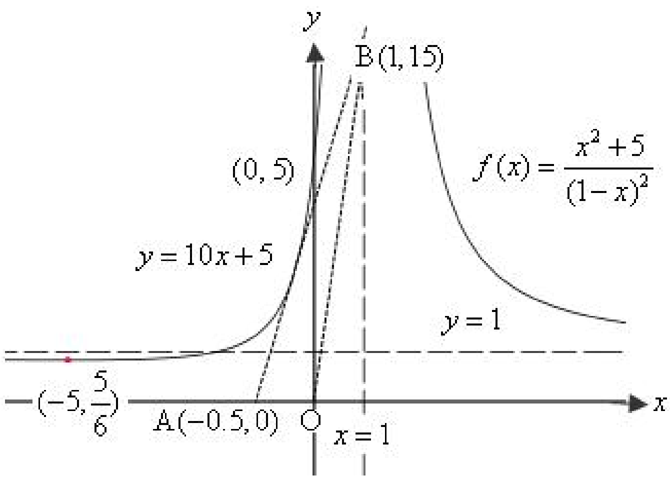
(5) עלייה: $-5<x<1$ **, ירידה:** $x>1$ **או** $x<-5$ **.**

ב. הסקיצה המתאימה



ג. נמצא את משוואת המשיק בנקודה $(0,5)$ **.**

$m=f'(0)=\frac{2(1-0)(0+5)}{(1-0)^4}=10$ **, ולכן משוואת המשיק היא** $y=10x+5$ **.**



בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ולכן** $A(-0.5,0)$ **.**

נציב $x=1$ **ונקבל את נקודת החיתוך עם האסימפטוטה האנכית** $B(1,15)$ **.**

נחשב את שטח ΔAOB **:** $S_{\Delta AOB}=\frac{AO\cdot h_{AO}}{2}=\frac{(0-(-0.5))\cdot(15-0)}{2}=3.75$

תשובה: שטח ΔAOB **הוא** 3.75 **יח"ר.**

4א

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2+0.75}{e^x}$ **, המוגדרת בתחום** $0\le x\le 2$

נמצא את נקודות הקצה:

$$f(0)=\frac{0^2+0.75}{e^0}=0.75 \quad \to (0,0.75)$$

$$f(2)=\frac{2^2+0.75}{e^2}=0.6428 \quad \to (0,0.6428)$$

$$\boxed{f(x)=\frac{x^2+0.75}{e^x}}$$

$$f'(x)=\frac{2x\cdot e^x-e^x(x^2+0.75)}{(e^x)^2}$$

$$f'(x)=\frac{e^x(2x-x^2-0.75)}{e^{2x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-x^2+2x-0.75}{e^x}}$$

$$0=-x^2+2x-0.75$$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 1}{-2}$$

$$x=0.5 \quad \to f(0.5)=\frac{0.5^2+0.75}{e^{0.5}}=0.6065 \quad \to (0,0.6065)$$

$$x=1.5 \quad \to f(15)=\frac{1.5^2+0.75}{e^{1.5}}=0.66693 \quad \to (0,0.6693)$$

נבנה טבלה לזיהוי נקודות קיצון מוחלטות, בהתבסס על ערכי הפונקציה, בנקודות הקצה ובנקודות הקיצון הפנימיות.

0		0.5		1.5		2	x
0.75		0.6065		0.6693		0.6428	y
	↘		↗		↘		**מסקנה**

תשובה: $(0,0.75)$ **מקסימום מוחלט ,** $(0,0.6065)$ **מינימום מוחלט.**

נוסחת הגידול והדעיכה: $M_t = M_0 \cdot a^t$ **, כאשר** M_0 **- הכמות ההתחלתית**
a **הוא גורם הגידול,** M_t **הכמות לאחר זמן** t**.**

(1) זמן מחצית החיים של החומר הרדיואקטיבי א' הוא 14 **דקות.**
כלומר, כל 14 **דקות יורדת כמות החומר למחצית מהכמות הקודמת.**
לכן, לאחר 28 **דקות תפחת הכמות לרבע מהכמות המקורית, שהיא** 1000 **גרם.**
$0.25 \cdot 1000 = 250$ **גרם**
תשובה: כעבור 28 **דקות יהיו לחוקר** 250 **גרם של החומר.**

(2) נמצא את גורם הדעיכה של החומר, בהתבסס על זמן מחצית החיים שלו, 14 **דקות.**

$$0.5M_0 = M_0 \cdot q^{14} \quad / : M_0$$
$$0.5 = q^{14}$$
$$q = 0.9517$$

נמצא כעבור כמה דקות, תפחת כמות החומר מ- 1000 **גרם לפחות מ-** 20 **גרם.**

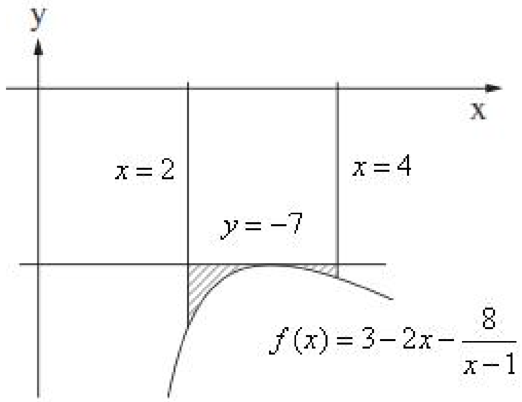
$$20 > 1000 \cdot 0.9517^t$$
$$0.02 > 0.9517^t$$
$$\ell n\, 0.02 > \ell n\, 0.9517^t$$
$$\ell n\, 0.02 > t \ell n\, 0.9517$$
$$\frac{\ell n\, 0.02}{\ell n\, 0.9517} < t$$
$$\boxed{t > 79.02}$$

נדגיש – החלוקה ב- $\ell n\, 0.9517$ **(שהוא ביטוי שלילי) שנתה את כיוון אי השוויון**

ולכן לאחר יותר מ- 79.02 **דקות בערך, הכמות תהייה כמות החומר פחות מ-** 20 **גרם.**
תשובה: כעבור יותר מ- 79.02 **דקות בערך תהייה לחוקר פחות מ-** 20 **גרם כמות של החומר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=3-2x-\frac{8}{x-1}$ **, בתחום** $x>1$ **.**

נמצא את שיעורי נקודת המקסימום של הפונקציה בתחום הנתון.



$f'(x)=-2+\frac{8}{(x-1)^2}$

$f'(x)=\frac{-2(x-1)^2+8}{(x-1)^2}$

$-2(x-1)^2+8=0$

$(x-1)^2=4$

$x-1=2 \qquad x-1=-2 \quad \leftarrow x>1$

$x=3 \qquad \cancel{x=-1} \quad \leftarrow x>1$

$f(3)=3-2\cdot3-\frac{8}{3-1}=-7$

ולכן, על פי הציור, $(3,-7)$ **היא נקודת המקסימום של הפונקציה.**

תשובה: שיעורי נקודת המקסימום הם $(3,-7)$**.**

ב. המשיק בנקודת המקסימום מקבלי לציר ה- x **ולכן משוואתו** $y=-7$ **.**

הפרש הפונקציות: $-7-(3-2x-\frac{8}{x-1})=-10+2x+\frac{8}{x-1}$

ניתן לחשב את שני השטחים במשותף, כי הגרף של $f(x)=3-2x-\frac{8}{x-1}$ **משיק לישר** $y=-7$**,**

ובשני השטחים הוא מתחת לישר.

	S
פונקציה עליונה	$y=-7$
פונקציה תחתונה	$f(x)=3-2x-\frac{8}{x-1}$
x **גדול**	$x=4$
x **קטן**	$x=2$

$S=\int_2^4(-10+2x+\frac{8}{x-1})\,dx$

$S=-10x+x^2+8\ln|x-1|\Big]_2^4$

$S=(-10\cdot4+4^2+8\ln|4-1|)-(-10\cdot2+2^2+8\ln|2-1|)$

$S=(8\ln3-24)-(-16)$

$\boxed{S=8\ln3-8=0.789}$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא $8\ln3-8=0.789$ **יח"ר.**